

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Игнатенко Виталий Иванович
Должность: Проректор по образовательной деятельности и молодежной политике
Дата подписания: 09.05.2025 17:01:04
Уникальный программный ключ:
a49ae343af5448d45d7e3e1e499659da8109ba78

Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУВО «Заполярный государственный
университет им. Н.М. Федоровского»
Кафедра технологических машин и оборудования

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

*Методические указания
и контрольные задания*

2-е издание, стереотипное

Норильск 2023

Строительная механика для студентов заочной формы обучения: метод. указ. и контрольные задания / составитель: И.П. Ботвиньева; Министерство науки и высшего образования РФ, Заполярный гос. ун-т им. Н.М. Федоровского. – 2-е изд., стер. – Норильск: ЗГУ, 2023. – 56 с. – Библиогр.: с. 55. – Текст: непосредственный.

Методические указания по курсу «Строительная механика» составлены в соответствии с требованиями ФГОСВО к результатам освоения основной образовательной программы бакалавриата по направлению «Строительство».

Содержат указания и требования по оформлению контрольных работ, содержание разделов учебной дисциплины, контрольные задания и рекомендации по их выполнению. В конце методических указаний приведен библиографический список.

Для подготовки к защите контрольных работ и промежуточной аттестации представлены вопросы для самоконтроля.

Предназначены для обучающихся бакалавриата направления подготовки «Строительство», «Технологические машины и оборудование», «Наземные транспортно-технологические комплексы» заочной формы обучения.

ВВЕДЕНИЕ

Для студентов строительных специальностей строительная механика является одной из основных базовых дисциплин. Предметом изучения строительной механики является прочность, жесткость, устойчивость, долговечность и надежность инженерных конструкций и сооружений.

Цель преподавания дисциплины – сформировать у студентов профессиональные компетенции, необходимые инженеру для проектирования сооружений промышленного и гражданского строительства. Задача дисциплины – научить студентов выполнять расчёты сооружений на силовые, температурные и кинематические воздействия, развить у студентов навыки выбора рационального метода расчета статически неопределимых конструкций.

Обеспечение прочности и надежности сооружений, в сочетании с высокой экономичностью, возможно только при высокой квалификации инженера и овладении им современными методами строительной механики, получившими большое развитие за последние годы в связи с внедрением в практику проектирования новых информационных технологий.

Для изучения курса необходимы базовые знания дифференциального и интегрального исчисления, основ матричной алгебры, теоретической механики и сопротивления материалов. Из курса «Сопротивление материалов» студенту известны правила оценки прочности, жесткости и устойчивости простых систем: балок, брусьев, стержней. Строительная механика изучает сооружения, состоящие из большого числа элементов, совершенствует методы точного и приближенного расчета сложных систем.

В программе курса предусмотрено чтение лекций, решение задач на практических занятиях, самостоятельное выполнение и защита контрольных работ по отдельным темам. Изложение дисциплины ведется при постепенном усложнении изучаемого материала в логической последовательности.

Основной формой изучения курса строительной механики для студентов-заочников является самостоятельная работа с учебниками и учебными пособиями.

Освоение материала следует начинать с изучения теории по темам или главам учебника, указанным в методических рекомендациях. Сначала следует прочитать весь раздел темы. Затем вернуться к местам, вызвавшим затруднения. Особое внимание при этом следует обратить на формулировки определений, теорем и вывод формул. Закончив изучение темы, рекомендуется составить краткий конспект и проверить свои знания, ответив на вопросы для самоконтроля к данной теме. Это поможет в дальнейшем при защите контрольной работы, а также при подготовке к экзамену.

При изучении курса особое внимание следует уделить приобретению навыков решения задач. Для этого, сначала необходимо разобраться в решении подобных задач, которые приводятся в учебнике [1, 2, 3], обратив особое внимание на рекомендации по их решению. Затем решить несколько аналогичных задач из сборника задач [4, 5, 6], и после этого решить соответствующую задачу из контрольного задания. Самостоятельное выполнение контрольной работы имеет большое значение для усвоения учебного материала программы.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Предмет и задачи строительной механики. Виды нагрузок и других воздействий. Реальное сооружение и его расчётная схема. Многообразие расчётных схем, их зависимость от требуемой точности расчёта, используемой вычислительной техники. Кинематический анализ стержневых систем. Цель кинематического анализа сооружений. Понятия о дисках, связях и степенях свободы. Способы образования плоских геометрически неизменяемых стержневых систем.

ЧАСТЬ 1.

Определение усилий в статически определимых стержневых системах при неподвижной и подвижной нагрузках

Знание дисциплины «Строительная механика» составляет основу профессиональной квалификации инженера-строителя, конструктора и расчетчика.

Студент должен:

иметь представление:

- о тенденции развития конструктивных решений промышленных, гражданских и жилых зданий;
- о программных комплексах для расчета конструкций;
- о системном анализе при решении конструкторско-технических задачах в области строительства;

знать и уметь:

- использовать основные понятия, законы, методы механики деформируемого твердого тела;
- использовать принципы и методы расчета сооружений на прочность, жесткость и устойчивость при статических и динамических воздействиях;
- поставить математически задачу и создать расчетную схему, т.е. математическую модель.

Тема 1. Определение внутренних усилий в многопролётных статически определимых балках. Общие сведения.

Понятие об огибающих эпюрах и линиях влияния. Статический метод построения линий влияния. Построение линий влияния при узловых передачах нагрузки. Построение линий влияния в многопролётных статически определимых балках. Определение усилий по линиям влияния от действия неподвижной нагрузки: сосредоточенных сил, распределённой нагрузки, сосредоточенного момента. Кинематический метод построения линий влияния. Определение усилий от подвижной нагрузки. Определение расчетного положения подвижной системы сосредоточенных сил. Критический груз. Определение расчётного положения подвижной равномерно распределённой нагрузки.

Тема 2. Определение усилий в статически определимых фермах. Общие сведения. Классификация ферм. Кинематический анализ ферм. Аналитический метод расчёта ферм. Построение линий влияния усилий в стержнях ферм. Понятие о шпренгельных фермах. Построение линий влияния усилий в стержнях шпренгельных ферм. Расчёт ферм на подвижную нагрузку.

Тема 3. Определение усилий в распорных (трёхшарнирных) системах. Понятие об арках. Определение опорных реакций и внутренних усилий в сечениях арки. Построение эпюр внутренних усилий. Понятие о кривой давления. Рациональная ось арки. Сравнительный анализ работы трёхшарнирной арки и простой балки. Особенности расчета арок с затяжкой. Комбинированные системы. Расчёт трёхшарнирных рам.

Тема 4. Основные теоремы о линейно-деформируемых системах. Работа внешних сил. Работа внутренних сил. Потенциальная энергия. Принцип возможных перемещений. Теорема о взаимности работ (Бетти). Теорема о взаимности перемещений (Максвелла). Теорема о взаимности реакций (Рэйлея). Теорема о взаимности реакций и перемещений (Гвоздева).

Тема 5. Определение перемещений в статически определимых системах. Общая формула для определения перемещений в стержневых системах. Формула Мора для частных случаев. Определение перемещений путём перемножения эпюр (правило Верещагина). Алгоритм вычисления перемещений. Определение перемещений от внеш-

ней нагрузки, от действия температуры, от кинематического воздействия (от заданного смещения опоры).

Тема 6. Расчет пространственных систем. Анализ геометрической неизменяемости. Типы опор пространственных систем. Расчет пространственных ферм и рам.

ЧАСТЬ 2.

Расчёт статически неопределимых систем

Тема 7. Расчёт плоских рам методом сил. Понятие о статической неопределимости. Определение числа лишних связей. Сущность метода сил. Основная система и канонические уравнения метода сил. Вычисление коэффициентов и их проверка. Построение эпюр M , Q , N и их проверка. Учёт симметрии рамы. Определение перемещений в статически неопределимых системах и их расчёт на температурное воздействие и смещение опор.

