

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Блинова Светлана Павловна

Должность: Заместитель директора по учебно-воспитательной работе

Дата подписания: 29.03.2023 11:02:52

Уникальный программный ключ:

1cafd4e102a27ce11a89a2a7ceb20237f3ab5c65

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Норильский индустриальный институт»  
Политехнический колледж

**Комплект  
контрольно-оценочных средств  
учебной дисциплины  
ЕН.01. Математика  
по специальности среднего профессионального образования (СПО)**

13.02.01 Тепловые электрические станции

# **1 Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств (КОС)**

## **1.1 Формируемые компетенции**

КОС предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины математика.

КОС включают контрольные материалы для проведения текущего, рубежного контроля и промежуточной аттестации в форме экзамена.

В результате освоения учебной дисциплины Математика обучающийся должен обладать предусмотренными ФГОС следующими умениями, знаниями, которые формируют общие компетенции:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), за результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

ПК 1.3. Контролировать работу тепловой автоматики и контрольно-измерительных приборов в котельном цехе.

ПК 1.4. Проводить наладку и испытания основного и вспомогательного оборудования котельного цеха.

ПК 2.3. Контролировать работу тепловой автоматики, контрольно-измерительных приборов, электрооборудования в турбинном цехе.

ПК 2.4. Проводить наладку и испытания основного и вспомогательного оборудования турбинного цеха.

ПК 3.1. Планировать и обеспечивать подготовительные работы по ремонту теплоэнергетического оборудования.

ПК 3.3. Проводить ремонтные работы и контролировать качество их выполнения.

ПК 4.1. Управлять параметрами производства тепловой энергии.

ПК 4.2. Определять технико-экономические показатели работы основного и вспомогательного оборудования ТЭС.

ПК 4.3. Оптимизировать технологические процессы.

ПК 5.1. Планировать работу производственного подразделения.

№	Тип (вид) задания	Проверяемые знания и умения	Критерии оценки
1	Тесты	правил вычисления пределов функции в точке, на бесконечности; вычисление производных, вычисление интегралов	«5» - 100 – 90% правильных ответов «4» - 89 – 80% правильных ответов «3» - 79 – 70% правильных ответов «2» - 69% и менее правильных ответов
2	Математический диктант	Знание таблицы производных элементарных функций; правил дифференцирования; таблицы интегралов	«5» - 100 – 90% правильных ответов «4» - 89 – 80% правильных ответов «3» - 79 – 70% правильных ответов «2» - 69% и менее правильных ответов
3	Устный опрос	Знание правил нахождения пределов функции, определения производной; определение первообразной, алгоритмов вычисления площадей криволинейных трапеций	За правильный ответ ставится положительная оценка
4	Самостоятельная работа студентов	Знания и умения, формируемые при изучении темы (раздела)	Положительная оценка ставится при соблюдении правильности расчетов и построении графиков

**2. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке**

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Основные показатели оценки результатов
Умение решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;	<ul style="list-style-type: none"> <li>У1 Нахождение производной функции</li> <li>- У2 Нахождение производных высших порядков</li> <li>- У3 Нахождение неопределенных интегралов</li> <li>- У4 Вычисление определенных интегралов</li> <li>- У5 Нахождение частных производных</li> <li>- У6 Исследование рядов на сходимости</li> <li>- У7 Решение дифференциальных уравнений первого и второго порядка</li> </ul>
Знание основных математических методов решения прикладных задач в области профессиональной деятельности	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Исследование рядов на сходимости</li> <li>- Решение дифференциальных уравнений первого и второго порядка</li> </ul>

<p>Знание основных понятий и методов математического анализа, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики;</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Перечисление последовательности действий при решении систем линейных уравнений методом обратной матрицы, по формулам Крамера, методом Гаусса</li> <li>- Формулировка правил дифференцирования и перечисление производных основных элементарных функций</li> <li>- Перечисление табличных интегралов</li> <li>- Формулировка классического определения вероятности</li> </ul>
<p>Знание основ интегрального дифференциального исчисления.</p>	<p>Приложение определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур, объемов тел вращения, пути, пройденного точкой</p> <p>-</p>

