Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУВО «Норильский государственный индустриальный институт»
Кафедра физико-математических дисциплин

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ

Методические указания

Норильск 2020

ББК 22.17я7

Индивидуальные задания по теории вероятностей и математической статистике: метод. указ. / составитель А.О. Боровицкая; Министерство науки и высшего образования РФ. Норильский гос. индустр. ин-т. – Норильск: НГИИ, 2020. – 46 с. – Библиогр.: 44 с. – Текст: непосредственный.

Содержат 120 типовых задач по основным разделам курса «Теория вероятностей и математическая статистика».

Предназначены для организации самостоятельной работы студентов дневного и заочного отделения экономических специальностей.

ВВЕДЕНИЕ

Чтобы научиться использовать теорию вероятностей, понимать её возможности и ограничения, необходимо, прежде всего, научиться решать её стандартные задачи. В методических указаниях приводятся изучаемые темы курса «Теория вероятностей и математическая статистика», примеры решения типовых задач, а также представлены основные классы прикладных экономических задач, решаемых методами теории вероятностей. Задачи могут быть использованы как на практических занятиях, так и в качестве индивидуальных контрольных и домашних заданий. В конце сборника приведены таблицы – приложения, необходимые при решении задач теории вероятностей и математической статистики.

Содержат шесть заданий по теории вероятностей, охватывающих вычисление вероятностей событий, случайные величины и элементы теории массового обслуживания и три задания по математической статистике. Каждое задание представлено в 20-ти вариантах и посвящено отдельным темам курса:

1. Задание 1 (задачи 1–20). Классическое определение вероятности события. Основные теоремы теории вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Бейеса.
2. Задание 2 (задачи 21–40). Повторные испытания. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число наступления событий. Локальная теорема Лапласа. Формула Пуассона. Интегральная теорема Лапласа.
3. Задание 3 (задачи 41–60). Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины. Функция распределения и числовые характеристики дискретных случайных величин.
4. Задание 4 (задачи 61–80). Непрерывная случайная величина. Функция распределения и плотность распределения непрерывной случайной величины. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
5. Задание 5 (задачи 81–100). Нормальный закон распределения.
6. Задание 6 (задачи 101–120). Система массового обслуживания.

7. Задание 7. Первичная обработка статистических данных.

8. Задание 8. Доверительные интервалы.

9. Задание 9. Статистические гипотезы. Критерий Пирсона.

Варианты	Номера задач для индивидуального задания					
	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5	Задание 6
01	1	21	41	61	81	101
02	2	22	42	62	82	102
03	3	23	43	63	83	103
04	4	24	44	64	84	104
05	5	25	45	65	85	105
06	6	26	46	66	86	106
07	7	27	47	67	87	107
08	8	28	48	68	88	108
09	9	29	49	69	89	109
10	10	30	50	70	90	110
11	11	31	51	71	91	111
12	12	32	52	72	92	112
13	13	33	53	73	93	113
14	14	34	54	74	94	114
15	15	35	55	75	95	115
16	16	36	56	76	96	116
17	17	37	57	77	97	117
18	18	38	58	78	98	118
19	19	39	59	79	99	119
20	20	40	60	80	100	120

Варианты заданий 7–9 представлены в условии.

ТЕМЫ КУРСА

Тема 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Предмет теории вероятностей и ее связь с реальностью. Различные подходы к определению вероятности. Примеры вероятностных задач (маркетинг, контроль качества, разработка товаров и т.п.).

Событие. Случайные события как подмножества множества простейших исходов. Основные понятия алгебры событий.

Вероятность события. Свойства вероятности. Частота, или статистическая вероятность, события. Принцип практической уверенности.

Тема 2. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Теорема сложения и следствия из нее. Условная вероятность. Независимость событий. Теорема умножения и следствия из нее.

Система гипотез. Формула полной вероятности и теорема Байеса. Принятие решений: байесовский подход. Пример использования дерева решений для проведения маркетингового исследования по продаже нового товара фирмой.

Повторение испытаний. Формула Бернулли.

Тема 3. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ, СПОСОБЫ ИХ ЗАДАНИЯ И ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Случайная величина. Примеры случайных величин. Виды случайных величин (конечные, дискретные, непрерывные). Ряд распределения, многоугольник распределения.

Функция распределения как универсальная характеристика случайной величины и ее свойства. Вероятность попадания случайной величины на заданный участок.

Плотность распределения непрерывной случайной величины и ее свойства. Эффект нулевой вероятности.

Характеристики положения: математическое ожидание, мода, медиана.

Моменты: дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Свойства математического ожидания и дисперсии.

Тема 4. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Биномиальное распределение и его параметры. Использование биномиального распределения при решении задач, связанных с контролем качества продукции.

Распределение Пуассона и его параметры. Применение распределения Пуассона при расчете необходимой численности персонала подразделения с заданным объемом объектов обработки.

Нормальное распределение и его параметры. Теоремы Муавра–Лапласа. Примеры решения задач, связанных с гарантийным обслуживанием. Задачи о конкуренции.

Показательное распределение и его параметры. Решение задач по определению времени ожидания получения ответа на запрос.

Равномерное распределение и его параметры. Расчет вероятности исполнения заказа в заданное время.

Тема 5. СИСТЕМЫ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Понятие о системе случайных величин. Система двух случайных величин.

Закон распределения, функция распределения, условные законы распределения.

Числовые характеристики системы двух случайных величин. Регрессия и корреляция. Коэффициент корреляции и его свойства. Линейная регрессия.

Реальные примеры корреляционной связи между объемом продаж и затратами на рекламу, заработной платой и объемом производства.

Тема 6. ЗАКОН БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ. ЦЕНТРАЛЬНАЯ ПРЕДЕЛЬНАЯ ТЕОРЕМА

Устойчивость средних и закон больших чисел.

Неравенство Чебышева. Основные предельные теоремы. Центральная предельная теорема и ее приложения.

Тема 7. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Взаимоотношения математической статистики с теорией вероятностей. Математическая статистика и анализ данных.

Генеральная совокупность, выборка из нее. Основные способы организации выборки. Вариационный ряд, статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения, гистограмма, полигон частот. Примеры, поясняющие каждое определение и понятие.

Тема 8. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Статистические оценки параметров распределения: состоятельные и несмещенные оценки для математического ожидания и дисперсии.

Точные распределения некоторых выборочных характеристик: распределение χ^2; распределение t (Стьюдента).

Оценка параметров по малым выборкам: понятие доверительного интервала; доверительный интервал для центра нормального распределения при известном и неизвестном σ; доверительный интервал для σ; доверительный интервал для вероятности; доверительные интервалы в случае асимптотически нормальных оценок.

Тема 9. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ГИПОТЕЗА

Статистические гипотезы и их прикладное назначение.

Общая задача проверки гипотез. Критическая область и область принятия гипотезы.

Статистическая проверка гипотез о законе распределения: критерий согласия χ^2 (критерий Пирсона).

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Имеется 100 одинаковых деталей, среди которых 3 бракованных. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь окажется без брака.

Решение

В этой задаче производится испытание – извлекается одна деталь. Число всех исходов испытания равно 100, т.к. может быть взята любая деталь из 100. Эти исходы несовместны, равновозможны и единственно возможны. Таким образом, $n = 100$. Событие A состоит в появлении детали без брака. Всего в партии 97 деталей без брака, следовательно, число исходов, благоприятных появлению события A, равно 97. Итак, $m = 97$. Тогда $P(A) = \dfrac{97}{100} = 0{,}97$.

Пример 2. Код банковского сейфа состоит из 6 цифр. Найти вероятность того, что наудачу выбранный код содержит различные цифры.

Решение

Так как на каждом из шести мест в шестизначном номере может стоять любая из десяти цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, то всех различных шестизначных номеров по правилу произведения будет $n = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^6$. Номера, в которых все цифры различны, – это размещения из 10 элементов (10 цифр) по 6. Поэтому число благоприятствующих исходов $m = A_{10}^{6}$. Искомая вероятность равна:

$$P(A) = \frac{A_{10}^{6}}{10^6} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5}{10^6} = 0{,}1512 .$$

Пример 3. Между 6 фирмами – *А, Б, В, С, Д, Е,* занимающимися продажей компьютерной техники, проводится жеребьёвка на предмет очередности представления своей продукции на выставке потенциальным потребителям. Какова вероятность того, что очередь будет выстроена по порядку, т.е. *А, Б, В, Г, Д, Е*?

Решение

Исход испытания – случайное расположение фирм в очереди. Число всех возможных исходов равно числу всех перестановок из шести элементов (фирм), т.е. $n = P_6 = 6!$.

Число исходов, благоприятствующих событию L, – очередь выстроена по порядку: $m = 1$.

Тогда

$$P(L) = \frac{1}{6!} = \frac{1}{1\times2\times3\times4\times5\times6} = 0{,}0014.$$

Пример 4. В компании 10 акционеров, из них три имеют привилегированные акции. На собрание акционеров явилось 6 человек. Найти вероятность того, что среди явившихся акционеров:

1) все трое акционеров с привилегированными акциями отсутствуют;

2) двое с привилегированными акциями.