Тема 8. Расчёт неразрезных балок. Расчёт методом сил. Уравнение трёх моментов. Метод фокусов. Построение огибающих эпюр.

Тема 9. Расчет статически неопределимых арок и ферм методом сил. Общие положения расчёта. Двухшарнирные арки и бесшарнирные арки. Внешняя и внутренняя статическая неопределимость. Определение внутренних усилий. Проверки вычислений.

Тема 10. Расчёт рам методом перемещений. Сущность метода перемещений. Расчёт стандартных однопролётных балок методом сил. Степень кинематической неопределимости. Основная система как совокупность стандартных однопролётных балок. Характеристика дополнительных связей. Система канонических уравнений. Свойства коэффициентов. Их вычисление и проверка. Использование симметрии. Матричный метод расчёта: матрицы податливости и жесткости, матричная форма вычисления перемещений по методу Мора.

Тема 11. Смешанный и комбинированный методы расчёта. Сущность каждого метода. Сравнительный анализ методов расчёта.

ЧАСТЬ 3.

Устойчивость и динамика сооружений

Тема 12. Устойчивость сооружений. Основные виды потери устойчивости. Методы расчёта на устойчивость. Критическая нагрузка. Критический параметр. Расчёт на устойчивость плоских рам методом перемещений. Использование симметрии.

Тема 13. Динамический расчёт сооружений. Основные понятия динамики сооружений. Динамические нагрузки и их особенности. Задачи и методы динамики сооружений. Понятие о степенях свободы системы. Свободные и вынужденные колебания системы с одной степенью свободы. Свободные колебания системы со многими степенями свободы. Спектр частот и формы колебаний. Ортогональность форм колебаний. Вынужденные колебания системы со многими степенями свободы. Способы борьбы с вибрацией.

Тема 14. Расчёт сооружений методом конечных элементов (МКЭ). Виды конечных элементов и способы их получения. Расчёт стержневых систем МКЭ.

Тема 15. Расчёт конструкций методом предельного равновесия. Основные положения метода. Расчёт статически неопределимых балок. Расчёт статически неопределимых рам.

ПОРЯДОК ОФОРМЛЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Согласно учебному плану направления подготовки 270800 студенты заочной формы обучения выполняют четыре контрольных работы. Каждая контрольная работа включает по две задачи.

Исходные данные для решения задач выбираются студентом из таблиц вариантов в соответствии с номером, который задается преподавателем. Иногда, по усмотрению преподавателя, номером варианта может считаться учебный шифр студента. Шифром считаются три последние цифры номера зачётной книжки, например, если номер

зачетной книжки 12583, то учебным шифром будет – 583. Каждая таблица вариантов разделена на три части. Для получения исходных данных надо выписать из таблицы три строки: одну, отвечающую первой цифре шифра, вторую, отвечающую второй цифре, и третью, отвечающую третьей – последней цифре шифра. Например, для шифра 583, при решении задачи №1 «Расчет статически определимой многопролетной балки», согласно табл. 1 получим следующие исходные данные:

$$\ell_1 = 9 \text{ м}; q = 1,5 \text{ кН/м}; b = 1,6 \text{ м}; \ell_2 = 12 \text{ м}; P = 5 \text{ кН};$$

№ сечения – 4; $a = 2,7 \text{ м}; c = 2,4 \text{ м}; M = 2,4 \text{ кНм}.$

Работы, выполненные не по шифру, не засчитываются и возвращаются без рассмотрения.

На титульном листе следует указать: фамилию и инициалы студента, факультет, специальность, группу, номер зачетной книжки, а также год издания используемых методических указаний.

Перед решением каждой задачи необходимо вычертить заданную схему и указать на ней все размеры и нагрузки в числах. Решение задачи должно сопровождаться краткими пояснениями, вычисления рекомендуется проводить с точностью до трех значащих цифр после запятой. Учет большего количества цифр усложняет вычисления, а учет меньшего количества цифр приводит к пониженной точности результатов. На эпюрах и линиях влияния должны быть проставлены значения всех характерных ординат и размерности.

Выполненная работа сдается на рецензию, на кафедру «Механика и инженерная графика». Получив контрольную работу после рецензирования, студент выполняет работу над ошибками, если таковые имеются. Требуемые исправления необходимо представить на отдельном листе. Нельзя стирать или заклеивать отмеченные преподавателем ошибки.

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Контрольная работа №1

Задача 1. Расчет статически определимой многопролетной балки

Задание. Для заданной балки, выбранной по рис. 1 (номер рисунка выбирается в соответствии с цифрами шифра зачетной книжки), с размерами и нагрузкой, указанными в табл. 1, требуется:

- 1) построить эпюры M и Q ;
- 2) построить линии влияния M и Q для заданного сечения и линию влияния одной опорной реакции (по выбору студента);
- 3) по линиям влияния вычислить значения M , Q и R от заданной нагрузки;
- 4) из условия прочности по допускаемым напряжениям подобрать сечение в виде прокатного двутавра ($[\sigma]=180$ МПа).

Таблица 1

Первая цифра шифра	l_1 , м	q , кН/м	b , м	Вторая цифра шифра	l_2 , м	P , кН	№ сечения	Последняя цифра шифра (№ схемы)	a , м	c , м	M , кНм
1	10	1,2	1,0	1	14	8	1	1	1,4	1,7	2,0
2	14	2,0	0,8	2	10	4	2	2	1,8	1,5	2,2
3	8	1,8	1,9	3	9	5,4	3	3	2,7	2,4	2,4
4	12	3,0	1,4	4	7	8,4	4	4	1,4	1,4	2,6
5	9	1,5	1,6	5	11	7	1	5	2,0	2,0	2,8
6	11	2,5	2,1	6	5	4,2	2	6	1,2	1,1	2,1
7	7	1,4	1,2	7	8	2,7	3	7	1,5	1,8	1,4
8	6	0,8	1,8	8	12	5	4	8	1,9	2,2	1,8
9	5	1,0	1,5	9	6	3,2	1	9	2,5	1,6	1,3
0	13	2,2	2,0	0	13	6	2	0	3,0	1,0	3,0