Элемент учебной дисциплины	Формы и методы контроля					
	Текущий контроль		Рубежный контроль		Промежуточная аттестация	
	Форма контроля	Проверяемые У	Форма контроля	Проверяемые У	Форма контроля	Проверяемые ОК, У
<b>Раздел 1. Введение в математический анализ</b>					<b>экзамен</b>	<i>У1 – У6 ОК1 – ОК9</i>
Тема 1.1. Функции, последовательности, пределы	расчетное задание 4.1 расчетное задание 4.2	<i>З1</i>	<i>экзаменационное задание</i>			
<b>Раздел 2 Дифференциальное исчисление функций одной переменной</b>						
Тема 2.1. Техника дифференцирования	расчетное задание 4.3 самостоятельная работа №1	<i>У1</i>	<i>экзаменационное задание</i>	<i>У1</i>		
Тема 2.2. Применение дифференциального исчисления для исследования функций и построения их графиков	расчетное задание 4.4	<i>У1</i>	<i>экзаменационное задание</i>	<i>У1</i>		
<b>Раздел 3 Интегральное исчисление функции одной переменной</b>						
Тема 3.1. Неопределенный интеграл и его свойства	расчетное задание 4.5 устный опрос	<i>У3</i>	<i>экзаменационное задание</i>	<i>У3</i>		
Тема 3. 2. Определенный интеграл	самостоятельная работа №2	<i>У4</i>	самостоятельная работа №3 <i>экзаменационное задание</i>	<i>У4</i>		
<b>Раздел 4 Функции нескольких переменных</b>						
Тема 4.1. Дифференцирование функции нескольких переменных	самостоятельная работа №4	<i>У2</i>	контрольная работа №1 <i>экзаменационное задание</i>	<i>У1-У2</i>		
<b>Раздел 5 Обыкновенные дифференциальные уравнения</b>		<i>У1</i>				
Тема 5.1. Дифференциальные уравнения 1 порядка	<i>Устный опрос</i>	<i>У7</i>	<i>экзаменационное задание</i>	<i>У7</i>		

Тема 5.2. Дифференциальные уравнения 2 порядка	<i>Устный опрос, самостоятельная работа</i>	У7	контрольная работа №2 экзаменационное задание	У3-У7		
<b>Раздел 6 Числовые и функциональные ряды</b>						
Тема 6.1. Числовые ряды	<i>расчетное задание 4.9</i>	У6	<i>экзаменационное задание</i>	У6		
Тема 6.2. Функциональные ряды	<i>устный опрос</i>	У6	<i>экзаменационное задание</i>	У6		
<b>Раздел 7 Элементы теории вероятностей и математической статистики</b>						
Тема 7.1. Основные теоремы теории вероятностей	<i>расчетное задание 4.10</i>	З1	<i>экзаменационное задание</i>			
Тема 7.2. Случайные величины и их законы распределения	<i>расчетное задание 4.10</i>	З1	<i>экзаменационное задание</i>			

#### 4. Типовые задания для оценки освоения раздела 3. Основы математического анализа.

##### 4.1. Устный опрос (математический диктант)

###### Текст задания

Сформулировать правила дифференцирования и записать производные основных элементарных функций:

1°.  $c' =$

2°.  $(x^a)' =$

В частности,  $x' =$

$(x^2)' =$

$(x^3)' =$

$(\sqrt{x})' =$

$\left(\frac{1}{x}\right)' =$

3°.  $(kx+b)' =$

4°.  $(a^x)' =$

В частности,  $(e^x)' =$

5°.  $(\log_a x)' =$

В частности,  $(\ln x)' =$

$(\lg x)' =$

6°.  $(\sin x)' =$

7°.  $(\cos x)' =$

8°.  $(\operatorname{tg} x)' =$

9°.  $(\operatorname{ctg} x)' =$

10°.  $(\arcsin x)' =$

11°.  $(\arccos x)' =$

12°.  $(\operatorname{arctg} x)' =$

13°.  $(\operatorname{arcctg} x)' =$

###### ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

14°.  $(u+v)' =$

15°.  $(u-v)' =$

16°.  $(uv)' =$

17°.  $(cu)' =$

18°.  $\left(\frac{u}{v}\right)' =$

В частности,  $\left(\frac{1}{v}\right)' =$

###### ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

19°.  $f(\varphi(x))' =$

##### Самостоятельная работа обучающихся № 1 на тему: «Производные и дифференциалы высших порядков».

Проверяемые результаты обучения: 32; У1; ОК2, ОК3, ОК6, ОК8

*Номер примера соответствует номеру варианта в задании (индивидуальные номера)*

1. Даны функции  $y(x)$  и  $g(x)$ . Найти производные первого, второго, третьего и четвертого порядков.