Решение:

1. Испытанием является отбор 6 человек из 10 акционеров. Число всех исходов испытания равно числу сочетаний из 10 по 6, т.е.

$$n = C_{10}^{6} = \frac{10!}{6!\times4!} = \frac{7\times8\times9\times10}{1\times2\times3\times4} = 210.$$

Пусть событие A – среди шести человек нет ни одного с привилегированными акциями. Исход, благоприятствующий событию A, – отбор шести человек среди семи акционеров, не имеющих привилегированных акций. Число всех исходов, благоприятствующих событию A, будет

$$m = C_{7}^{6} = \frac{7!}{6!\times1!} = 7.$$

Искомая вероятность равна:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{7}{210} = \frac{1}{30}.$$

2. Пусть событие B – среди шести явившихся акционеров двое с привилегированными акциями, а остальные четыре – с общими акциями. Число всех исходов $n = C_{10}^{6} =$ $= 210$. Число способов выбора двух человек из необходимых трёх $m_1 = C_{3}^{2} = \frac{3!}{2!\times1!} = 3$. Число способов выбора оставшихся четырёх акционеров среди семи с общими ак-

циями $m_2 = C_7^4 = \frac{7!}{4!3!} = \frac{5\times6\times7}{1\times2\times3} = 35$. Тогда число всех способов отбора по правилу произведения $m = m_1 \times m_2 = 3 \times 35 = 105$.

Искомая вероятность равна:

$$P(B) = \frac{m}{n} = \frac{105}{210} = 0{,}5.$$

Пример 5. На станции отправления имеется 8 заказов на отправку товара: пять – внутри страны, а три – на экспорт. Какова вероятность того, что два выбранных наугад заказа окажутся предназначенными для потребления внутри страны?

Решение

Событие A – первый взятый наугад заказ – внутри страны. Событие B – второй тоже предназначен для внутреннего потребления. Необходимо найти вероятность $P(A\times B)$. Тогда по теореме об умножении вероятностей зависимых событий имеем:

$$P(A\times B) = P(A) \times P_A(B) = \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{5}{14}.$$

Пример 6. Из партии изделий товаровед наудачу отбирает изделия высшего сорта. Вероятность того, что выбранная вещь окажется высшего сорта, равна 0,8; первого сорта – 0,7; второго сорта – 0,5. Найти вероятность того, что из трёх наудачу отобранных изделий будут:

1) только два высшего сорта;
2) все разного сорта.

Решение

Пусть событие A_1 – изделие высшего сорта; событие A_2 – изделие первого сорта; событие A_3 – изделие второго сорта.

По условию задачи $P(A_1) = 0{,}8$, $P(A_2) = 0{,}7$, $P(A_3) = 0{,}5$. События A_1, A_2, A_3 – независимы.

1. Событие A – только два изделия высшего сорта будет выглядеть так: $A = A_1A_1A_2 + A_1A_1A_3$, тогда

$$P(A) = P(A_1A_1A_2 + A_1A_1A_3) = P(A_1) \times P(A_1) \times P(A_2) + P(A_1) \times P(A_1) \times P(A_3) = (0{,}8)^2 \times 0{,}7 + (0{,}8)^2 \times 0{,}5 = 0{,}768.$$

2. Событие B – все три изделия различного сорта, выразим так:

$$B = A_1 \times A_2 \times A_3,$$

тогда $P(B) = 0,8 \times 0,7 \times 0,5 = 0,28$.

Пример 7. Стрелок производит 3 выстрела по мишени. Вероятности попадания при первом, втором и третьем выстрелах соответственно равны 0,9; 0,8 и 0,7. Найти вероятности того, что в результате этих выстрелов окажется:

1) ни одного попадания;
2) хотя бы одно попадание;
3) ровно одно попадание;
4) ровно три попадания.

Считать, что выстрелы производятся независимо друг от друга.

Решение

Обозначим все события, указанные в задаче, и известные вероятности; A_1 – попадание при 1-м выстреле; $P(A_1) = 0,9$; A_2 – попадание при 2-м выстреле; $P(A_2) = 0,8$; A_3 – попадание при 3-м выстреле; $P(A_3) = 0,7$; B – ни одного попадания; C – хотя бы одно попадание; D – ровно одно попадание; E – ровно три попадания.

Установим связь между событиями:

$$B = \overline{A}_1 \cdot \overline{A}_2 \cdot \overline{A}_3,\ C = \overline{B};\ C = A_1 + A_2 + A_3;$$

$$D = A_1 \cdot \overline{A}_2 \cdot \overline{A}_3 + \overline{A}_1 \cdot A_2 \cdot \overline{A}_3 + \overline{A}_1 \cdot \overline{A}_2 \cdot A_3;$$

$$E = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3.$$

Используя теоремы сложения и умножения, а также формулу для вычисления противоположного события, вычислим требуемые вероятности:

$$P(B) = P(\overline{A}_1 \cdot \overline{A}_2 \cdot \overline{A}_3) = P(\overline{A}_1) \cdot P(\overline{A}_2) \cdot P(\overline{A}_3) =$$

$$= (1 - P(A_1)) \cdot (1 - P(A_2)) \cdot (1 - P(A_3)) = 0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,3 = 0,006;$$

$$P(C) = P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,006 = 0,994;$$

$$P(D) = P(A_1) \cdot P(\overline{A}_2) \cdot P(\overline{A}_3) + P(\overline{A}_1) \cdot P(A_2) \cdot P(\overline{A}_3) + P(\overline{A}_1) \cdot P(\overline{A}_2) \times$$

$$\times P(A_3) = 0,9 \cdot 0,2 \cdot 0,3 + 0,1 \cdot 0,8 \cdot 0,3 + 0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,7 = 0,092;$$

$$P(E) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,7 = 0,504.$$

Пример 8. Согласно прогнозу метеорологов $P_{дождь} = 0{,}4$; $P_{ветер} = 0{,}7$; $P_{дождь\ и\ ветер} = 0{,}2$. Какова вероятность того, что будет дождь или ветер?

Решение

По теореме сложения вероятностей и в силу совместности предложенных событий имеем $P_{дождь\ или\ ветер,\ или\ то\ и\ другое} =$ $= P_{дождь} + P_{ветер} - P_{дождь\ и\ ветер} = 0{,}4 + 0{,}7 - 0{,}2 = 0{,}9$.

Пример 9. Фирма имеет три источника поставки комплектующих – фирмы *A, B, C*. На долю фирмы *A* приходится 50% общего объёма поставок, *B* – 30% и *C* – 20%. Из практики известно, что 10% поставляемых фирмой *A* деталей – бракованные, фирмой *B* – 5% и *C* – 6%. Найти вероятность того, что наудачу выбранная деталь будет бракованной.

Решение

Производится испытание: извлекается одна деталь. Событие *A* – появилась бракованная деталь.

Гипотеза H_1 – деталь фирмы *A*.

Гипотеза H_2 – деталь фирмы *B*.

Гипотеза H_3 – деталь фирмы *C*.

Тогда, согласно формуле полной вероятности, искомая вероятность равна:

$$P(A) = P(H_1) \times P_{H1}(A) + P(H_2) \times P_{H2}(A) + \ldots + P(H_n) \times P_{Hn}(A);$$

$$P(H_1) = \frac{50}{100} = 0{,}5;\ P_{H1}(A) = \frac{10}{100} = 0{,}1;$$

$$P(H_2) = \frac{30}{100} = 0{,}3;\ P_{H2}(A) = \frac{5}{100} = 0{,}05;$$

$$P(H_3) = \frac{20}{100} = 0{,}2;\ P_{H3}(A) = \frac{6}{100} = 0{,}06;$$

$$P(A) = 0{,}5 \times 0{,}1 + 0{,}3 \times 0{,}05 + 0{,}2 \times 0{,}06 = 0{,}077.$$

Пример 10. В центральную бухгалтерию корпорации поступили пачки накладных для проверки и обработки. 90% пачек были признаны удовлетворительными: они содержали только 1% неправильно заполненных накладных. Остальные 10% пачек были признаны неудовлетворительными, т.к. содержали 5% неверно оформленных накладных. Взятая наугад из пачки накладная оказалась оформленной неверно. Учитывая это, какова вероятность того, что вся пачка накладных будет признана несоответствующей стандарту?

Решение

Испытание: проверяется пачка накладных. Событие A – взятая наугад накладная оказалась неверной.

Гипотеза H_1 – пачка не соответствует стандарту.

Гипотеза H_2 – пачка соответствует стандарту.

Необходимо узнать вероятность гипотезы H_1 при условии, что событие A произошло. Согласно формуле Байеса имеем:

$$P_A(H_i) = \frac{P(H_1) \cdot P_{H_1}(A)}{P(H_1) \cdot P_{H_1}(A) + P(H_2) \cdot P_{H_2}(A)};$$

$$P(H_1) = \frac{10}{100} = 0{,}1; \; P_{H1}(A) = \frac{5}{100} = 0{,}05;$$

$$P(H_2) = \frac{90}{100} = 0{,}9; \; P_{H2}(A) = \frac{1}{100} = 0{,}01;$$

$$P_A(H_1) = \frac{0{,}1 \cdot 0{,}05}{0{,}1 \cdot 0{,}05 + 0{,}9 \cdot 0{,}01} \approx 0{,}357.$$

Пример 11. Вероятность выигрыша по одному любому лотерейному билету равна 0,02. Чему равна вероятность выигрыша для владельца:

1) по трём билетам;

2) не более двух билетов;

3) хотя бы по одному билету.

Решение

$n = 4$; $p = 0{,}02$; $q = 0{,}98$.

1. $P_4(3) = C_4^3 \times (0{,}02)^3 \times (0{,}98)^1 \approx 3 \times 10^{-5}$.