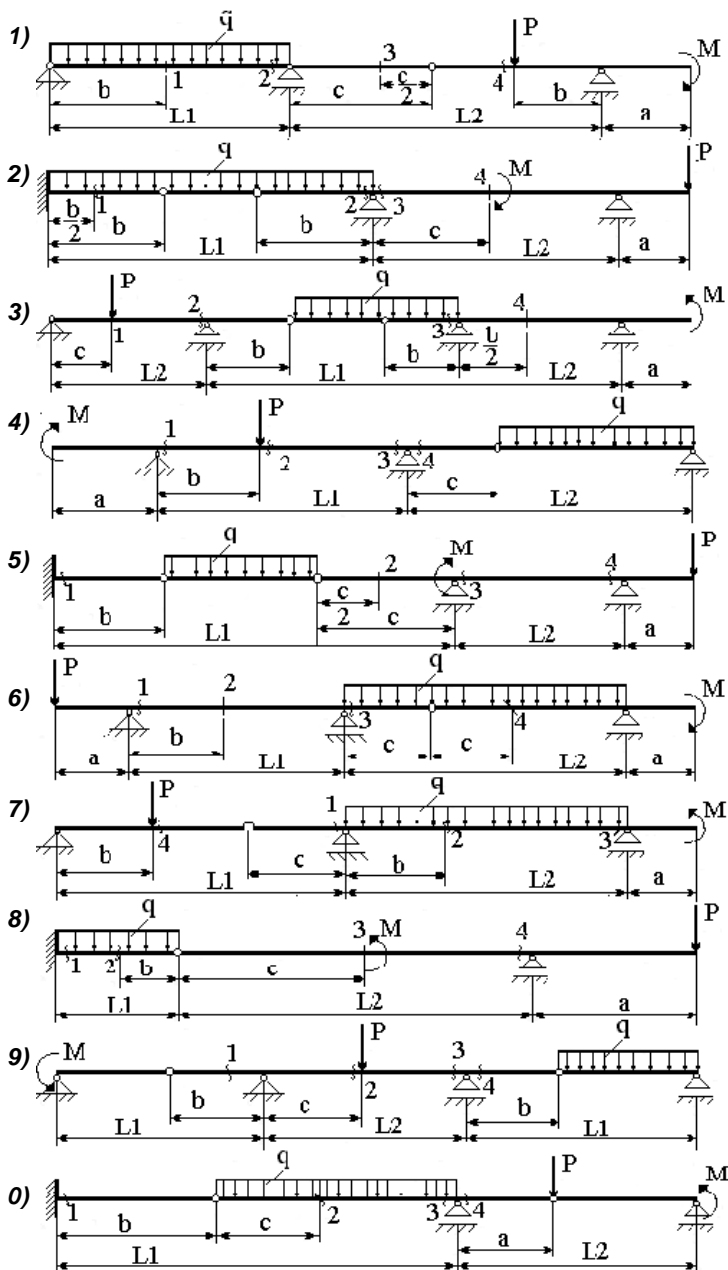


Рис. 1

Рекомендации по решению задачи

К решению задачи следует приступать после изучения введения и первой темы содержания дисциплины. Рекомендуется следующий алгоритм расчета многопролетной балки:

1. Кинематический анализ системы – проверка выполнения необходимого и достаточного условий геометрической неизменяемости системы.

2. Построение поэтажной схемы или схемы взаимодействия элементов балки.

Для правильного построения поэтажной схемы необходимо, мысленно удалив шарниры, соединяющие простые балки между собой, представить последовательность монтажа многопролетной балки. Сначала устанавливают основные несущие балки, которые способны самостоятельно воспринимать нагрузку (защемленные или имеющие две связи с основанием). Это балки первого этажа. Второстепенные балки имеют только одну наземную опору или не имеют их вовсе. Недостающими опорами для них служат соединительные шарниры. Это балки верхних этажей.

Теперь заданную балку можно рассматривать как ряд простых. Расчет ведут с верхнего этажа. При этом необходимо помнить, что на нижележащие балки кроме заданной внешней нагрузки действуют силы взаимодействия в шарнирах, которые равны по модулю опорным реакциям вышележащих балок, но направлены противоположно.

Поэтажная схема располагается под заданной схемой балки.

3. Построение эпюр M и Q .

Ординаты эпюры моментов откладывают со стороны растянутых волокон (положительные вниз от оси). Знаки на эпюре M обычно не ставят, но обязательно проставляют значения характерных ординат. При построении эпюры поперечных сил положительные ординаты откладывают вверх.

4. Построение линий влияния.

Линия влияния – это график, который показывает изменение внутреннего усилия в одном сечении от единичного подвижного груза. Линии влияния строят под поэтажной схемой, вычертив ее еще раз. При построении линий влияния для многопролетной балки рекомендуется соблюдать следующую последовательность:

- выделяется балка (этаж), к которой относится исследуемое сечение (или опора);
- в пределах только этого выделенного этажа строится линия влияния, как для простой балки;
- полученный график продлевается на вышележащие этажи по правилу: в пределах этажа линия влияния прямая линия, не имеющая изломов и скачков, под шарниром многопролётной балки на линии влияния – излом, под опорой – ордината линии влияния ноль;
- на нижележащие этажи линия влияния не распространяется.

По линии влияния вычисляются усилия и реакции от постоянно действующей нагрузки по формуле:

$$S_i = \sum P_i y_i + \sum M_i \operatorname{tg} \alpha_i + \sum q_i \Omega_i,$$

где S_i – вычисляемое усилие в сечении или реакция связи; P_i – заданная внешняя сила; y_i – ордината линии влияния под заданной внешней силой; M_i – заданный внешний момент; $\operatorname{tg} \alpha_i$ – угол наклона линии влияния под сечением, где действует момент; q_i – интенсивность внешней распределённой нагрузки; Ω_i – площадь линии влияния, расположенной под распределённой нагрузкой.

При этом действует правило знаков: сила и распределённая нагрузка, направленные вниз, и момент, вращающийся по часовой стрелке, считаются положительными. Знаки y_i и Ω_i совпадают со знаком линии влияния. Если угол α_i отсчитывается против часовой стрелки, $\operatorname{tg} \alpha_i$ – больше нуля.

Найденные значения надо сравнить с результатами аналитического расчёта.

5. Расчет на прочность.

Так как балка постоянного сечения, то опасным будет сечение, где наибольшее значение момента. Определив момент сопротивления из условия прочности по допускаемым напряжениям, по сортаменту подбирают необходимый номер профиля. Условие прочности при изгибе по до-

пускаемым напряжениям $\sigma_{\max} = \frac{M}{W_z} \leq [\sigma]$.

Вопросы для самоконтроля

1. Что понимают под расчетной схемой сооружения? Какими соображениями руководствуются при ее выборе?

2. Какая система называется геометрически неизменяемой?

3. Что такое кратный (сложный) шарнир? Приведите примеры простых, кратных, полных и неполных шарниров. Как определяется кратность шарнира через число простых шарниров?

4. Что такое степень свободы системы? Как она определяется?

5. Перечислите основные способы образования геометрически неизменяемых плоских систем. Приведите примеры.

6. Что представляет собой многопролетная шарнирно-консольная балка? Какие типы элементов различают в ней, и как составляется ее поэтажная схема?

7. Каков порядок расчета многопролетной шарнирно-консольной балки?

8. Какая задача ставится при расчете на подвижную нагрузку?

9. Что называется линией влияния?

10. Что на графике линии влияния является независимой переменной, а что функцией?

11. Что представляет собой ордината линии влияния?

12. В чем отличие линии влияния от эпюры?

13. Какой вид имеют линии влияния опорных реакций в шарнирно опертой балке?

14. Какой вид имеют линии влияния M и Q в сечении консольной балки?

15. Какой вид имеют линии влияния M и Q в сечении, находящемся между опорами шарнирно опертой балки?

16. Назовите последовательность построения линий влияния усилий в многопролетных шарнирно-консольных балках (способ нулевых точек).

17. Что такое узловой способ передачи нагрузки?

18. В чем заключаются особенности построения линий влияния при узловой передаче нагрузки?

19. Как вычисляются усилия от различных неподвижных нагрузок с помощью загрузки линий влияния? Как при этом устанавливаются знаки?

Задача 2. Расчет сложной статически определимой плоской фермы

Задание. Для шпренгельной фермы по рис. 2 (номер рисунка выбирается в соответствии с цифрами шифра зачетной книжки), с размерами и нагрузкой, указанными в табл. 2, требуется:

- 1) определить аналитические усилия во всех стержнях заданной панели от постоянной нагрузки;
- 2) построить линии влияния усилий в тех же стержнях и определить с их помощью усилия от постоянно действующей нагрузки;
- 3) установить наиболее опасное положение временной нагрузки для каждого стержня отдельно и найти величины максимальных и минимальных усилий;
- 4) определить максимальные и минимальные значения расчетных усилий во всех стержнях заданной панели (с учетом постоянной нагрузки).