I.  $y(x) = x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 7x + 4$  и  $g(x) = 3^x$ ;

II.  $y(x) = 2x^5 - x^3 - 5x^2 + 13x + 1$  и  $g(x) = 14^x$ ;

III.  $y(x) = 2x^5 - 7x^4 - 5x^3 + 6x$  и  $g(x) = \sin 2x$ ;

IV.  $y(x) = x^5 - 4x^4 - 3x^2 + 18x + 18$  и  $g(x) = \cos 2x$ ;

2. Найти дифференциалы первого, второго и третьего порядков.

I.  $f(x) = (4x+5)^3$ ; II.  $f(x) = (2x+4)^6$ ; III.  $f(x) = (3x+3)^5$ ; IV.  $f(x) = (5x+15)^4$ .

## 4.1. Расчетное задание

### Текст задания

<b>1 вариант</b>	<b>2 вариант</b>
<p>1. Вычислить предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 8x + 15}.$	<p>1. Вычислить предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + x - 20}{x^2 - 16}.$
<p>2. Вычислить предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 5}{3x - 6}.$	<p>2. Вычислить предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x + 6}{2x - 4}.$
<p>3. Вычислить предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{\sin 12x}.$	<p>3. Вычислить предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sin 13x}.$
<p>4. Вычислить предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{x}\right)^{\frac{x}{3}}.$	<p>4. Вычислить предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{12}{x}\right)^{\frac{x}{4}}.$
<b>3 вариант</b>	<b>4 вариант</b>
<p>1. Вычислить предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x^2 - 5x - 14}.$	<p>1. Вычислить предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{x^2 - 25}.$
<p>2. Вычислить предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 4}{2x - 6}.$	<p>2. Вычислить предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 1}{2x - 10}.$
<p>3. Вычислить предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{\sin 4x}.$	<p>3. Вычислить предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\sin 19x}.$
<p>4. Вычислить предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{15}{x}\right)^{\frac{x}{5}}.$	<p>4. Вычислить предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^{2x}.$
<b>5 вариант</b>	<b>6 вариант</b>



<p>1. Вычислить предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 - 36}.$ <p>2. Вычислить предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x - 3}{3x - 12}.$ <p>3. Вычислить предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 14x}.$ <p>4. Вычислить предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{10}{x}\right)^{3x}.$	<p>Вычислить предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2 - 81}{x^2 - 11x + 18}.$ <p>2. Вычислить предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{3x - 5}{2x - 12}.$ <p>3. Вычислить предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 19x}{\sin 3x}.$ <p>4. Вычислить предел функции:</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{14}{x}\right)^{2x}.$
--	--

## 4.2. Расчетное задание

### Текст задания

#### Вариант 1

Исследовать функцию  $f(x) = \frac{1}{x}$  на непрерывность в точке  $x_0 = 0$ .

#### Вариант 2

Исследовать функцию  $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{при } x \neq 0, \\ 1 & \text{при } x = 0 \end{cases}$  на непрерывность в точке  $x_0 = 0$ .

#### Вариант 3

Исследовать функцию  $f(x) = x^2$  на непрерывность в точке  $x_0 = 0$ .

## 4.3. Расчетное задание

### Текст задания

#### Вариант 1

1. Найти производную функции  $y = \sin^6(4x^3 - 2)$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 3x^4 + \cos 5x$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = \frac{3}{x}$  в точке с абсциссой  $x_0 = -1$ ,  $x_0 = 1$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 5t$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

#### Вариант 2

1. Найти производную функции  $y = \cos^4(6x^2 + 9)$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 2x^5 - \sin 3x$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = 2x - x^2$  в точке с абсциссой  $x_0 = 0$ ,  $x_0 = 2$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = t^3 - 4t^2$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

### Вариант 3

1. Найти производную функции  $y = tg^5(3x^4 - 13)$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 4x^3 - e^{5x}$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = x^2 + 1$  в точке с абсциссой  $x_0 = 0$ ,  $x_0 = 1$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = \frac{1}{4}t^4 + t^2$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

### Вариант 4

1. Найти производную функции  $y = ctg^4(5x^3 + 6)$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 5x^4 - \cos 4x$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = x^3 - 1$  в точке с абсциссой  $x_0 = -1$ ,  $x_0 = 2$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = t^4 - 2t$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

### Вариант 5

1. Найти производную функции  $y = \arcsin^3 7x^2$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 4x^4 + \sin 2x$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = tgx$  в точке с абсциссой  $x_0 = \frac{\pi}{4}$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{3}$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = 2t^3 - 8$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

### Вариант 6

1. Найти производную функции  $y = arctg^6 5x^4$ .
2. Найти производную третьего порядка функции  $y = 6x^5 + e^{4x}$ .
3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = 1 + \cos x$  в точке с абсциссой  $x_0 = 0$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = t^4 + 2t$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t=5$  с. (Перемещение измеряется в метрах.)