2. $P_4(0 \le m \le 2) = P_4(0) + P_4(1) + P_4(2) = C_4^0 \times (0{,}02)^0 \times$ $\times (0{,}98)^4 + C_4^1 \times (0{,}02)^1 \times (0{,}98)^3 + C_4^2 \times (0{,}02)^2 \times (0{,}98)^2 = 0{,}099$;

3. $P_4(m \ge 1) = 1 - P_4(0) = 1 - (0{,}98)^4 = 0{,}078$.

Пример 12. Доля изделий высшего сорта на данном предприятии составляет 90%. Найти вероятность того, что среди наудачу взятых 100 изделий высшего сорта окажется 84 изделия.

Решение:

$n = 100$; $p = 0{,}9$; $q = 0{,}1$; $m = 84$; $n\,p = 90$.

$$P_{100}(84)=\frac{1}{\sqrt{100\cdot 0{,}9\cdot 0{,}1}}\cdot\varphi\left(\frac{84-90}{\sqrt{100\cdot 0{,}9\cdot 0{,}1}}\right)=$$

$$=\frac{1}{3}\cdot\varphi(-2)=\frac{1}{3}\cdot\varphi(2)=\frac{1}{3}\cdot 0{,}054=0{,}018.$$

Пример 13. Магазин получил 1000 бутылок минеральной воды. Вероятность того, что при перевозке бутылка окажется разбитой, равна 0,003. Найти вероятность того, что магазин получит разбитых бутылок:

1) ровно две;
2) меньше двух;
3) больше одной;
4) хотя бы одну.

Решение:

$n = 1000$; $p = 0{,}003$; $\lambda = 1000 \times 0{,}003 = 3$.

1. $P_{1000}(2)\approx\dfrac{3^2\cdot e^{-3}}{2!}=0{,}224.$

2. $P_{1000}(m<2)=P_{1000}(0)+P_{1000}(1)=\dfrac{3^0\cdot e^{-3}}{0!}+\dfrac{3\cdot e^{-3}}{1!}=$

$= 0{,}0498 + 0{,}1494 = 0{,}1992.$

3. $P_{1000}(m>1) = 1 - P_{1000}(m\le 1) = 1 - [P_{1000}(0) + P_{1000}(1)] =$
$= 0{,}8008;$

4. $P_{1000}(m\ge 1) = 1 - P_{1000}(0) = 1 - 0{,}0498 = 0{,}9502.$

Пример 14. Доля изделий высшего сорта продукции составляет 80%. Найти вероятность того, что в партии из 900 изделий высшего сорта будет:

1) заключено между 700 и 750;
2) не меньше 750;
3) не больше 600.

Решение:

$n = 900$, $p = 0{,}8$, $q = 0{,}2$, $n\,p = 720$.

$\sqrt{n\,pq} = \sqrt{900\cdot 0{,}8\cdot 0{,}2} = 12.$

$$1)\ P_{900}(700\le m\le 750)\approx\Phi\left(\frac{750-720}{12}\right)-\Phi\left(\frac{700-720}{12}\right)=$$

$$=\Phi\left(\frac{5}{2}\right)-\Phi\left(-\frac{5}{3}\right)=\Phi(2{,}5)+\Phi(1{,}666)=$$

$$=0{,}4938+0{,}4521=0{,}9459;$$

$$2)\ P_{900}(m \geq 750) = P_{900}(750 \leq m \leq 900) =$$

$$= \Phi\left(\frac{900-720}{12}\right) - \Phi\left(\frac{750-720}{12}\right) =$$

$$= \Phi(15) - \Phi(2{,}5) = 0{,}5 - 0{,}493\,8 = 0{,}006\,2;$$

$$3)\ P_{900}(m \leq 600) = P_{900}(0 \leq m \leq 600) =$$

$$= \Phi\left(\frac{600-720}{12}\right) - \Phi\left(\frac{0-720}{12}\right) = \Phi(-10) - \Phi(-60) =$$

$$= -(10)\ +\ \Phi(60)\ = -0{,}5 + 0{,}5 = 0.$$

Пример 15. Если n – число независимых испытаний, p – вероятность наступления события A в отдельном испытании, то наивероятнейшее число появления события Am_0 удовлетворяет неравенству:

$$n \times p - q \leq m_0 \leq n \times p + p.$$

Предприятие поставляет свою продукцию 15 магазинам, от каждого из которых может поступить заявка на очередной день с вероятностью 0,6 независимо от заявок других магазинов. Найти наивероятнейшее число заявок.

Решение:

$$n = 15;\ p = 0{,}6;\ q = 0{,}4;$$

$$15 \times 0{,}6 - 0{,}4 \leq m_0 \leq 15 \times 0{,}6 + 0{,}6;\ 8{,}6 \leq m_0 \leq 9{,}6;\ m_0 = 9.$$

Пример 16. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \dfrac{x^2}{4}, & 0 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}.$$

Требуется:

1) найти функцию плотности распределения $f(x)$;

2) построить графики функций $f(x)$ и $F(x)$;

3) найти математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$;

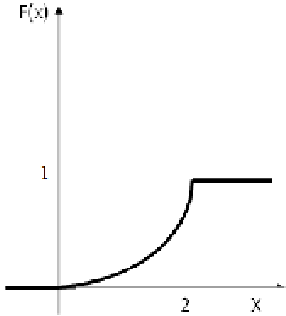
4) найти $P(-1 < X < 1)$.

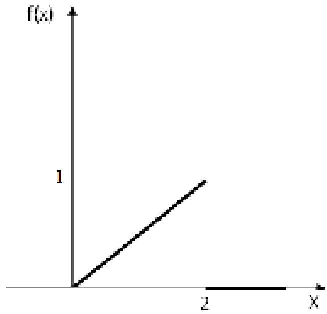
Решение:

1. По определению функции плотности вероятности $f(x) = F'(x)$, тогда

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ \dfrac{x}{2}, & 0 < x \le 2 \cdot \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

2.





3. Для непрерывной случайной величины

$$M(X) = \int_a^b x f(x) dx = \int_0^2 \frac{x}{2} \cdot x\, dx = \frac{1}{6} x^3 \Big|_0^2 = \frac{4}{3};$$

$$M(X^2) = \int_a^b x^2 f(x)\, dx = \int_0^2 x^2\, \frac{x}{2} \cdot\, dx = \frac{1}{8} x^4 \Big|_0^2 = 2;$$

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = 2 - \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{2}{9};$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{\frac{2}{9}} \approx 0{,}47.$$

4. Для вычисления вероятности попадания непрерывной случайной величины в интервал (α,β) можно применить одну из формул:

$$P(\alpha < X < \beta) = F(\beta) - F(\alpha) \text{ или } P(\alpha < X < \beta) = \int_\alpha^\beta f(x)\, dx.$$

Применим первую формулу:

$$P(-1 < X < 1) = F(1) - F(-1) = \frac{1^2}{4} - 0 = \frac{1}{4}.$$

Пример 17. Случайная величина X задана плотностью распределения:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1 \\ \dfrac{c}{8}, & 1 < x \le 5 \\ 0, & x > 5 \end{cases}.$$

Требуется:

1) найти коэффициент *C*;

2) функцию распределения *F(x)*.

Решение:

1. Плотность распределения *f(x)* должна удовлетворять условиям:

$$f(x) \ge 0, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1.$$

Тогда

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \int_{-\infty}^{1} 0\,dx + \int_{1}^{5} \frac{c}{8}\,dx + \int_{5}^{+\infty} 0\,dx = \frac{c}{8}\int_{1}^{5} dx = \frac{c}{8}\,x\Big|_1^5 =$$

$$= \frac{c}{8}(5-1) = \frac{4c}{8} = \frac{1}{2}\,C.$$

Так как $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$, то $\frac{1}{2}C = 1$, следовательно, $C = 2$.

Таким образом,

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1 \\ \dfrac{1}{4}, & 1 < x \le 5 \\ 0, & x > 5 \end{cases}.$$

2. Для нахождения функции распределения *F(x)* воспользуемся формулой:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx.$$

Если $x \le 1$, $f(x) = 0$, то $F(x) = \int_{-\infty}^{x} 0dx = 0.$

Если $1 < x \le 5$, то

$$F(x) = \int_{-\infty}^{1} 0\,dx + \int_{1}^{x} \frac{1}{4}\,dx = \frac{x}{4}\Bigg|_{1}^{x} = \frac{1}{4}(x-1).$$

Если $x > 1$, то

$$F(x) = \int_{-\infty}^{1} 0dx + \int_{1}^{5} \frac{1}{4}\,dx + \int_{5}^{x} 0dx = 1.$$

Итак, $F(X) = \begin{cases} 0, & x \le 1 \\ \dfrac{x-1}{4}, & 1 < x \le 5 \\ 1, & x > 5 \end{cases}.$

Пример 18. Случайная величина x задана функцией распределения (интегральной функцией):

$$F(x) = \begin{cases} 0 \text{ при } x \le 0; \\ x \text{ при } 0 < x \le 1; \\ 1 \text{ при } x > 1. \end{cases}$$

Найти плотность вероятности (дифференциальную функцию), математическое ожидание и дисперсию. Построить графики интегральной и дифференциальной функции.

Решение

Найдём плотность распределения:

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0 \text{ при } x \le 0; \\ 1 \text{ при } 0 < x < 1; \\ 0 \text{ при } x > 1. \end{cases}$$

Найдём математическое ожидание:

$$M(x) = \int_{0}^{1} x \cdot 1 \cdot dx = \frac{x^2}{2}\Bigg|_{0}^{1} = \frac{1}{2}.$$

Вычислим дисперсию:

$$D(x) = \int_{0}^{1} x^2 \cdot 1 \cdot dx - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{x^3}{3}\Bigg|_{0}^{1} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}.$$

Построим графики интегральной и дифференциальной функции (рис. 1, 2).