Таблица 2

Первая цифра шифра	d , м	Постоянная нагрузка q кН/м	Вторая цифра шифра	№ панели (считая слева)	h , м	Последняя цифра шифра (№ схемы)	Временная нагрузка $q_{вр}$ кН/м
1	4,0	10,5	1	3	4,6	1	6,0
2	3,6	6,0	2	4	4,2	2	7,0
3	3,0	7,0	3	5	3,8	3	9,0
4	4,2	9,5	4	2	5,2	4	6,5
5	3,4	8,5	5	3	3,4	5	8,2
6	4,4	7,5	6	4	4,0	6	10,0
7	5,2	9,0	7	5	3,0	7	9,5
8	4,8	6,5	8	2	4,4	8	8,0
9	3,8	8,0	9	3	4,8	9	7,8
0	4,6	10,0	0	4	3,6	0	10,6

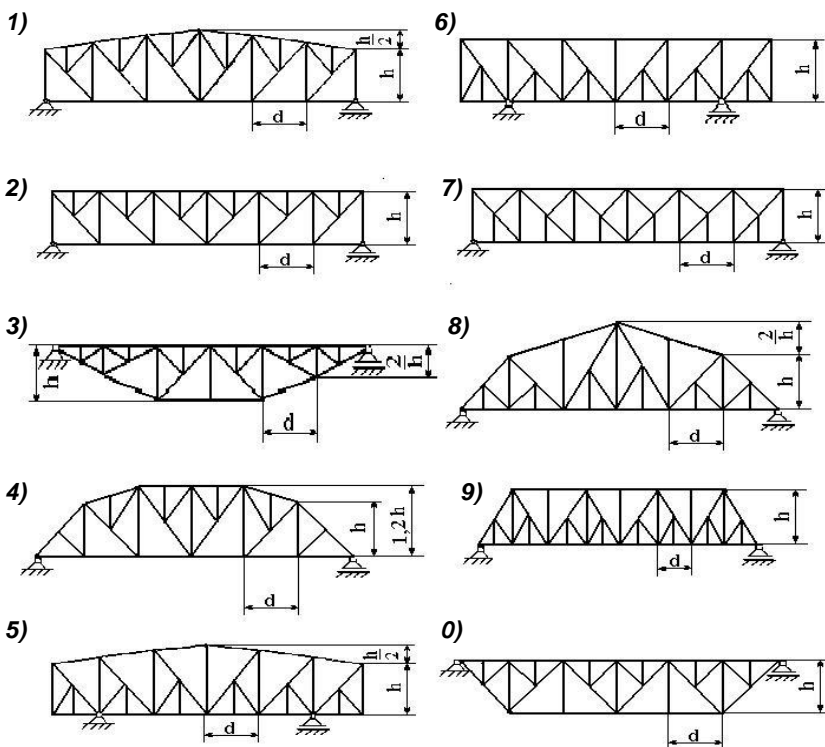


Рис. 2

Рекомендации по решению задачи

Решению задачи должно предшествовать изучение темы 2.

Постоянная и временная нагрузки для схем 5–9 приложены в узлах нижнего пояса, а для остальных схем – в узлах верхнего пояса.

Панелью фермы считается часть фермы между узлами основной решетки, следовательно, для определения узловой нагрузки необходимо умножить половину длины панели на интенсивность нагрузки. Для крайних узлов принимается половина подсчитанной таким образом нагрузки.

Усилия в стержнях фермы определяются по способу вырезания узлов или по методу сечений (Риттера). При определении методом сечений необходимо стремиться к тому, чтобы усилие в каждом стержне определялось независимо от усилий в других стержнях. Достигнуть этого удастся почти во всех

случаях путем правильного выбора сечения и уравнения равновесия отсечённой части фермы (уравнения моментов или проекций сил). Всего должно быть вычислено девять усилий (все стержни заданной панели и правая стойка). Определять усилия в стержнях проще по их принадлежности к соответствующей категории. Аналитическому расчету должен предшествовать кинематический анализ системы.

Рекомендуется следующий алгоритм расчета:

1. Разбить заданную сложную ферму на основную ферму и шпренгели. Распределить действующую нагрузку. Для этого необходимо рассмотреть схему взаимодействия шпренгеля с основной решеткой. Местная нагрузка, действующая на шпренгель, передается в узлы их соединения с основной решеткой. Шпренгели бывают двух типов: одноярусный или двухъярусный. Одноярусный шпренгель воспринимает местную вертикальную нагрузку и передает ее вертикально в узлы этого же пояса основной фермы. Двухъярусный шпренгель передает, действующую на него, нагрузку на противоположный пояс.

2. Определить усилия в стержнях заданной панели основной фермы (стержни первой категории).

3. Определить усилия в стержнях шпренгеля (стержни второй категории).

4. Определить усилия в стержнях, принадлежащих одновременно и основной ферме и шпренгелю (стержни третьей категории).

Для этих стержней суммируют результаты расчета основной фермы и шпренгеля.

Возможен другой порядок расчета. Сразу рассматривают заданную схему фермы и определяют все усилия, для которых возможно провести удачное сечение. Остальные усилия определяются из рассмотрения только шпренгеля или основной решетки.

При определении усилий необходимо приводить все схемы, разрезы и указывать все величины, входящие в расчетные формулы. Геометрические характеристики (плечи, углы и пр.) должны быть определены аналитически.

5. Построение линий влияния.

При построении линий влияния усилий в стержнях ферм используют те же способы (уравнения), как и при рас-

чете на постоянную нагрузку. Особенностью здесь является наличие передаточных прямых между левой и правой ветвями линии влияния, связанное с узловой передачей нагрузки. При построении линии влияния способом моментной точки или способом проекций рассматривают два положения груза: груз левее проведенного сечения (левая ветвь линии влияния) и правее этого же сечения (правая ветвь линии влияния). При построении линии влияния способом вырезания узлов рассматривают положение груза в узле и вне узла. При этом схемы фермы (заданная, основная и шпренгели) должны быть вычерчены заново, без нагрузки, а на полученных линиях влияния необходимо проставить числовые значения ординат под каждым узлом фермы. Найденные значения усилий по линиям влияния от действия постоянной нагрузки необходимо сравнить с результатами аналитического вычисления.

6. Определение опасного положения временной нагрузки.

Для определения максимального усилия от временной нагрузки необходимо ее расположить над положительной площадью линии влияния; для определения минимальных усилий – над отрицательной площадью.

7. Определение расчетных усилий в стержнях фермы.

Максимальное расчетное усилие определяется суммой усилий от постоянной нагрузки и максимального усилия от временной нагрузки (второй и третий столбцы таблицы). Минимальное расчетное усилие равно сумме усилия от постоянной нагрузки и минимального усилия от временной нагрузки (второй и четвертый столбцы таблицы). Расчетные усилия должны быть определены для девяти стержней. Расчет удобнее оформить в виде таблицы (табл. 3).

Таблица 3

Обозначение стержня	Усилие от постоянной нагрузки, кН	Усилие от временной нагрузки, кН		Расчетное усилие, кН	
		максимальное	минимальное	максимальное	минимальное
1	2	3	4	5	6
первый	3,8	7,2	-1,7	11,0	2,1
второй	5,3	2,4	-8,5	7,7	-3,2
т.д.					

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое ферма? Какие усилия возникают в стержнях ферм при действии внешней нагрузки и почему? Как определяются реакции в балочной ферме?

2. Какие элементы различают в фермах?

3. Какая точка называется моментной? Привести примеры.

4. В чем идея этого способа моментной точки для определения усилий в фермах? Привести примеры.

5. Когда и как применяется способ вырезания узлов? В чем достоинства и недостатки его? Привести примеры.

6. Какие стержни называются нулевыми?

7. Когда рационально находить усилия способом проекций? В чем его сущность?

8. Что представляет собой шпренгельная ферма? С какой целью применяют фермочки – шпренгели? Приведите примеры.

9. Чем отличается работа двухъярусных шпренгелей от работы одноярусных?

10. На какие категории (типы) по характеру работы делятся стержни шпренгельных ферм?

11. Какие приемы используют при вычислении усилий в стержнях различных категорий шпренгельных ферм?

12. Отличаются ли линии влияния опорных реакций балочных ферм от линий влияния опорных реакций балки?

13. Какие два положения груза $F=1$ рассматривают при построении линий влияния способом моментной точки или способом проекций?

14. Какие два положения груза $F=1$ рассматривают при построении линий влияния способом вырезания узлов?

15. Как определяют положение передаточной (переходной, соединительной) прямой?