#### 4.4. Расчетное задание

##### Текст задания

Исследовать функцию и построить ее график.

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
$f(x) = x^2 - 2x + 8$	$f(x) = -\frac{2x^2}{3} + x + \frac{2}{3}$	$f(x) = -x^2 + 5x + 4$	$f(x) = \frac{x^2}{4} + \frac{x}{16} + \frac{1}{4}$
Вариант 5	Вариант 6	Вариант 7	Вариант 8
$f(x) = -x^3 + 3x - 2$	$f(x) = x^4 - 2x^2 - 3$	$f(x) = x^3 + 3x + 2$	$f(x) = 3x^2 - x^3$

#### 4.5. Текст задания

##### Вариант 1

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

1.  $\int \left( 5 \cos x - 3x^2 + \frac{1}{x} \right) dx.$

2.  $\int \frac{3x^8 - x^5 + x^4}{x^5} dx.$

3.  $\int (6^x \cdot 3^{2x} - 4) dx.$

4.  $\int \left( \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx.$

5.  $\int \frac{dx}{1+16x^2}.$

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

6.  $\int (8x - 4)^3 dx.$

7.  $\int \frac{12x^3 + 5}{3x^4 + 5x - 3} dx.$

8.  $\int x^5 \cdot e^{x^6} dx.$

9. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям:  $\int (x + 5) \cos x dx$

##### Вариант 2

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

1.  $\int \left( 6 \sin x + 4x^3 - \frac{1}{x} \right) dx.$

2.  $\int \frac{x^9 - 3x^7 + 2x^6}{x^7} dx.$

3.  $\int (7^x \cdot 2^{2x} + 5) dx.$

4.  $\int \left( \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx.$

$$5. \int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}.$$

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

$$6. \int (7x+5)^4 dx.$$

$$7. \int \frac{18x^2-3}{6x^3-3x+8} dx.$$

$$8. \int x^7 \cdot e^{x^8} dx.$$

$$9. \text{Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям: } \int (x-2)\sin x dx$$

#### 4.6. Устный ответ (математический диктант)

##### Текст задания

Записать табличные интегралы:

$$1^\circ. \int 0 dx =$$

$$2^\circ. \int x^\alpha dx = \quad \text{В частности, } \int dx =$$

$$3^\circ. \int \frac{dx}{x} =$$

$$4^\circ. \int a^x dx = \quad \text{В частности, } \int e^x dx =$$

$$5^\circ. \int \cos x dx =$$

$$6^\circ. \int \sin x dx =$$

$$7^\circ. \int \frac{dx}{\cos^2 x} =$$

$$8^\circ. \int \frac{dx}{\sin^2 x} =$$

$$9^\circ. \int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \quad \text{В частности, } \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$10^\circ. \int \frac{dx}{a^2+x^2} = \quad \text{В частности, } \int \frac{dx}{1+x^2} =$$

#### Самостоятельная работа № 2 «Вычисление определенных интегралов и практическое приложение его»

Проверяемые результаты обучения: ЗЗ; УЗ;У4, ОК1, ОК2, ОК3, ОК5, ОК8

##### Текст задания

##### Вариант 1

$$1. \text{Вычислить определенный интеграл: } \int_0^2 (4x^2 + x - 3) dx.$$

$$2. \text{Вычислить определенный интеграл методом подстановки: } \int_2^3 (2x-1)^3 dx.$$

$$3. \text{Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями: } y = -x^2 + 4, \quad y = 0, \quad x = -2, \quad x = 2.$$

$$4. \text{Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями: } y = \sqrt{x}, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad x = 4.$$

5. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 3t^2 + 2t + 1$  (м/с). Найти путь  $S$ , пройденный точкой за 10 с от начала движения.

### Вариант 2

1. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^3 (2x^2 - x + 4) dx$ .
2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки:  $\int_0^1 (3x + 1)^4 dx$ .
3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = -x^2 + 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = -1$ ,  $x = 1$ .
4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями:  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ .
5. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 9t^2 - 8t$  (м/с). Найти путь  $S$ , пройденный точкой за четвертую секунду.