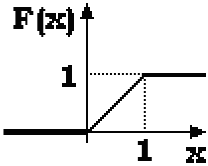


Рис. 1

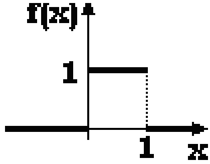


Рис. 2

Пример 19. Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания a нормального распределения с надёжностью 0,95; зная выборочную среднюю $\bar{x} = 4{,}1$, объём выборки n = 36 и среднее квадратическое отклонение σ = 3.

Решение

Найдем t из соотношения $\Phi(t)$ = 0,95, получим $\Phi(t)$ = = 0,475. Значит, t = 1,96. Найдём точность оценки:

$$\delta = \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1{,}96 \cdot 3}{\sqrt{36}} = 0{,}98.$$

Тогда доверительный интервал таков:

$$(\bar{x} - 0{,}98;\ \bar{x} + 0{,}98).$$

Подставляя $\bar{x} = 4{,}1$, получаем доверительный интервал (3,12; 5,08).

Пример 20. Статистические выборочные данные сгруппированы в интервальный статистический ряд:

Интервалы (x_i;x_{i+1})	14–15	15–16	16–17	17–18	18–19	19–20	20–21	21–22	22–23
Эмпирические частоты n_i	8	10	9	15	16	12	12	11	7

Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с заданным эмпирическим распределением.

Решение

Шаг –длина интервала h = 1, объем выборки (сумма всех частот)

$$n = \sum n_i = 100.$$

Для тех же вариантов $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_m$ рассчитаем теоретические частоты $n'_1, n'_2, n'_3, \ldots, n'_m$.

Для этого перейдем от интервального к вариационному ряду. В качестве варианта x_i возьмем середины интервалов. Получим статистический ряд:

Варианты x_i	14,5	15,5	16,5	17,5	18,5	19,5	20,5	21,5	22,5
Эмпирические частоты n_i	8	10	9	15	16	12	12	11	7

1. Вычислим выборочное среднее, выборочное среднее квадратическое отклонение. Вычисления удобно внести в табл. 1 и провести в Excel.

Таблица 1

x_i	n_i	x_in_i	$(x_i - \bar{x}_в)^2 n_i$
14,5	8	116	129,2832
15,5	10	155	91,2040
16,5	9	148,5	36,7236
17,5	15	262,5	15,6060
18,5	16	296	0,0064
19,5	12	234	11,5248
20,5	12	246	47,0448
21,5	11	236,5	97,6844
22,5	7	157,5	110,8828
Суммы:	100	1852	539,96

Выборочное среднее

$$\bar{x}_в \frac{\sum x_i n_i}{n} = \frac{1852}{100} = 18{,}52 \text{ ед.}$$

Выборочная дисперсия

$$D_в = \frac{\sum (x_i - \bar{x}_в)^2 n_i}{n} = \frac{539{,}96}{100} = 5{,}3996.$$

Выборочное среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_в = \sqrt{D_в} = \sqrt{5{,}3996} \approx 2{,}3237 \text{ ед.}$$

По причине большого объёма выборки его исправлением можно пренебречь. При малом объеме выборки выборочное среднее квадратическое отклонение следует исправить, т.е. взять исправленное среднее квадратическое отклонение

$$s = \sqrt{\frac{n}{n-1}} \cdot \sigma_в$$

и в последующих формулах вместо $\sigma_в$ подставлять s.

2. Составляем вспомогательную табл. 2 (также удобно провести вычисления в Excel) для вычисления теоретических частот $n'_1, n'_2, n'_3, \ldots, n'_m$ по формуле:

$$n'_i = \frac{h \cdot n}{\sigma_в} \cdot f(z_i);$$

где $f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}; \quad z_i = \frac{x_i - \overline{x}_в}{\sigma_в}$ – функция Гаусса (прил. 1, $f(z) = \varphi(z)$).

Итак, $\overline{x}_в = 18{,}52$, $\sigma_в = 2{,}32$, $n = 100$, $h = 1$.

Таблица 2

x_i	n_i	z_i	$f(z_i)$	n'_i
14,5	8	–1,7328	0,8889	3,83
15,5	10	–1,3017	0,1710	7,37
16,5	9	–0,8707	0,2731	11,77
17,5	15	–0,4397	0,3622	15,61
18,5	16	–0,0086	0,3989	17,20
19,5	12	0,4224	0,3649	15,73
20,5	12	0,8534	0,2772	11,95
21,5	11	1,2845	0,1748	7,54
22,5	7	1,7155	0,0916	3,95

3. Проверим гипотезу H_0 о том, что генеральная совокупность распределена нормально. Используем критерий согласия Пирсона. Для уровня значимости $\alpha = 0{,}05$ и количества степеней свободы $k = m - r - 1 = 9 - 2 - 1 = 6$, здесь m – число интервалов; r – число параметров (у нормального распределения два параметра a, σ). По соответствующей таблице распределения χ^2 (прил. 4) находим критическое значение:

$$\chi^2_{кр} = \chi^2_{кр}(0{,}05;\ 6) \approx 12{,}6.$$

При $\chi^2_{набл} > \chi^2_{кр}$ выдвинутую гипотезу отвергаем, а при $\chi^2_{набл} < \chi^2_{кр}$ нет оснований отвергать гипотезу.

4. Сравним теоретические и эмпирические частоты. Вычислим наблюдаемое значение критерия $\chi^2_{набл} = \sum_{i-1}^{m} \frac{(n_i - n'_i)_2}{n'_i}$. Заполним расчётную табл.3.

Таблица 3

n_i	n'_i	$\frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$
8	3,83	4,5402
10	7,37	0,9385
9	11,77	0,6519
15	15,61	0,0238
16	17,20	0,0837
12	15,73	0,8845
12	11,95	0,0002
11	7,54	1,5877
7	3,95	2,3551
Сумма		11,0657

В результате $\chi^2_{набл} \approx 11{,}0657 < \chi^2_{кр}$, поэтому на уровне значимости 0,05 нет оснований отвергать гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЫ

Задание 1

1. На курсах повышения квалификации бухгалтеров преподаватель предлагает пакет из 10 накладных, 3 из которых содержат ошибки. Из пакета наудачу выбирают 6 накладных. Найти вероятность того, что среди извлечённых накладных: а) 2 с ошибками; б) хотя бы одна с ошибками.

2. Из 30 студентов 10 имеют спортивные разряды. Какова вероятность, что выбранные наудачу 4 студента: а) имеют спортивный разряд; б) не имеют спортивного разряда.

3. В партии 100 изделий, из которых 4 – бракованные. Партия произвольно разделена на две равные части, которые отправлены двум потребителям. Какова вероятность того, что все бракованные изделия достанутся одному потребителю.

4. В магазине было продано 12 из 20 холодильников двух марок, имеющихся в количестве 9 и 11 штук. Полагая, что вероятность быть проданным для холодильника каждой марки одна и та же, найти вероятность того, что остались нераспроданными холодильники одной марки.

5. На 100 лотерейных билетов приходится 5 выигрышных. Какова вероятность выигрыша хотя бы по одному билету, если приобретено: а) 2 билета; б) 4 билета.

6. На фирме работают 8 аудиторов, из которых 3 – высокой квалификации, и 5 программистов, из которых 2 – высокой квалификации. В командировку надо отправить группу из 3 аудиторов и 2 программистов. Какова вероятность того, что в этой группе окажется хотя бы один аудитор высокой квалификации и хотя бы один программист высокой квалификации, если каждый специалист имеет равные возможности поехать в командировку.

7. Пакеты акций компаний *A, B* и *C* могут дать доход владельцу с вероятностью 0,7, 0,8, 0,6 соответственно. Найти вероятность того, что владелец пакетов акций различных фирм получит доход: а) только по одному пакету акций; б) хотя бы по одному пакету акций.

8. Студент разыскивает нужную ему формулу в трёх справочниках. Вероятность того, что формула содержится в первом, втором и третьем справочниках, равна соответственно 0,6, 0,9, 0,8. Найти вероятность того, что формула содержится не менее чем в двух справочниках.

9. Мастер обслуживает 4 станка, работающих независимо друг от друга. Вероятность того, что первый станок в течение смены потребует внимания рабочего 0,3, второй – 0,6, третий – 0,4, четвёртый – 0,25. Найти вероятность того, что в течение смены хотя бы один станок не потребует внимания рабочего.

10. Экспедиция издательства отправила газеты в три почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в первое отделение равна 0,95, во второе отделение – 0,9 и в третье – 0,8. Найти вероятность следующих событий: а) только одно отделение получит газеты вовремя; б) хотя бы одно отделение получит газеты с опозданием.

11. По результатам проверки контрольных работ оказалось, что в первой группе получили положительную оценку 20 студентов из 30, а во второй – 15 из 25. Найти вероятность того, что наудачу выбранная работа, имеющая положительную оценку, написана студентом первой группы.

12. Страховая компания разделяет застрахованных по классам риска: I класс – малый риск, II – класс средний, III класс – большой риск. Среди клиентов компании 50% – первого класса риска, 30% – второго и 20% – третьего. Вероятность выплаты страхового вознаграждения для клиента первого класса риска 0,01, для второго – 0,03, для третьего – 0,08. Какова вероятность того, что застрахованный получит денежное вознаграждение за период страхования?