16. Если для искомого усилия в стержне фермы имеется моментная точка, то, что можно сказать о поведении левой и правой ветвей линии влияния?

17. Как найти невыгоднейшее (расчетное) положение равномерно распределенной нагрузки?

Контрольная работа №2

Задача 3. Определение перемещений в статически определимых системах

Задание. Для балки (рис. 3) и рамы (рис. 4) (номер рисунка выбирается в соответствии с цифрами шифра зачетной книжки), размерами и нагрузкой, указанными в табл. 4, требуется определить линейное (для балки – прогиб, для рамы – горизонтальное) и угловое перемещение заданного сечения.

Таблица 4

Первая цифра шифра	l , м	q , кН/м	Вторая цифра шифра	P , кН	№ сечения	h , м	Последняя цифра шифра (№ схемы)	$h : l/2$	Вид перемещения	
									по рис. 3(1)	по рис. 3(2)
1	4,0	2,0	1	8,6	1	6	1	1:2	угловое	линейное
2	6,6	3,0	2	6,0	2	5	2	2:1	«	«
3	10	4,6	3	5,0	3	8	3	1:3	«	«
4	8,0	3,4	4	7,2	1	4	4	3:1	«	«
5	9,4	5,2	5	5,6	2	9	5	2:3	«	«
6	5,0	1,8	6	10	3	5	6	3:2	прогиб	угловое
7	7,6	4,0	7	6,4	1	7	7	3:5	«	«
8	6,0	2,8	8	7,0	2	8	8	5:3	«	«
9	9,0	3,6	9	9,0	3	6	9	3:4	«	«
0	7,0	1,4	0	8,2	1	6	0	4:3	«	«

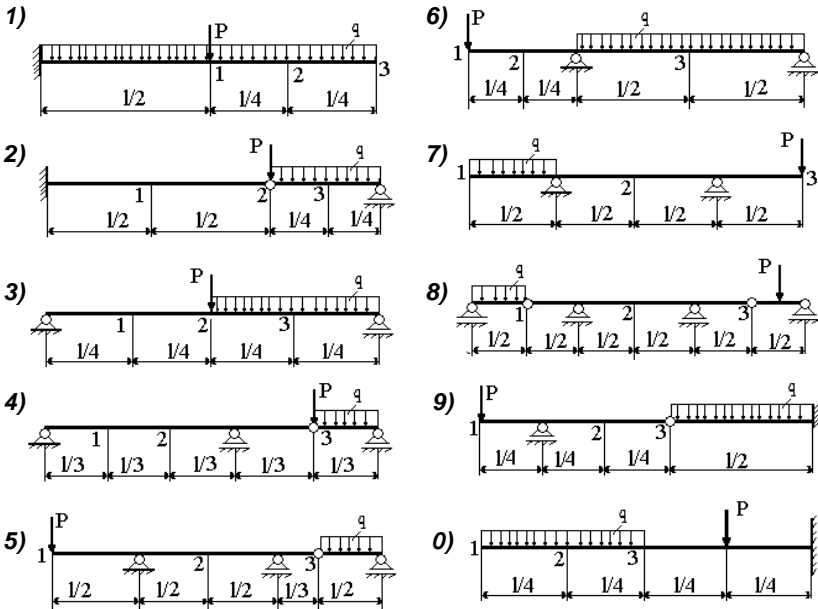


Рис. 3

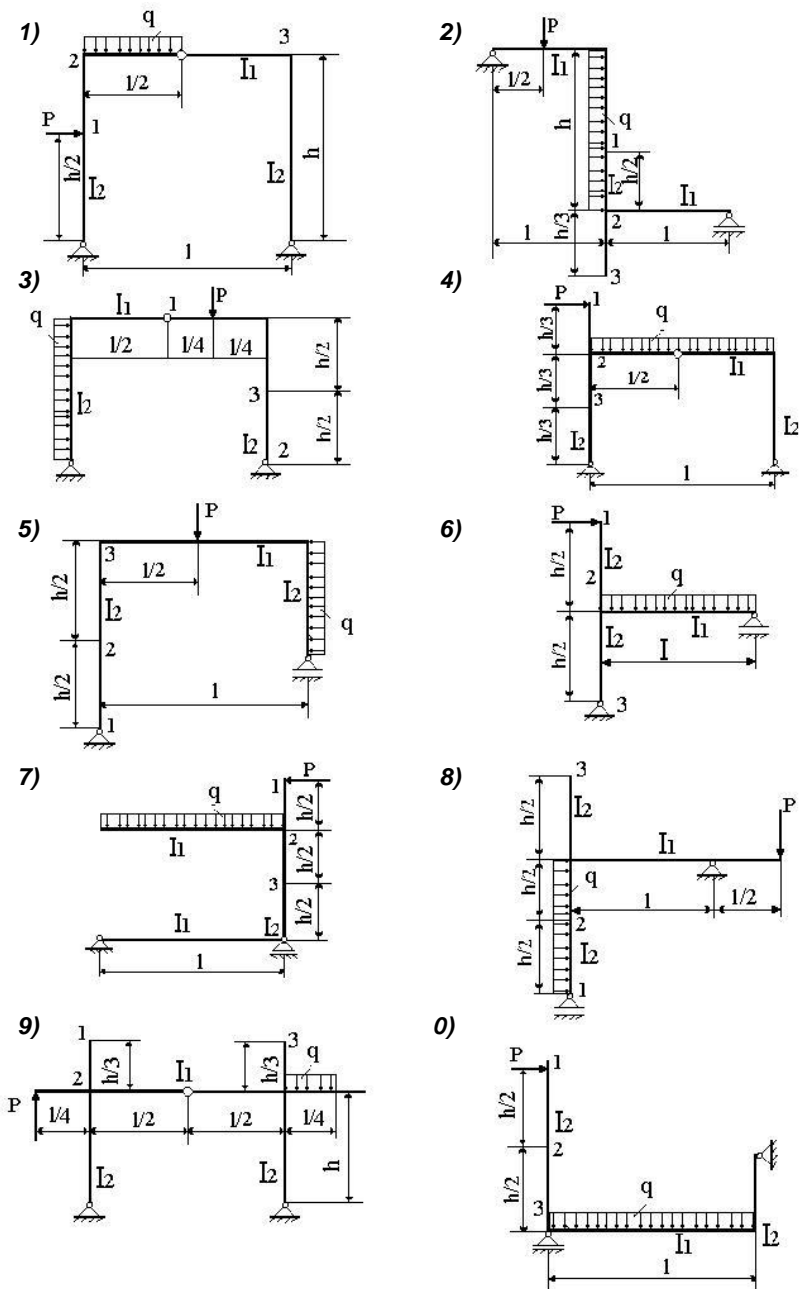


Рис. 4

Рекомендации по решению задачи

Решению задачи должно предшествовать изучение тем 4 и 5.

Перемещения следует определять по формуле Мора с использованием правила Верещагина. Так как рассматриваемые системы преимущественно работают на изгиб, в интеграле Мора используют только слагаемые с изгибающим моментом. Алгоритм расчета следующий:

1. Строится грузовая эпюра изгибающих моментов от причины, вызывающей перемещение (от внешней заданной нагрузки).

Построение эпюр моментов следует сопровождать расчетами. Прежде чем строить любую эпюру, как известно, необходимо определить опорные реакции. При этом надо помнить о возможности возникновения в рамках горизонтальных составляющих опорных реакций в соответствующей опоре (или в обеих, когда задана трехшарнирная рама). Ординаты эпюры надо откладывать со стороны растянутого волокна.

2. Рассматривается единичное состояние системы. Строится единичная эпюра изгибающих моментов от действия только единичного силового фактора.

Единичное состояние зависит от направления искомого перемещения:

а) для определения линейного перемещения поперечного сечения, в этом сечении по направлению искомого перемещения прикладывается единичная сосредоточенная сила. Например, для определения горизонтального перемещения, прикладывается горизонтальная сила; для определения вертикального перемещения – вертикальная сила и т.д.