### Устный опрос

Проверяемые результаты обучения: 34; У2; ОК1, ОК2, ОК3, ОК6, ОК8

### Ответьте на вопросы:

- 1) Сформулируйте определение производной.
- 2) Производная функции одной переменной: геометрический и физический смысл. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
- 3) Правила дифференцирования.
- 4) Производная сложной функции.
- 5) Таблица производных основных элементарных функций.
- 6) Связь дифференцируемости и непрерывности функции
- 7) Дифференциал: определение, свойства, геометрический смысл.
- 8) Необходимое условие экстремума дифференцируемых функций
- 9) Достаточное условие экстремума.
- 10) Наибольшее и наименьшее значения функции на данном промежутке.
- 11) Выпуклость и вогнутость графика функции на заданном промежутке; точка перегиба.
- 12) Исследование функции на экстремум с помощью второй производной.
- 13) Асимптоты графика функции.
- 14) Общий план исследования функции и построения графика.
- 15) Первообразная и неопределенный интеграл: понятие, свойства. Таблица неопределенных интегралов.
- 16) Замена переменной.
- 17) Определенный интеграл: определение, свойства, геометрический смысл.
- 18) Формула Ньютона-Лейбница.
- 19) Вычисление площадей плоских фигур.
- 20) Физические приложения определенного интеграла.

### Самостоятельная работа обучающихся №3:

#### Дифференциальное и интегральное исчисление функции одной действительной переменной

Проверяемые результаты обучения: 33; У1-У4; ОК1, ОК2, ОК3, ОК6, ОК8

##### 1 вариант

1) Найти производную функций:

а)  $y = x \cos x \sin x + \frac{1}{2} \cos^2 x$ ;    б)  $y = \frac{x^2 e^{x^2}}{x^2 + 1}$ .

2) Методами дифференциального исчисления исследовать функцию  $y = \frac{9x}{9 - x^2}$  и построить график;

3) Вычислить неопределённые интегралы:

а)  $\int (2e^x - \sqrt[3]{x^2}) dx$ ;    б)  $\int \frac{dx}{(6x + 7)^3}$

4) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в декартовых координатах:  $y = x + 2, y = 2 - x, y = 0$

##### 2 вариант

1) Найти производную функций:

а)  $y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} - \frac{x}{\sin x}$ ;    б)  $y = \operatorname{arctg} \frac{2x^4}{1 - x^8}$

2) Методами дифференциального исчисления исследовать функцию  $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 2}$  и построить график;

3) Вычислить неопределённые интегралы:

а)  $\int (3 \cos x + 2\sqrt[3]{x^3}) dx$     б)  $\int \frac{dx}{(8 - 13x)^2}$

4) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в декартовых координатах:  $y = 2x - 4, y = 2 - x, x = 0$

##### Критерии оценок:

оценка «5» - при выполнении всех заданий и аккуратном оформлении;

оценка «4» - при выполнении всех заданий, 75%, но с недочётами.

оценка «3» - при выполнении 50% заданий, или выполнено 2 задания, или ход решения верный, но допущены вычислительные ошибки.

### Самостоятельная работа обучающихся №4:

#### На тему: «Вычисление частных производных функций нескольких переменных».

Проверяемые результаты обучения: 32; У4; ОК2, ОК3, ОК4, ОК8

##### Вариант 1

1) Вычислить частные производные 1 и 2 порядков функции нескольких переменных.

1.  $u(x, y) = 3x^2y + 2xy^3 - 2x + y$

2.  $u(x, y) = \ln(x + \ln y)$

2) Вычислите  $z''_{xy}$  для функции  $z(x, y) = \frac{2x-y}{3xy}$

### Вариант 2

1) Вычислить всевозможные частные производные 1 и 2 порядков функции нескольких переменных.

1.  $z(x, y) = ax^2 + by^5 + c$

2.  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^3}$

2) Вычислите  $z''_{xy}$  для функции  $z(x, y) = \frac{3xy}{4x+y}$

## Контрольная работа №1:

### Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

Проверяемые результаты обучения: ЗЗ; У1, У2; ОК2, ОК4, ОК8

### Вариант 1

1. Найти производные заданных функций:

a)  $y = \left(3x^4 - \frac{5}{\sqrt[4]{x}} + 2\right)^5$ ; b)  $y = \ln \sqrt[5]{\frac{1-5x}{1+5x}}$ ; c)  $y = \arccos 2x + \sqrt{1-4x^2}$ ; d)  $y = 2^{\lg x} + x \cdot \sin 2x$ .