13. Коэффициенты использования рабочего времени у двух комбайнов соответственно равны 0,8 и 0,6. Считая, что остановки в работе каждого комбайна возникают случайно и независимо друг от друга, определить относительное время (вероятность): а) работы только одного комбайна; б) простоя обоих комбайнов.

14. На участке работают две бригады. Вероятность выполнения плана первой бригадой равна 0,89, а вероятность выполнения плана второй бригадой – 0,9. Найти вероятность выполнения плана: а) только одной бригадой; б) хотя бы одной бригадой.

15. Вероятность своевременного возвращения кредита каждым из трёх заёмщиков банку независимы и соответственно равны: 0,76; 0,89; 0,97. Найти вероятность следующих событий: а) только два заёмщика возвратят кредит своевременно; б) хотя бы один из заёмщиков возвратит кредит своевременно.

16. В данный район изделия поставляются тремя фирмами в соотношении 5:8:7. Среди продукции первой фирмы стандартные изделия составляют 90%, второй – 85%, третьей – 75%. Найти вероятность того, что приобретённое изделие окажется нестандартным.

17. Продукция цеха проверяется двумя контролёрами, причём первый контролёр проверяет 55% изделий, а второй – остальные. Вероятность того, что первый контролёр пропустит нестандартное изделие, равна 0,01, второй – 0,02. Взятое наудачу изделие, маркированное как стандартное, оказалось нестандартным. Найти вероятность того, что это изделие проверялось вторым контролёром.

18. В торговую фирму поступили телевизоры от трёх поставщиков в отношении 1:4:5. Практика показала, что телевизоры, поступающие от 1-го, 2-го, и 3-го поставщиков, не потребуют ремонта в течение гарантийного срока соответственно в 98%, 88% и 92% случаев. Найти вероятность того, что поступивший в продажу телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока.

19. В специализированную больницу поступают в среднем 50% больных с заболеванием *A*, 30% – с заболеванием *B*, 20% – с заболеванием *C*. Вероятность полного излечения болезни *A* равна 0,7, для болезней *B* и *C* эти вероятности соответственно равны 0,8 и 0,9. Больной, поступивший в больницу, был выписан здоровым. Найти вероятность того, что этот больной страдал заболеванием *C*.

20. Банк может выдать кредит каждому из трёх клиентов с вероятностью $p_1 = 0,7$, $p_2 = 0,85$, $p_3 = 0,8$ соответственно. Вероятность возврата кредита для первого клиента равна 0,89, для второго 0,91 и для третьего 0,9. Какова вероятность того, что клиент, получивший кредит, его вернёт?

Задание 2

21. Вероятность малому предприятию быть банкротом за время t равна 0,2. Найти вероятность того, что из шести малых предприятий за время t сохранятся два.

22. В среднем пятая часть поступающих в продажу автомобилей некомплектны. Найти вероятность того, что среди десяти автомобилей имеют некомплектность три автомобиля.

23. В среднем по 15% договоров страховая компания выплачивает страховую сумму. Найти вероятность того, что из девяти договоров с наступлением страхового случая будет связано с выплатой страховой суммы менее двух договоров.

24. Предполагается, что 10% открывающихся новых малых предприятий прекращают свою деятельность в течение года. Какова вероятность того, что из шести малых предприятий не более двух в течение года прекратят свою деятельность?

25. В банк отправлено 4000 пакетов денежных знаков. Вероятность того, что пакет содержит недостаточное или избыточное число денежных знаков, равна 0,0001. Найти вероятность того, что при проверке будет обнаружено: а) три ошибочно укомплектованных пакета; б) не более трёх пакетов.

26. Строительная фирма, занимающаяся установкой летних коттеджей, раскладывает рекламные листки по почтовым ящикам. Прежний опыт работы компании показывает, что примерно в одном случае из двух тысяч следует заказ. Найти вероятность того, что при размещении 10 тыс. листков число заказов будет равно 4.

27. В вузе обучаются 3 650 студентов. Вероятность того, что день рождения студента приходится на определённый день года, равна 1/365. Найти: а) наиболее вероятное число студентов, родившихся 1 мая, и вероятность такого события.

28. Учебник издан тиражом 12 000 экземпляров. Вероятность того, что экземпляр учебника сброшюрован неправильно, равна 0,0001. Найти вероятность того, что тираж содержит 5 бракованных книг.

29. Два баскетболиста делают по 3 броска мячом в корзину. Вероятности попадания мяча в корзину при каждом броске для первого и второго баскетболистов равны 0,6 и 0,7 соответственно. Найти вероятность того, что у первого баскетболиста будет больше попаданий, чем у второго.

30. Известно, что в среднем 70% всего числа изготовляемых заводом телефонных аппаратов является продукцией первого сорта. Чему равна вероятность того, что в изготовленной партии окажется 6 аппаратов первого сорта, если партия содержит 10 аппаратов?

31. Аудиторную работу по теории вероятностей с первого раза успешно выполняют 60% студентов. Найти вероятность того, что из 400 студентов работу успешно выполнят не менее 280 студентов.

32. При обследовании уставных фондов банков установлено, что пятая часть банков имеет уставный фонд свыше 100 млн. руб. Найти вероятность того, что среди 1 800 банков имеют уставный фонд свыше 100 млн. руб. от 300 до 400 включительно.

33. Вероятность того, что пассажир опоздает к отправлению поезда, равна 0,01. Найти наиболее вероятное число опоздавших из 800 пассажиров и вероятность такого числа опоздавших.

34. По результатам проверок налоговыми инспекциями установлено, что в среднем каждое третье малое предприятие региона имеет нарушение финансовой дисциплины. Найти вероятность того, что из 1 000 зарегистрированных в регионе малых предприятий имеют нарушения финансовой дисциплины: а) 480 предприятий; б) наивероятнейшее число предприятий.

35. Завод отправил на базу 15 000 стандартных изделий. Среднее число изделий, повреждаемых при транспортировке, составляет 0,02%. Найти вероятность того, что из 15 000 изделий будет повреждено 3.

36. В среднем 20% пакетов акций на аукционах продаются по первоначально заявленной цене. Найти вероятность того, что из 9 пакетов акций в результате торгов по первоначально заявленной цене будет продано менее 2 пакетов.

37. В некоторой местности из каждых 100 семей 80 имеют холодильники. Найти вероятность того, что из 400 семей 300 имеют холодильники.

38. Вероятность того, что фирма, проведя рекламную кампанию, продаст единицу своей продукции, составляет 0,75. Найти вероятность того, что из 200 изделий фирма реализует не менее 170.

39. Вероятность того, что случайно выбранный лицевой счёт клиента банка содержит ошибки, равна 0,05. Если при выборочной проверке счетов обнаружится, что не менее 3% отобранных счетов содержат ошибки, то оператор увольняется с работы. Найти вероятность того, что оператор будет уволен, если ревизор проверит 300 счетов.

40. Частное предприятие при определённых факторах производства выпускает в среднем 85% продукции первого сорта. Чему равна вероятность того, что в партии из 1000 изделий число первосортных заключено между 820 и 910?

Задание 3

41. В рекламных целях торговая фирма вкладывает в каждую десятую единицу товара денежный приз размером 1 тыс. руб. Составить закон распределения случайной величины – размера выигрыша при пяти сделанных покупках. Составить функцию распределения и построить её график. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

42. Клиенты банка, не связанные друг с другом, не возвращают кредиты в срок с вероятностью 0,1. Составить закон распределения числа возвращённых в срок кредитов из 5 выданных. Составить функцию распределения и построить её график. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

43. Контрольная состоит из трёх вопросов. На каждый вопрос приведено 4 ответа, один из которых правильный. Составить закон распределения числа правильных ответов при простом угадывании. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины. Составить функцию распределения и построить ее график.

44. В целом по 10% договоров страховая компания выплачивает страховые суммы в связи с наступлением страхового случая. Составить закон распределения числа таких договоров среди наудачу выбранных четырёх. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины. Составить функцию распределения и построить ее график.

45. Пакеты акций трех различных компаний могут дать доход владельцу с вероятностью 0,5, 0,6, 0,7 соответственно. Составить закон распределения числа пакетов акций, по которым владелец может получить доход. Найти математическое ожидание и дисперсию данной случайной величины, построить функцию распределения.

46. Из 10 телевизоров на выставке 4 оказались фирмы «Сони». Наудачу для осмотра выбрано 3. Составить закон распределения числа телевизоров фирмы «Сони» среди трёх отобранных. Составить функцию распределения и построить её график.

47. Среди 15 агрегатов 6 нуждаются в дополнительной смазке. Составить закон распределения числа агрегатов, нуждающихся в дополнительной смазке, среди пяти наудачу отобранных из общего числа. Составить функцию распределения и построить её график.

48. Вероятность поражения вирусным заболеванием куста земляники равна 0,2. Составить закон распределения числа кустов земляники, заражённых вирусом, из четырех посаженных кустов. Составить функцию распределения и построить её график. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

49. Среди 10 изготовленных приборов 3 неточных. Составить закон распределения числа неточных приборов среди взятых наудачу четырёх приборов. Составить функцию распределения и построить её график. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

50. Радист вызывает корреспондента, причём каждый последующий вызов производится лишь в том случае, если предыдущий вызов не принят. Вероятность того, что корреспондент примет вызов, равна 0,4. Составить закон распределения числа вызовов, если число вызовов не более 5. Составить функцию распределения и построить её график. Найти математическое ожидание этой случайной величины.