б) для определения углового перемещения поперечного сечения, в этом сечении прикладывается единичный момент.

3. Грузовая и единичная эпюры изгибающих моментов перемножаются по участкам согласно правилу Верещагина – площадь одной эпюры (лучше грузовой) умножается на ординату другой, взятую под центром тяжести площади первой:

$$\sum_{i=1}^k \frac{1}{EI_i} \int \overline{M}_m M_p dx =$$

$$= \frac{1}{EI_1} \Omega_1 y_1 + \frac{1}{EI_2} \Omega_2 y_2 + \dots + \frac{1}{EI_k} \Omega_k y_k = \sum_{i=1}^k \frac{1}{EI_i} \Omega_i y_i,$$

где Ω_i – площадь эпюры моментов i -го участка; y_i – ордината другой перемножаемой эпюры, взятая под центром тяжести площади Ω_i ; EI_i – жёсткость поперечного сечения рамы i -го участка; k – количество участков эпюры.

Ордината под центром тяжести площади обязательно берётся с прямолинейной эпюры. Произведение положительное, если площадь и ордината расположены с одной стороны от оси эпюры, отрицательное – если с разных сторон.

Затем производится алгебраическое суммирование результатов перемножения. При этом необходимо учесть жёсткость элементов. По условию задачи балка задана постоянного сечения. Поскольку жёсткости отдельных частей рамы различны и заданы только их соотношения ($E = \text{const}$), искомые перемещения должны быть выражены через EI_1 или EI_2 .

Сложные эпюры для умножения их на единичные рекомендуется делить на части, с тем, чтобы обеспечить лёгкость определения их площадей и положений центров тяжести. Можно определить перемещения по принципу независимости действия сил: отдельно от силы P и нагрузки q с последующим сложением результатов.

Если Δ_{mn} положительно, то перемещение совпадает с принятым направлением единичной силы или момента, если отрицательно – то противоположно этому направлению.

Вопросы для самоконтроля

1. Как производится перемножение эпюр по правилу Верещагина?
2. Можно ли перемножить по правилу Верещагина две полигональные эпюры, не разбивая их на простейшие?
3. По какой формуле удобно производить перемножение эпюр в виде трапеций? Как определяются знаки?

4. Приведите в общем виде формулу Максвелла–Мора для определения перемещений. Поясните физический смысл каждого коэффициента, входящего в формулу.

5. Как записывается формула Максвелла–Мора при вычислении перемещений в балках и рамах от силового воздействия?

6. Какой вид принимает формула Максвелла–Мора при вычислении перемещений в фермах от силового воздействия?

7. Какие два состояния системы необходимо рассматривать при вычислении перемещений по формуле Максвелла–Мора?

8. Какова последовательность действий при вычислении линейных и угловых перемещений от силовой нагрузки?

9. Как определяются взаимные линейные перемещения каких-либо двух точек сооружения, а также взаимные угловые перемещения каких-либо двух сечений?

Задача 4. Расчет плоской статически неопределимой рамы методом сил

Задание. Для рамы (рис. 5), (номер рисунка выбирается в соответствии с цифрами шифра зачетной книжки) размерами и нагрузкой, указанными в табл. 5 требуется:

- 1) раскрыть статическую неопределимость рамы;
- 2) построить действительные эпюры изгибающих моментов, поперечных и продольных сил;
- 3) проверить правильность построения эпюр, сделав статическую и деформационную проверки.

Таблица 5

Первая цифра шифра	P_1 , кН	P_2 , кН	P_3 , кН	ℓ , м	Вторая цифра шифра	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	q_3 , кН/м	h , м	Последняя цифра шифра (№ схемы)	$l_1 : l_2$
1	4	0	0	8	1	0	2	0	6	1	2:3
2	0	5	0	6	2	0	0	2	11	2	1:3
3	0	0	6	5	3	0	0	4	8	3	2:3
4	5	0	0	11	4	4	0	0	4	4	1:3
5	0	6	0	7	5	0	2	0	9	5	3:4
6	0	0	4	9	6	0	0	1	5	6	1:2
7	6	0	0	10	7	2	0	0	7	7	1:3
8	0	4	0	4	8	0	1	0	10	8	2:1
9	0	0	5	8	9	0	4	0	8	9	3:1
0	4	0	0	10	0	1	0	0	6	0	1:3

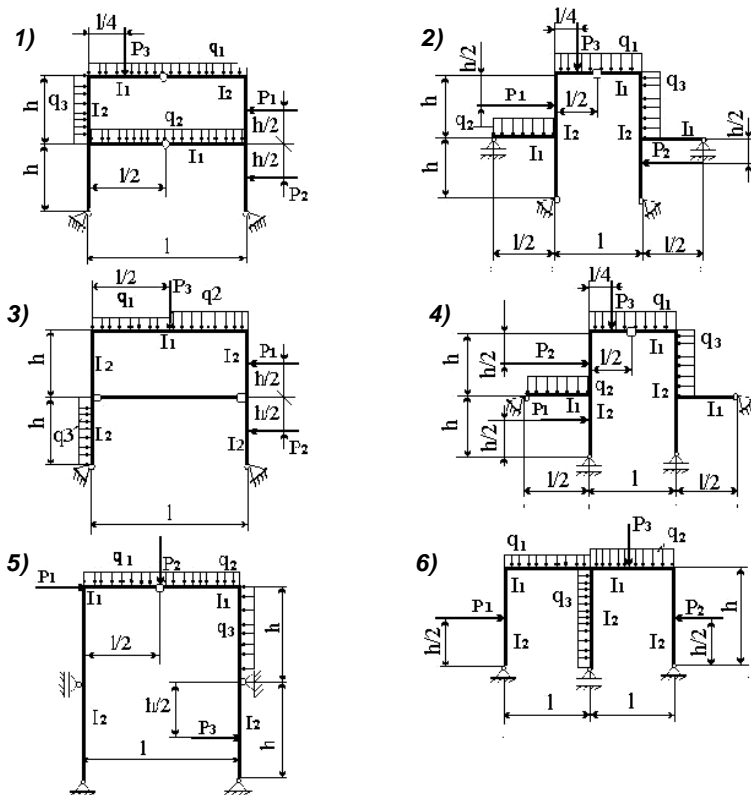
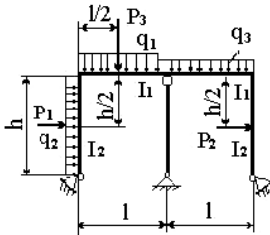
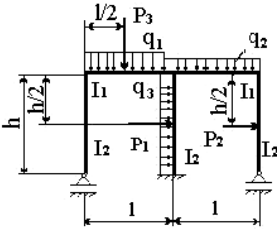


Рис. 5 (начало)

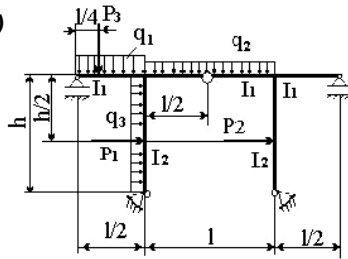
7)



9)



8)



0)

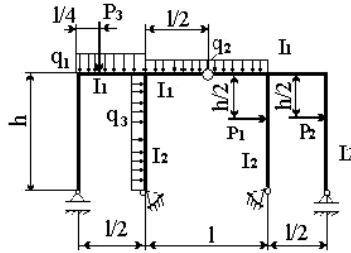


Рис. 5 (окончание)

Рекомендации по решению задач

Решению задачи должно предшествовать изучение темы 7. При решении задачи использовать учебное пособие [7].

Рекомендуется следующий алгоритм расчета.

1. Определение степени статической неопределимости по формуле:

$$CCH = 3K - III' + C_0 - 3,$$

где K – число замкнутых контуров рамы; III' – число простых шарниров, соединяющих стержни рамы; C_0 – число опорных стержней рамы; 3 – три необходимые опорные связи с основанием.