2. Исследовать средствами дифференциального исчисления функцию  $y = f(x)$  и построить её график.

$$y = x^3 - 9x^2 + 24x - 16$$

3. Вычислить приближенное значение  $\sqrt[n]{a}$ , заменяя приращение функции  $y = \sqrt[n]{x}$  дифференциалом.

$$n = 3, \quad a = 125,93$$

### Вариант 2

1. Найти производные заданных функций:

a)  $y = \left(\frac{1}{4}x^8 + 8\sqrt{x^3} - 1\right)^3$ ; b)  $y = \ln \sqrt[4]{\frac{4x-1}{x^4+1}}$ ; c)  $y = \arccos \sqrt{x+1}$ ;

d)  $y = 3^{\cos x} - x \cdot \sin 2x$ .

2. Исследовать средствами дифференциального исчисления функцию  $y = f(x)$  и построить её график.

$$y = x^3 + 6x^2 + 9x + 4$$

3. Вычислить приближенное значение  $\sqrt[n]{a}$ , заменяя приращение функции  $y = \sqrt[n]{x}$  дифференциалом.

$$n = 4, \quad a = 256,96$$

## 4.7. Расчетное задание

### Текст задания

#### Вариант 1

Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений (для № 1-4).

1.  $y = c_1 e^{-5x} + c_2 e^x$ ,  $y'' + 4y' - 5y = 0$ .

2.  $y = c_1 e^x + c_2 x e^x$ ,  $y'' + 2y' + y = 0$ .

3.  $y = \frac{8}{x}$ ,  $y' = -\frac{1}{8} y^2$ .

4.  $y = e^{4x} + 2$ ,  $y' = 4y$ .

5. Решить задачу Коши:  $y' = 4x^3 - 2x + 5$ ,  $y(1) = 8$ .

Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка (для № 6-12).

6.  $y' = \frac{1}{\cos^2 x} + x^4$ .

7.  $y' = -6y$ .

8.  $y' = \frac{x-1}{y^2}$ .

9.  $y' = \frac{y}{\sqrt{1-x^2}}$ .

10.  $y' - 3y + 5 = 0$ .

11.  $y'' - 7y' + 10y = 0$ .

12.  $y'' + 4y' + 4y = 0$ .

#### Вариант 2

Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений (для № 1-4).

1.  $y = c_1 e^{-2x} + c_2 x e^{-2x}$ ,  $y'' + 4y' + 4y = 0$ .

2.  $y = c_1 e^{3x} + c_2 e^x$ ,  $y'' - y' - 6y = 0$ .

3.  $y = e^{3x} - 5$ ,  $y' = 3y + 15$ .

4.  $y = \frac{5}{x}$ ,  $y' = -y^2$ .

5. Решить задачу Коши:  $y' = 3x^2 - 2x + 6$ ,  $y(2) = 19$ .

Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка (для № 6-12).

6.  $y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - x^7$ .

7.  $y' = 8y$ .

8.  $y' = \frac{2x}{y^2}$ .

9.  $y' = \frac{y}{1+x^2}$ .



$$10. y' + 8y - 3 = 0.$$

$$11. y'' + 8y' + 16y = 0.$$

$$12. y'' - y' - 12y = 0.$$

#### 4.8. Устный ответ

##### Текст задания

1. Сформулировать общие положения при составлении дифференциального уравнения по условию задачи.
2. Записать дифференциальное уравнение показательного роста и показательного убывания и получить его решение. Привести примеры прикладных задач, решаемых с его помощью.
3. Сформулировать задачу о радиоактивном распаде, записать для нее дифференциальное уравнение.
4. Сформулировать задачу о гармонических колебаниях, записать дифференциальное уравнение гармонических колебаний.
5. Сформулировать задачу о падении тел в атмосферной среде, записать для нее дифференциальное уравнение.

#### 4.9. Расчетное задание

##### Текст задания

1. Пользуясь необходимым признаком сходимости, показать, что ряд

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{n}{n+1} + \dots$$

расходится.