51. В лотерее разыгрываются: автомобиль стоимостью 5000 ден. ед., 4 телевизора стоимостью 250 ден. ед., 5 видеомагнитофонов стоимостью 200 ден. ед. Всего продается 1000 билетов по 7 ден. ед. Составить закон распределения чистого выигрыша, полученного участником лотереи, купившим один билет. Составить функцию распределения и построить её график. Найти математическое ожидание этой случайной величины.

52. В компанию сделан высокорискованный вклад 10 тыс. руб. Компания обещает 50% годовых, но может «лопнуть» с вероятностью 0,2. Составить закон распределения случайной величины – суммы прибыли, полученной от компании через год, и найти её математическое ожидание.

53. На автоматическом станке производятся одинаковые изделия, дан закон распределения числа бракованных изделий, производимых в течение смены на станке:

X	0	1	2	3
p	0,1	0,4	0,3	0,2

Составить функцию распределения случайной величины и построить её график. Найти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

54. Случайная величина X – выручка фирмы, полученная в течение года:

X	3	4	5
p	1/3	1/3	1/3

Составить функцию распределения случайной величины и построить её график. Найти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

55. X – затраты фирмы в год описываются законом распределения:

X	1000	2000
p	0,7	0,3

Составить функцию распределения случайной величины X и построить её график. Найти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

56. Доходность X ценных бумаг подчиняется следующему закону распределения:

X (млн. руб.)	1	2	3
p	0,4	0, 4	0,2

Составить функцию распределения случайной величины X (доходность портфеля из этих бумаг). Найти вероятность того, что доходность портфеля будет не менее 1,5 млн. руб.

57. Сумма выплат по договору страхования описывается законом распределения:

X (тыс. руб.)	0	1	2	3
p	0,7	0,2	0,15	0,05

Составить функцию распределения случайной величины X и построить её график. Найти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

58. Случайная величина *X* – время простоя контролеров-кассиров в супермаркете подчиняется закону распределения:

X	0	2	5
p	0,4	0,5	0,1

Составить $F(x)$ и построить её график. Найти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

59. Средства, вложенные в начале года в предприятие, к концу года приносят случайный доход и возвращаются в виде случайной величины *X:*

X	0,5	1	2	3
p	0,1	0,4	0,3	0,2

Составить функцию распределения $F(x)$, построить её график. Найти $M(X)$ – среднее значение возвращённых средств.

60. Изучение спроса изделий некоторой фирмы дало распределение случайной величины *X* – числа потребляемых за месяц изделий:

X	0	10	20	30	40	50
p	0,1	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2

Составить функцию распределения $F(x)$, построить её график. Найти $M(X)$ – среднее число изделий, потребляемых в месяц.

Задание 4. В задачах 61–80 случайная величина *X* задана функцией распределения $F(x)$. Найти: 1) вероятность попадания случайной величины *X* в интервал $(\frac{1}{3};\ \frac{2}{3})$; 2) функцию плотности распределения вероятностей $f(x)$; 3) математическое ожидание случайной величины *X*; 4) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

61. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad x \le -1, \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} & \text{при} \quad -1 < x \le 2, \\ 1 & \text{при} \quad x > 2. \end{cases}$

62. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad x \le -2, \\ \frac{1}{16}(x+2)^2 & \text{при} \quad -2 < x \le 2, \\ 1 & \text{при} \quad x > 2. \end{cases}$

63. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad x \le 0, \\ \frac{1}{6}x^2 + \frac{5}{6}x & \text{при} \quad 0 < x \le 1, \\ 1 & \text{при} \quad x > 1. \end{cases}$

64. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad x \le 0, \\ \frac{1}{5}(x-1) & \text{при} \quad 1 < x \le 6, \\ 1 & \text{при} \quad x > 1. \end{cases}$

65. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad x \le -1, \\ \frac{1}{4}(x+1)^2 & \text{при} \quad -1 < x \le 1, \\ 1 & \text{при} \quad x > 1. \end{cases}$

66. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad x \le -\frac{1}{2}, \\ (x+\frac{1}{2})^2 & \text{при} \quad -\frac{1}{2} < x \le \frac{1}{2}, \\ 1 & \text{при} \quad x > \frac{1}{2}. \end{cases}$

67. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad x \le -1, \\ \frac{1}{25}(x+1)^2 & \text{при} \quad -1 < x \le 4, \\ 1 & \text{при} \quad x > 4. \end{cases}$

68. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad x \le 0, \\ \frac{1}{7}x^2 + \frac{6}{7}x & \text{при} \quad 0 < x \le 1, \\ 1 & \text{при} \quad x > 1. \end{cases}$

69. $F(x) = \begin{cases} 0 \text{ при } x \le 0, \\ \dfrac{1}{5}x^2 + \dfrac{4}{5}x \text{ при } 0 < x \le 1, \\ 1 \text{ при } x > 1. \end{cases}$

70. $F(x) = \begin{cases} 0 \quad \text{при} \quad x \le 0, \\ \dfrac{x^2}{81} \quad \text{при} \quad 0 < x \le 9, \\ 1 \quad \text{при} \quad x > 9. \end{cases}$

71. $F(x) = \begin{cases} 0 \quad \text{при} \quad x \le 0, \\ \dfrac{1}{8}x^2 + \dfrac{1}{4}x \quad \text{при} \quad 0 < x \le 2, \\ 1 \quad \text{при} \quad x > 2. \end{cases}$

72. $F(x) = \begin{cases} 0 \quad \text{при} \quad x \le 1, \\ \dfrac{x-1}{2} \quad \text{при} \quad 1 < x \le 3, \\ 1 \quad \text{при} \quad x > 3. \end{cases}$

73. $F(x) = \begin{cases} 0 \quad \text{при} \quad x \le 0, \\ x^3 \quad \text{при} \quad 0 < x \le 1, \\ 1 \quad \text{при} \quad x > 1. \end{cases}$

74. $F(x) = \begin{cases} 0 \quad \text{при} \quad x \le 0, \\ \dfrac{x^2}{16} \quad \text{при} \quad 0 < x \le 4, \\ 1 \quad \text{при} \quad x > 4. \end{cases}$

75. $F(x) = \begin{cases} 0 \quad \text{при} \quad x \le 0, \\ \dfrac{x^2}{4} \quad \text{при} \quad 0 < x \le 2, \\ 1 \quad \text{при} \quad x > 2. \end{cases}$

76. $F(x) = \begin{cases} 0 \quad \text{при} \quad x \le 0, \\ \dfrac{1}{3}x^2 + \dfrac{2}{3}x \text{ при } 0 < x \le 1, \\ 1 \quad \text{при} \quad x > 1. \end{cases}$

77. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad x \le -2, \\ \dfrac{1}{49}(x+2)^2 & \text{при} \ -2 < x \le 5, \\ 1 & \text{при} \quad x > 5. \end{cases}$

78. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad x \le 1, \\ \dfrac{1}{2}(x-1) & \text{при} \ 1 < x \le 3, \\ 1 & \text{при} \quad x > 3. \end{cases}$

79. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad x \le -1, \\ \dfrac{1}{9}(x+1)^2 & \text{при} \ -1 < x \le 2, \\ 1 & \text{при} \quad x > 2. \end{cases}$

80. $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \ x \le 0, \\ \dfrac{1}{4}x^2 + \dfrac{3}{4}x & \text{при} \ 0 < x \le 1, \\ 1 & \text{при} \ x > 1. \end{cases}$

Задание 5. Текущая цена акции может быть смоделирована с помощью нормального закона распределения с математическим ожиданием *a* и средним квадратическим отклонением *σ*. Требуется: а) записать функцию плотности вероятности случайной величины *X* – цена акции и построить её график; б) найти вероятность того, что случайная величина *X* примет значения, принадлежащие интервалу *(α, β)*; в) найти вероятность того, что абсолютная величина $|X - a|$ окажется меньше *ε*.

81. $a = 15$; $\sigma = 0{,}2$; $\alpha = 14{,}9$; $\beta = 15{,}3$; $\varepsilon = 0{,}1$.
82. $a = 16$; $\sigma = 0{,}3$; $\alpha = 15{,}8$; $\beta = 16{,}1$; $\varepsilon = 0{,}5$.
83. $a = 17$; $\sigma = 0{,}25$; $\alpha = 16{,}9$; $\beta = 17{,}3$; $\varepsilon = 0{,}7$.
84. $a = 19$; $\sigma = 0{,}4$; $\alpha = 18{,}7$; $\beta = 19{,}2$; $\varepsilon = 0{,}3$.
85. $a = 20$; $\sigma = 0{,}5$; $\alpha = 19{,}9$; $\beta = 20{,}3$; $\varepsilon = 0{,}7$.
86. $a = 21$; $\sigma = 0{,}4$; $\alpha = 20{,}8$; $\beta = 21{,}5$; $\varepsilon = 0{,}6$.
87. $a = 22$; $\sigma = 0{,}3$; $\alpha = 21{,}7$; $\beta = 22{,}1$; $\varepsilon = 0{,}8$.
88. $a = 23$; $\sigma = 0{,}5$; $\alpha = 22{,}8$; $\beta = 23{,}4$; $\varepsilon = 0{,}9$.
89. $a = 25$; $\sigma = 0{,}4$; $\alpha = 24{,}9$; $\beta = 25{,}6$; $\varepsilon = 0{,}1$.
90. $a = 24$; $\sigma = 0{,}5$; $\alpha = 23{,}3$; $\beta = 24{,}4$; $\varepsilon = 0{,}2$.
91. $a = 27$; $\sigma = 0{,}8$; $\alpha = 26{,}3$; $\beta = 27{,}7$; $\varepsilon = 0{,}4$.