2. Выбор основной системы.

Основная система должна быть статически определима и геометрически неизменяема. Она получается из заданной путем удаления дополнительных связей: отбрасывания лишних связей с основанием; врезания шарниров; деления рамы на две геометрически неизменяемых части.

Если заданная система симметричная, то для упрощения расчета рекомендуется применять и симметричную основную систему. Можно применить и разложение

нагрузки и неизвестных усилий на симметричные и косо-симметричные составляющие.

3. Запись канонических уравнений метода сил.

Их число соответствует степени статической неопределимости рамы.

4. Построение основных эпюр. Рассматривают грузовое состояние системы. Для этого основную систему загружают только заданной внешней нагрузкой. Строят грузовую эпюру моментов M_p^o .

Рассматривают единичные состояния основной системы. Количество единичных состояний определяется степенью статической неопределимости рамы. Первое единичное состояние – основную систему загружают только $X_1=1$, строят эпюру \bar{M}_1 . Второе единичное состояние – основную систему загружают только $X_2=1$, строят эпюру \bar{M}_2 и т.д.

Определение опорных реакций и построение эпюр должно сопровождаться необходимыми расчетами. Ординаты эпюр моментов откладывают со стороны растянутого волокна.

5. Определение коэффициентов и свободных членов канонических уравнений.

Коэффициенты при неизвестных (единичные перемещения) и свободные члены (перемещения от внешней нагрузки) определяют перемножением соответствующих эпюр изгибающих моментов (по правилу Верещагина). Индексы коэффициентов показывают, какие эпюры необходимо перемножать. Например,

$$\delta_{12} = \sum_{i=1}^k \frac{1}{EI_i} [\bar{M}_1 \bar{M}_2] \text{ и т.д.}$$

6. Проверка правильности вычисления коэффициентов.

Предварительно строим суммарную единичную эпюру по формуле:

$$\bar{M}_s = \bar{M}_1 + \bar{M}_2 + \dots + \bar{M}_n$$

Проверка может быть построчной, для этого должно выполняться равенство:

$$\sum \int \bar{M}_1 \bar{M}_s \frac{dx}{EI} = \sum_{i=1}^n \delta_{1i},$$

или результат перемножения первой единичной эпюры на суммарную должен быть равен алгебраической сумме коэффициентов при неизвестных первой строки системы канонических уравнений.

Проверка может быть общей, для этого должно выполняться равенство:

$$\sum \int \bar{M}_s^2 \frac{dx}{EI} = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \delta_{ik},$$

или результат перемножения суммарной эпюры самой на себя должен быть равен алгебраической сумме всех коэффициентов при неизвестных системы канонических уравнений.

Проверка правильности определения свободных членов (грузовых перемещений) производится по формуле:

$$\sum \int \bar{M}_s M_p \frac{dx}{EI} = \Delta_{1p} + \Delta_{2p} + \dots + \Delta_{np},$$

или результат перемножения суммарной эпюры самой на себя равен алгебраической сумме свободных членов канонических уравнений.

7. Решение системы канонических уравнений.

Вычисляются основные неизвестные и делается проверка правильности вычислений.

8. Построение действительной эпюры изгибающих моментов.

Лучше воспользоваться принципом суперпозиций. Для этого предварительно производят корректировку единичных эпюр, умножая их на соответствующий X_i . Тогда ордината действительной эпюры изгибающих моментов в любом сечении будет определяться формулой:

$$M = \bar{M}_1 X_1 + \bar{M}_2 X_2 + \dots + \bar{M}_n X_n + M_p^o$$

9. Проверка правильности построения действительной эпюры моментов.

Существуют статическая и кинематическая проверки. Статическая проверка – заключается в проверке рав-

новесия узлов рамы. Для кинематической проверки эпюру M умножают на одну из единичных или на суммарную эпюру. Результат перемножения должен быть равен нулю (или близок к нулю из-за погрешности вычислений).

10. Построение эпюры поперечных сил.

Эпюру Q строят по эпюре M . Особое внимание надо обратить на правило знаков. Если эпюра моментов построена со стороны растянутого волокна, то для определения знака поперечной силы можно пользоваться следующим правилом. Поперечная сила положительна, если для совмещения оси элемента с касательной к эпюре изгибающих моментов приходится эту ось вращать по часовой стрелке. При этом угол поворота не должен превосходить 90° . Значение поперечной силы на участке определяют по формуле:

$$Q_x = Q_x^b + \frac{M_{np} - M_{лев}}{l},$$

где Q_x^b – балочная поперечная сила (найденная для данного участка, как для простой балки на двух опорах от действующей на этом участке внешней нагрузки); M_{np} , $M_{лев}$ – моменты на правом и левом концах участка (положительные при растяжении нижних волокон); l – длина участка.

11. Построение эпюры продольных сил.

Эпюра нормальных сил строится по эпюре поперечных сил путем вырезания узлов, начиная с узла, в котором количество неизвестных нормальных сил не превышает двух. Правило знаков: положительная поперечная сила вращает вырезанный узел по ходу часовой стрелки; положительная продольная сила направлена от узла (т.е. растягивает стержень).

12. Общая статическая проверка.

Для всей рамы должны выполняться любые уравнения равновесия.

Вопросы для самоконтроля

1. Чему равна степень статической неопределимости замкнутого бесшарнирного контура?
2. Дайте определение статически неопределимой системы.

3. Можно ли сказать, что система, у которой степень свободы $W = 0$, является статически определимой?

4. Можно ли сказать, что система, у которой степень свободы $W < 0$, является статически неопределимой?

5. Что понимают под лишними связями системы?

6. Приведите формулы для определения числа лишних связей (степени статической неопределимости) системы.

7. Сколько различных статически определимых систем можно получить из заданной статически неопределимой системы?

8. Что принимается в качестве неизвестных метода сил?

9. Какова основная идея метода сил?

10. Назовите основные требования, предъявляемые к основной системе.

11. Что представляют собой абсолютно необходимые и условно необходимые связи? Какие из этих связей следует удалять при образовании основной системы?

12. Какие приемы применяют при удалении лишних связей? Приведите примеры.

13. Что следует понимать под рациональным выбором основной системы?

14. Какие системы называются симметричными, и какую основную систему целесообразно принимать при их расчете?

15. Когда и как применяется группировка неизвестных?

16. Как зависят усилия в статически неопределимой системе при силовом воздействии от абсолютных значений жесткостей элементов?

17. Как построить эпюру Q по эпюре M , эпюру N по эпюре Q ?

18. Чему равен момент в шарнире, если бесконечно близко от него не приложен внешний сосредоточенный момент?

19. Чему равен суммарный момент для каждого узла рамы?

20. В чем заключается проверка эпюр Q и M ?

21. Раскройте суть канонических уравнений метода сил.

22. Поясните суть коэффициентов при неизвестных в канонических уравнениях метода сил.

23. Поясните суть свободных членов в канонических уравнениях метода сил.

24. В чем суть статической проверки заданной системы в целом.

25. Поясните суть деформационной проверки заданной системы.

Контрольная работа №3

Задача 5. Расчет неразрезной балки

Задание. Для неразрезной балки (рис. 6) (номер рисунка выбирается в соответствии с цифрами шифра зачетной книжки), размерами и нагрузкой, указанными в табл. 6, требуется:

1) раскрыв статическую неопределимость балки с помощью уравнений трех моментов, построить эпюры моментов и поперечных сил от действия постоянной нагрузки;

2) найти моментные фокусные отношения и построить эпюры моментов от последовательного нагружения каждого пролета (и консолей) временной равномерно распределенной нагрузкой $q_{вр}$;

3) построить объемлющую (огibaющую) эпюру моментов для второго пролета (считая слева).