2. С помощью признака Даламбера решить вопрос о сходимости ряда

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{n}{3^n} + \dots$$

3. Пользуясь признаком Лейбница, исследовать на сходимость знакопеременный ряд

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n} + \dots$$

4. Пользуясь признаком сходимости знакопеременного ряда, исследовать на сходимость ряд

$$1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n!} + \dots$$

## 4.10. Расчетное задание

### Текст задания

1. Из корзины, в которой находятся 4 белых и 7 черных шара, вынимают один шар. Найти вероятность того, что шар окажется черным.
2. Определить вероятность появления «герба» при бросании монеты.
3. В корзине 20 шаров: 5 синих, 4 красных, остальные черные. Выбирают наудачу один шар. Определить, с какой вероятностью он будет цветным.
4. Событие  $A$  состоит в том, что станок в течение часа потребует внимания рабочего. Вероятность этого события составляет 0,7. Определить, с какой вероятностью станок не потребует внимания.
5. В одной корзине находятся 4 белых и 8 черных шаров, в другой – 3 белых и 9 черных. Из каждой корзины вынули по шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся белыми.
6. Бросают две монеты. Определить, с какой вероятностью появится «герб» на обеих монетах.
7. В лотерее 100 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 200 рублей и двадцать выигрышей по 50 рублей. Пусть  $X$  – величина возможного выигрыша для человека, имеющего один билет. Составить закон распределения этой случайной величины  $X$ .
8. Случайная величина  $X$  задана законом распределения:

1	4	6
0,1	0,6	0,3

Найти ее математическое ожидание.

9. Согласно статистике, вероятность того, что двадцатипятилетний человек проживет еще год, равно 0,992. Компания предлагает застраховать жизнь на год на 1000 у.е. с уплатой 10 у.е. взноса. Определить, какую прибыль ожидает компания от страховки одного двадцатипятилетнего человека.
10. Случайная величина  $X$  задана законом распределения:

1	5	8
0,1	0,2	0,7

Найти дисперсию и среднее квадратичное отклонение этой случайной величины  $X$ .

11. Случайные величины  $X$  и  $Y$  заданы законом распределения. Найти математическое ожидание этих случайных величин и определить по таблицам, какая из данных величин более рассеяна. Подсчитать дисперсии  $D(X)$  и  $D(Y)$ . Убедиться, что  $D(X) > D(Y)$ .

$X$	2	20	28	50
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

$Y$	23	25	26
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

## Контрольная работа №2

Проверяемые результаты обучения: У1-У7, 2, 3,4; ОК2, ОК3, ОК4, ОК8.

### Вариант 1.

1. Вычислить предел функции:  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 5x + 6}$
2. Вычислить производную функции:  $y = x^3 \ln \frac{1}{x}$
3. Вычислите интеграл:  $\int \frac{x dx}{1 + x^4}$
4. Вычислите частные производные 1 порядка по  $x$  и по  $y$ :  $y = 2x^2y^3 - 3 \cos xy$
5. Проверить ряд на сходимость, записать признак:  $\frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \dots$
6. Решить дифференциальное уравнение:  $y^{IV} - 2y''' + y'' = 0$

### Вариант 2.

1. Вычислить предел функции:  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 7x + 10}$
2. Вычислить производную функции:  $y = \ln(7x^2 + 3x^3)$
3. Вычислите интеграл:  $\int (x \sin x) dx$
4. Вычислите частные производные 1 порядка по  $x$  и по  $y$ :  
 $u(x, y) = x^8 y^3 - 18x \cos 2y$ .
5. Проверить ряд на сходимость, записать признак:  $\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{3}{8}\right)^3 + \dots$
6. Решить дифференциальное уравнение:  $y''' - y'' - 4y' + 4y = 0$

## Экзаменационные вопросы

1. Предел функции в точке. Основные теоремы о пределах.
2. Предел функции при  $x$ , стремящемся к бесконечности. Замечательные пределы. Число  $e$ .
3. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Точка непрерывности функции. Точка разрыва функции. Свойства непрерывных функций. Приращение аргумента. Приращение функции.
4. Производная функции. Дифференциал функции. Геометрический смысл производной. Механический смысл производной.
5. Таблица производных. Понятие сложной функции. Производная сложной функции.
6. Схема исследования функции. Область определения функции. Множество значений функции. Четность и нечетность функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства функции. Возрастание и убывание функции, правило нахождения промежутков монотонности. Точки экстремума функции, правило нахождения экстремумов функции.
7. Производные высших порядков. Физический смысл второй производной. Исследование функции с помощью второй производной.
8. Первообразная. Неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла.
9. Таблица неопределенных интегралов.
10. Методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования; метод замены переменной (метод подстановки); метод интегрирования по частям.
11. Определенный интеграл. Понятие интегральной суммы. Достаточное условие существования определенного интеграла (интегрируемости функции).
12. Основные свойства определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла.
13. Методы вычисления определенных интегралов. Формула Ньютона-Лейбница.
14. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.
15. Функции нескольких переменных. Частные производные.
16. Понятие дифференциального уравнения. Общее и частное решение дифференциального уравнения. Интегральные кривые. Задача Коши.
17. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
18. Методы решения дифференциальных уравнений.
19. Понятие числового ряда. Сходимость и расходимость числовых рядов.
20. Необходимый признак сходимости ряда. Признак сравнения. Признак Даламбера.
21. Понятие знакочередующегося ряда. Признак сходимости Лейбница.
22. Абсолютная и условная сходимость знакпеременного ряда.
23. Функциональные ряды. Степенные ряды. Область сходимости степенного ряда. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена.
24. Понятие события. Достоверные, невозможные, совместные, несовместные, противоположные события. Классическое определение вероятности.
25. Теорема сложения вероятностей. Теорема умножения вероятностей.