92. $a = 28$; $\sigma = 0{,}9$; $\alpha = 27{,}5$; $\beta = 28{,}9$; $\varepsilon = 0{,}7$.
93. $a = 26$; $\sigma = 0{,}7$; $\alpha = 25{,}2$; $\beta = 26{,}8$; $\varepsilon = 0{,}5$.
94. $a = 29$; $\sigma = 0{,}5$; $\alpha = 28{,}3$; $\beta = 29{,}6$; $\varepsilon = 0{,}85$.
95. $a = 32$; $\sigma = 0{,}8$; $\alpha = 31{,}2$; $\beta = 33{,}4$; $\varepsilon = 0{,}56$.
96. $a = 30$; $\sigma = 0{,}6$; $\alpha = 29{,}1$; $\beta = 30{,}6$; $\varepsilon = 0{,}65$.
97. $a = 31$; $\sigma = 0{,}9$; $\alpha = 30{,}3$; $\beta = 31{,}8$; $\varepsilon = 0{,}48$.
98. $a = 35$; $\sigma = 0{,}4$; $\alpha = 34{,}6$; $\beta = 35{,}9$; $\varepsilon = 0{,}84$.
99. $a = 33$; $\sigma = 0{,}5$; $\alpha = 32{,}1$; $\beta = 33{,}8$; $\varepsilon = 0{,}59$.
100. $a = 34$; $\sigma = 0{,}7$; $\alpha = 33{,}3$; $\beta = 35{,}7$; $\varepsilon = 0{,}38$.

Задание 6. В офисе банка находится k служащих. Если клиент заходит в офис и все служащие заняты, то он уходит. Среднее число клиентов, обращающихся в офис за час, равно λ. Среднее время обслуживания клиента составляет t минут. Определить: 1) вероятность того, что клиент получит отказ или будет обслужен; 2) среднее число клиентов, обслуживаемых в течение часа; 3) среднее число занятых служащих.

101. $k = 5$; $\lambda = 7$; $t = 12$.
102. $k = 3$; $\lambda = 5$; $t = 15$.
103. $k = 4$; $\lambda = 6$; $t = 10$.
104. $k = 5$; $\lambda = 5$; $t = 20$.
105. $k = 3$; $\lambda = 5$; $t = 6$.
106. $k = 3$; $\lambda = 6$; $t = 10$.
107. $k = 5$; $\lambda = 8$; $t = 15$.
108. $k = 5$; $\lambda = 9$; $t = 12$.
109. $k = 4$; $\lambda = 6$; $t = 20$.
110. $k = 4$; $\lambda = 7$; $t = 10$.
111. $k = 4$; $\lambda = 6$; $t = 12$.
112. $k = 5$; $\lambda = 8$; $t = 20$.
113. $k = 5$; $\lambda = 7$; $t = 15$.
114. $k = 3$; $\lambda = 5$; $t = 6$.
115. $k = 3$; $\lambda = 5$; $t = 8$.
116. $k = 5$; $\lambda = 8$; $t = 10$.
117. $k = 5$; $\lambda = 8$; $t = 15$.
118. $k = 5$; $\lambda = 9$; $t = 12$.
119. $k = 3$; $\lambda = 5$; $t = 15$.
120. $k = 4$; $\lambda = 6$; $t = 10$.

Задание 7 (варианты 1–20). Время, которое затрачивается работниками справочно-информационного фонда учреждения для обслуживания запросов, является случайной величиной. Можно считать, что в течение дня поступает 500 запросов. Главный менеджер компании решил предпринять выборочную проверку и выбрал 50 запросов из 500, поступивших за день, чтобы иметь представление об общем времени, необходимом для обслуживания всех поступивших запросов. Время (в минутах), истраченное на обслуживание выбранных запросов:
10 + *V*; 20 + *V*; 30 + *V*; 18 + *V*; 20 + *V*; 10 + *V*; 20 + *V*; 20 + *V*; 40 + *V*; 38 + *V*; 27 + *V*; 24 + *V*; 20 + *V*; 18 + *V*; 24 + *V*; 30 + *V*; 15 + *V*; 15 + *V*; 35 + *V*; 45 + *V*; 35 + *V*; 18 + *V*; 15 + *V*; 24 + *V*; 18 + *V*; 15 + *V*; 38 + *V*; 30 + *V*; 24 + *V*; 20 + *V*; 20 + *V*; 18 + *V*; 10 + *V*; 15 + *V*; 18 + *V*; 10 + *V*; 20 + *V*; 24 + *V*; 27 + *V*; 15 + *V*; 20 + *V*; 18 + *V*; 27 + *V*; 35 + *V*; 20 + *V*; 15 + *V*; 18 + *V*; 20 + *V*; 27 + *V*; 20 + *V*, где *V* – номер варианта.

Используя функции, вычислите:

- минимальное значение данных наблюдений;
- максимальное значение данных наблюдений;
- выборочную среднюю;
- моду;
- медиану;
- исправленную дисперсию;
- стандартное отклонение.

Постройте диаграмму, на которой показаны значения случайной величины и их относительные частоты.

На основе выборки найдите оценку общего времени, необходимого для обслуживания всех запросов.

Сколько сотрудников должно работать в справочно-информационной службе?

Задание 8 (варианты 1–20). Спортивный клуб проводит курс оздоровительных мероприятий для своих членов. Чтобы определить эффективность выбранных процедур оздоровления, был измерен вес 10 случайно выбранных членов клуба до проведения мероприятий по оздоровлению, и 10 других – после. Результаты приведены ниже.

До	68 + *V*	65 + *V*	66 + *V*	66 + *V*	67 + *V*	66 + *V*	66 + *V*	64 + *V*	69 + *V*	63 + *V*
После	65 + *V*	62 + *V*	64 + *V*	65 + *V*	65 + *V*	64 + *V*	59 + *V*	63 + *V*	65 + *V*	68 + *V*

V – номер варианта.

Постройте 90%, 95% и 97% доверительные интервалы:

- для среднего веса членов клуба перед курсом;
- среднего веса членов клуба после курса.

Какой вывод можно сделать об эффективности курса?

Задание 9 (варианты 1–7). Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с заданным эмпирическим распределением (табл. 4).

Таблица 4

Номер интервала i	Граница интервала		Частота m_i
	x_i	x_{i+1}	
1	$-20V$	$-10V$	$20 + V$
2	$-10V$	0	$47 + V$
3	0	$10V$	$80 + V$
4	$10V$	$20V$	$89 + V$
5	$20V$	$30V$	$30 + V$
6	$30V$	$40V$	$40 + V$
7	$40V$	$50V$	$50 + V$

V – номер варианта.

Задание 9 (варианты 8–14). В течение 10 ч регистрировали прибытие автомашин к бензоколонке и получили эмпирическое распределение, приведенное в табл. 5 (в первом столбце указан интервал времени в часах, во втором столбце – частота, т.е. количество машин, прибывших в этом интервале). Всего было зарегистрировано $120 + 10V$ машин (V – номер варианта). Требуется при уровне значимости 0,01 проверить гипотезу о том, что время прибытия машин распределено равномерно.

Таблица 5

$x_{i-1} - x_i$	m_i
8–9	$4 + V$
9–10	$32 + V$
10–11	$14 + V$
11–12	$8 + V$
12–13	$20 + V$
13–14	$V - 2$
14–15	$3 + V$
15–16	$25 + V$
16–17	$10 + V$
17–18	$6 + V$

Задание 9 (варианты 15–20). В итоге проверки на нестандартность 185 + V (V – номер варианта) ящиков консервов получено следующее эмпирическое распределение (табл. 6) (в первой строке указано количество x_i нестандартных коробок консервов в одном ящике; во второй строке – частота m_i, т.е. число ящиков, содержащих x_i коробок нестандартных консервов). Требуется при уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о том, что случайная величина X – число нестандартных коробок – распределена по закону Пуассона.

Таблица 6

x_i	0	1	2	3	4
m_i	117 + V	28 + V	5 + V	18 – V	17 – V

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Таблица значений функций $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	39655	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3652	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	332	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2807	2874	2850	2827	2800	2780	2756	2732	2700	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1738
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1529	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0731	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0450	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0056	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

Приложение 2

Таблица значений функции $p(m;\lambda)=\dfrac{\lambda^m}{m!}e^{-\lambda}$

λ \ m	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,1	0,9048	0905	0045	0002	0000						
0,2	8187	1637	0164	0011	0001						
0,3	7408	2222	0333	0033	0003	0000					
0,4	6703	2681	0536	0072	0007	001					
0,5	6065	3033	0758	0126	0016	0002					
0,6	5488	3293	0988	0198	0030	0004	0000				
0,7	4966	3476	1217	0284	0050	0007	0001				
0,8	4493	3595	1438	0383	0077	0012	0002				
0,9	4066	3659	1647	0494	0111	0020	0003	0000			
1	3679	3679	1839	0613	0153	0031	0005	0001	0000	0000	
2	1353	2707	2707	1805	0902	0361	0120	0034	0009	0002	0000
3	0498	1494	2240	2240	1680	1008	0504	0216	0081	0027	0008
4	0183	0733	1465	1954	1954	1563	1042	0595	0298	0132	0052
5	0067	0337	0842	1404	1755	1755	1462	1044	0653	0363	0181
6	0025	0149	0146	0892	1339	1606	1606	1337	1033	0688	0413
7	0009	0064	0223	0521	0921	1277	1490	1490	1304	1014	0710
8	0003	0027	0107	0286	0573	0916	1221	1396	1396	1241	0993
9	0001	0011	0050	0150	0337	0607	0911	1171	1318	1318	1186
10	0000	0004	0023	0076	0189	0378	0631	0901	1126	1251	1251