26. Случайная величина. Дискретная и непрерывная случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Интегральная функция распределения непрерывной случайной величины.
27. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Отклонение случайной величины. Дисперсия дискретной случайной величины. Среднее квадратичное отклонение случайной величины.

### 6.11. Экзаменационные задания

1. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{3x}\right)^{5x}$ .
2. Вычислить пределы:
  - a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - x^3 + 1}{2x^4 + x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x}{x^2 - 4}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{x^3 + 2x}$ .
3. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{\sin 5x}$ .
4. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x}$ .
5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + x}{x^2 - 2x}$ .
6. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 10x + 16}{x - 8}$ .
7. Исследовать функцию  $f(x) = \frac{5x}{x - 6}$  на непрерывность в точке  $x_0 = 6$ .
8. Исследовать функцию  $f(x) = 3x^2 - x^3$  и построить ее график.
9. Вычислить значение производной следующих функций в точке  $x_0 = 4$ :
  - a)  $f(x) = 8x^2 - \ln x$ ; б)  $f(x) = x^3 + 5x$ .
10. Найти производную функции  $y = (x^4 - 5x^2 + x)^7$ .
11. Найти производную функции  $y = \frac{11x - 8}{2x + 4}$ .
12. Найти производную функции  $y = e^{2x^5 - 8}$ .
13. Найти производную функции  $y = \ln(8x^4 - 3x^2 + 2)$ .
14. Найти неопределенный интеграл  $\int \frac{4 - x^3 + x^2 - 2x}{x} dx$ .
15. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной  $\int x^2 \cdot e^{x^3} dx$ .
16. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной  $\int (6x + 11)^4 dx$ .
17. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной  $\int \cos(6x - 1) dx$ .
18. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной  $\int \sin^6 x \cdot \cos x dx$ .
19. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^3 (5x + 1) dx$ .
20. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^1 (x - 5) x dx$ .

21. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^2 \frac{2x^3 + x^4}{x^2} dx$ .
22. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 5t^2 + 4t + 2$  (м/с). Найти путь  $s$ , пройденный точкой за 4 с от начала движения.
23. Вычислить объем тела, полученного от вращения фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 3$ , вокруг оси  $Ox$ .
24. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$ .
25. Решить дифференциальное уравнение  $y'' - 9y' + 20y = 0$ .
26. Решить задачу Коши:  $y' = 6x^2 + 4x$ ,  $y(1) = 9$ .
27. Решить дифференциальное уравнение  $y' = 11x$ .
28. В одной корзине находятся 5 белых и 10 черных шаров, в другой – 4 белых и 11 черных. Из каждой корзины вынули по шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся черными.
29. В лотерее 1000 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 200 рублей и десять выигрышей по 100 рублей. Пусть  $X$  – величина возможного выигрыша для человека, имеющего один билет. Составить закон распределения этой случайной величины  $X$ .
30. Случайная величина  $X$  задана законом распределения:

4	6	7
0,4	0,5	0,1

Найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратичное отклонение этой случайной величины  $X$ .

## 8. Перечень материалов, оборудования и информационных источников, используемых в аттестации

1. Гмурман, В.Е. Руководство по решению задач по теории вероятностей и математической статистики. - М.: Высшее образование, 2009.
2. Дадаян, А.А. Математика. - М.: ФОРУМ: ИНФРА, 2007.
3. Дадаян, А.А. Сборник задач по математике. - М.: ФОРУМ: ИНФРА, 2007.

### Интернет ресурсы:

4. <http://festival.1september.ru/>
5. <http://www.fepo.ru>