Приложение 3

Таблица значений функции $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}}dz$

X	Ф(x)	x	Ф(x)	x	Ф(x)	x	Ф(x)
0,00	0,0000	0,18	0,0714	0,36	0,1406	0,54	0,2054
0,01	0,0040	0,19	0,0753	0,37	0,1443	0,55	0,2088
0,02	0,0080	0,20	0,0793	0,38	0,1480	0,56	0,2123
0,03	0,0120	0,21	0,0832	0,39	0,1517	0,57	0,2157
0,04	0,0160	0,22	0,0871	0,40	0,1554	0,58	0,2190
0,05	0,0199	0,23	0,0910	0,41	0,1591	0,59	0,2224
0,06	0,0239	0,24	0,0948	0,42	0,1628	0,60	0,2257
0,07	0,0279	0,25	0,0987	0,43	0,1664	0,61	0,2291
0,08	0,0319	0,26	0,1026	0,44	0,1700	0,62	0,2324
0,09	0,0359	0,27	0,1064	0,45	0,1736	0,63	0,2357
0,10	0,0398	0,28	0,1103	0,46	0,1772	0,64	0,2389
0,11	0,0438	0,29	0,1141	0,47	0,1808	0,65	0,2422
0,12	0,0478	0,30	0,1179	0,48	0,1844	0,66	0,2454
0,13	0,0517	0,31	0,1217	0,49	0,1879	0,67	0,2486
0,14	0,0557	0,32	0,1255	0,50	0,1915	0,68	0,2517
0,15	0,0596	0,33	0,1293	0,51	0,1950	0,69	0,2549
0,16	0,0636	0,34	0,1331	0,52	0,1985	0,70	0,2580
0,17	0,0675	0,35	0,1368	0,53	0,2019	0,71	0,2611
0,72	0,2642	1,21	0,3869	1,70	0,4554	2,38	0,4913
0,73	0,2673	1,22	0,3883	1,71	0,4564	2,40	0,4918
0,74	0,2703	1,23	0,3907	1,72	0,4573	2,42	0,4922
0,75	0,2734	1,24	0,3925	1,73	0,4582	2,44	0,4927
0,76	0,2764	1,25	0,3944	1,74	0,4591	2,46	0,4931
0,77	0,2794	1,26	0,3962	1,75	0,4599	2,48	0,4934
0,78	0,2823	1,27	0,3980	1,76	0,4608	2,50	0,4938
0,79	0,2852	1,28	0,3997	1,77	0,4616	2,52	0,4941
0,80	0,2881	1,29	0,4015	1,78	0,4625	2,54	0,4945
0,81	0,2910	1,30	0,4032	1,79	0,4633	2,56	0,4948
0,82	0,2939	1,31	0,4049	1,80	0,4641	2,58	0,4951
0,83	0,2967	1,32	0,4066	1,81	0,4649	2,60	0,4953
0,84	0,2995	1,33	0,4082	1,82	0,4656	2,62	0,4956
0,85	0,3023	1,34	0,4099	1,83	0,4664	2,64	0,4959
0,86	0,3051	1,35	0,4115	1,84	0,4671	2,66	0,4961
0,87	0,3078	1,36	0,4131	1,85	0,4678	2,68	0,4963
0,88	0,3106	1,37	0,4147	1,86	0,4686	2,70	0,4965
0,89	0,3133	1,38	0,4162	1,87	0,4693	2,72	0,4967
0,90	0,3159	1,39	0,4177	1,88	0,4699	2,74	0,4969
0,91	0,3186	1,40	0,4192	1,89	0,4706	2,76	0,4971
0,92	0,3212	1,41	0,4207	1,90	0,4713	2,78	0,4973
0,93	0,3238	1,42	0,4222	1,91	0,4719	2,80	0,4974
0,94	0,3264	1,43	0,4236	1,92	0,4726	2,82	0,4976
0,95	0,3289	1,44	0,4251	1,93	0,4732	2,84	0,4977

Окончание табл. П.3

X	*Φ*(*x*)	*x*	*Φ*(*x*)	*x*	*Φ*(*x*)	*x*	*Φ*(*x*)
0,96	0,3315	1,45	0,4265	1,94	0,4738	2,86	0,4979
0,97	0,3340	1,46	0,4279	1,95	0,4744	2,88	0,4980
0,98	0,3365	1,47	0,4292	1,96	0,4750	2,90	0,4981
0,99	0,3389	1,48	0,4306	1,97	0,4756	2,92	0,4982
1,00	0,3413	1,49	0,4319	1,98	0,4761	2,94	0,4984
1,01	0,3438	1,50	0,4332	1,99	0,4767	2,96	0,4985
1,02	0,3461	1,51	0,4345	2,00	0,4772	2,98	0,4986
1,03	0,3485	1,52	0,4357	2,02	0,4783	3,00	0,49865
1,04	0,3508	1,53	0,4370	2,04	0,4793	3,20	0,49931
1,05	0,3531	1,54	0,4382	2,06	0,4803	3,40	0,49966
1,06	0,3554	1,55	0,4394	2,08	0,4812	3,60	0,499841
1,07	0,3577	1,56	0,4406	2,10	0,4821	3,80	0,499928
1,08	0,3599	1,57	0,4418	2,12	0,4830	4,00	0,499968
1,09	0,3621	1,58	0,4429	2,14	0,4838	4,50	0,499997
1,10	0,3643	1,59	0,4441	2,16	0,4846	5,00	0,499997
1,11	0,365	1,60	0,4452	2,18	0,4854		
1,12	0,3686	1,61	0,4463	2,20	0,4861		
1,13	0,3708	1,62	0,4474	2,22	0,4868		
1,14	0,3729	1,63	0,4484	2,24	0,4875		
1,15	0,3749	1,64	0,4495	2,26	0,4881		
1,16	0,3770	1,65	0,4505	2,28	0,4887		
1,17	0,3790	1,66	0,4515	2,30	0,4893		
1,18	0,3810	1,67	0,4525	2,32	0,4898		
1,19	0,3830	1,68	0,4535	2,34	0,4904		
1,20	0,3849	1,69	0,4545	2,36	0,4909		

Приложение 4

Критические точки распределения χ^2 (k – число степеней свободы)

k	Уровень значимости α					
	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99
1	6,6	5,0	3,8	0,0039	0,00098	0,00016
2	9,2	7,4	6,0	0,103	0,051	0,020
3	11,3	9,4	7,8	0,352	0,216	0,115
4	13,3	11,1	9,5	0,711	0,484	0,297
5	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,6	1,64	1,24	0,872
7	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1,24
8	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,65
9	21,7	19,0	16,9	3,33	2,70	2,09
10	23,2	20,5	18,3	3,94	3,25	2,56
11	24,7	21,9	19,7	4,57	3,82	3,05
12	26,2	23,3	21,0	5,23	4,40	3,57
13	27,7	24,7	22,4	5,89	5,01	4,11
14	29,1	26,1	23,7	6,57	5,63	4,66
15	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,23
16	32,0	28,8	26,3	7,96	6,91	5,81
17	33,4	30,2	27,6	8,67	7,56	6,41
18	34,8	31,5	28,9	9,39	8,23	7,01
19	36,2	32,9	30,1	10,1	8,91	7,63
20	37,6	34,2	31,4	10,9	9,59	8,26
21	38,9	35,5	32,7	11,6	10,3	8,26
22	40,3	36,8	33,9	12,3	11,0	9,54
23	41,6	38,1	35,2	13,1	11,7	10,2
24	43,0	39,4	36,4	13,8	12,4	10,9
25	44,3	40,6	37,7	14,6	13,1	11,5
26	45,6	41,9	38,9	15,4	13,8	12,2
27	47,0	43,3	40,1	16,2	14,6	12,9
28	48,3	44,5	41,3	16,9	15,3	13,6
29	49,6	45,7	42,6	17.7	16,0	14,3
30	50,9	47,0	43,8	18,5	16,8	15,0

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие / В.Е. Гмурман. – Москва: Высшая школа, 2003. – Текст: непосредственный.
2. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие / В.Е. Гмурман. – Москва: Высшая школа, 2006. – Текст: непосредственный.
3. Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / Н.Ш. Кремер. – Москва: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. – Текст: непосредственный.
4. Крыньский, Х.Э. Математика для экономистов / Х.Э. Крыньский. – Москва: Статистика, 1970. – Текст: непосредственный.
5. Общий курс высшей математики для экономистов / под ред. В.И. Ермакова. – Москва: ИНФРА-М, 1999. – Текст: непосредственный.
6. Демидович, Б.П. Краткий курс высшей математики / Б.П. Демидович, В.А. Кудрявцев. – Москва: Астрель, АСТ, 2001. – Текст: непосредственный.

СОДЕРЖАНИЕ

Компьютерная верстка Т.В. Телеляева

Темплан ФГБОУВО «НГИИ» 2020 г. Поз. 17. Подписано в печать 21.09.2020.
Формат 60x84 1/16. Бум. для копир.-мн.ап. Гарнитура *Bookman Old Style.*
Печать плоская. Усл.п.л. 2,9. Уч.-изд.л. 2,9. Тираж 30 экз. Заказ 13.

663310, Норильск, ул. 50 лет Октября, 7. E-mail: RIO@norvuz.ru

Отпечатано с готового оригинал-макета в отделе ТСОиП ФГБОУВО «НГИИ»