Таблица 6

Первая цифра шифра	ℓ_1 , м	b , м	q_1 , кН/м	Временная нагрузка $q_{вр}$, кН/м	Вторая цифра шифра	ℓ_2 , м	P_1 , кН	c , м	q_2 , кН/м	Последняя цифра шифра (№ схемы)	ℓ_3 , м	P_2 , кН
1	6	2	1,0	1,8	1	5	8	1	1,3	1	7	0
2	7	3	1,2	1,9	2	6	4	2	1,1	2	9	0
3	8	4	1,4	2,0	3	8	5	2	0,8	3	10	12
4	9	3	1,6	2,2	4	10	9	2	1,7	4	0	0
5	10	2	1,7	2,3	5	9	7	1	1,8	5	0	0
6	11	3	1,8	2,1	6	7	6	1	1,2	6	8	14
7	5	4	1,1	1,7	7	11	10	2	0,9	7	11	11
8	12	3	1,9	2,4	8	12	3	3	1,4	8	12	9
9	6	2	1,5	2,5	9	8,4	11	3	1,0	9	0	0
0	8	3	1,3	2,6	0	6,4	12	2	1,5	0	0	8

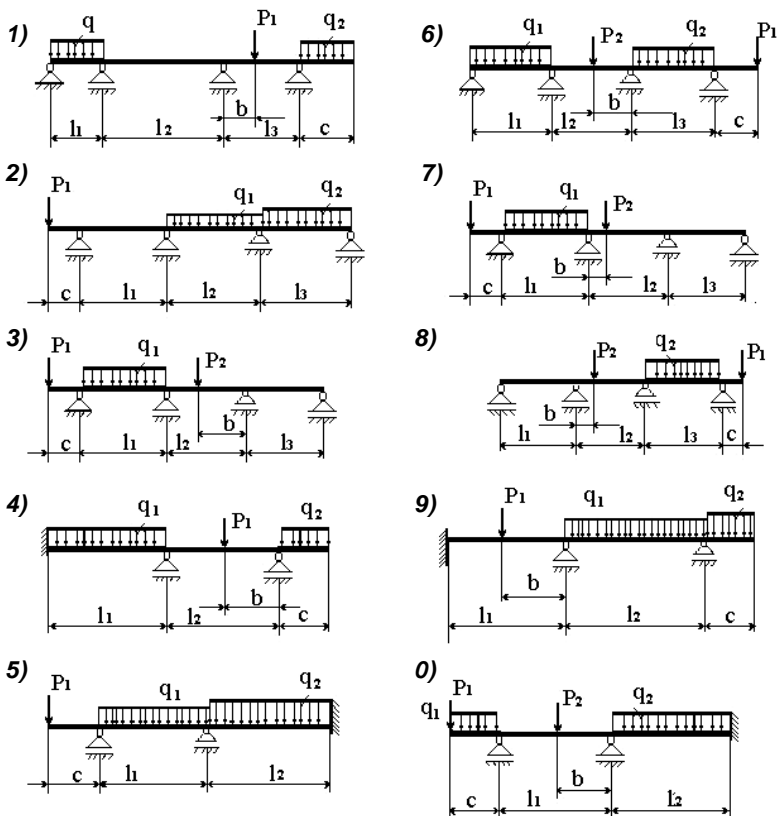


Рис. 6

Рекомендации по решению задачи

Решению задачи должно предшествовать изучение темы 8. При решении задачи использовать методические рекомендации [7].

Расчет на постоянную нагрузку проводят с помощью уравнений трех моментов. Рекомендуется следующий алгоритм расчета.

1. Задают основную систему. Для этого:

- жесткие заделки заменяют дополнительными пролетами нулевой длины;
- консольные части балки отбрасывают, а действующую на консоль нагрузку передают на опору в виде момента и силы;

– над каждой промежуточной опорой врезают шарнир, действие удалённой связи заменяют её реакцией в виде опорного момента. Моменты направляют так, чтобы они растягивали нижнее волокно (в этом случае они считаются положительными).

2. Записывают уравнения трех моментов для каждой промежуточной опоры.

3. Рассматривая каждый пролет как простую балку, строят эпюру моментов в основной системе от действия внешней нагрузки M_p^o .

4. Вычисляют все величины, входящие в уравнения трех моментов.

5. Решая систему уравнений, определяют неизвестные моменты. Делают проверку правильности вычислений.

6. Строят эпюру изгибающих моментов от действия только вычисленных опорных моментов $M_{оп}$.

7. Строят действительную эпюру моментов, ординаты которой в каждом сечении балки определяют по формуле:

$$M_i = M_{pi}^o + M_{оpi}.$$

Для второго пролета, для которого требуется строить объемлющую эпюру моментов, нужно определить ординаты окончательной эпюры в точках с интервалом $0,25l_2$.

8. Эпюра поперечных сил строится по эпюре моментов (см. в задаче 4, п.10 данных методических указаний).

Расчет на временную нагрузку лучше выполнять методом фокусов.

9. Вычисляют моментные фокусные отношения (правые и левые) для каждого пролета.

10. Строят эпюры изгибающих моментов от последовательного заграждения временной нагрузкой пролетов балки в следующем порядке:

- эпюра от заграждения левой консоли (если она есть);
- эпюра от заграждения первого пролета и т.д.

На всех эпюрах должны быть указаны значения моментов на каждой опоре, а для второго пролета – еще и в точках с интервалом $0,25l_2$.

11. Строят объемлющую эпюру моментов, ординаты которой определяют в табличной форме (табл. 7).

Таблица 7

Сечение	Момент от постоянной нагрузки, кНм	Момент от загрузки временной нагрузкой, кНм					M_{\max} , кНм	M_{\min} , кНм
		левой консоли	первого пролета	второго пролета	третьего пролета	правой консоли		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
...								
i	17	5	-6	8	-10	3	33	1
k	-8	-6	4	-10	-12	5	1	-36

При подсчете максимального изгибающего момента для какого-либо сечения берется момент от постоянной нагрузки и все положительные моменты от загрузки отдельных пролетов временной нагрузкой; для минимального момента – берется момент от постоянной нагрузки и все отрицательные значения моментов от временной нагрузки. Соединяя последовательно ординаты M_{\max} , получают объемлющую эпюру максимальных моментов. Аналогично получают объемлющую эпюру минимальных моментов. Обе объемлющие эпюры строят на одной базе.

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение неразрезной балки.
2. Что означает внешняя и внутренняя статическая неопределимость системы?
3. Перечислите классические методы расчетов статически неопределимых стержневых систем.
4. Дайте определение основной и эквивалентной системы по методу сил.
5. Поясните все величины, входящие в уравнения трех моментов.
6. Поясните физический смысл уравнения трех моментов.
7. Когда и для чего применяют объемлющие эпюры M , Q , N ?
8. Как строятся объемлющие эпюры изгибающих моментов и поперечных сил в неразрезных балках?

Задача 6. Расчет статически неопределимой рамы методом перемещений

Задание. Для заданной статически неопределимой рамы требуется построить эпюры изгибающих моментов поперечных и продольных сил. Решение сопровождать необходимыми проверками: правильности вычисления реакций в добавленных связях, правильности построения действительной эпюры моментов (статическая и деформационная), правильности определения поперечных и продольных сил (общая статическая проверка). В задачах 6.1 и 6.2 представлены рамы с разной степенью кинематической неопределимости. Расчет выполнить методом перемещений.

Задача 6.1. Расчетную схему рамы студент выбирает согласно своему шифру по рис. 7, исходные данные по табл. 8.

Таблица 8

Первая цифра шифра	h_1	l_2	Вторая цифра шифра	h_1 м	Нагрузка					Последняя цифра шифра (№ схемы)	h_2 м	$l_1:l_2$
	м	м			P_1	P_2	P_3	g_1	g_2			
	кН				кН/м							
1	9	3	1	7	5	4	0	1	0	1	0	1:2
2	2	5	2	5	4	0	4	2	0	2	0	2:1
3	10	6	3	4	3	0	0	0	3	3	9	3:2
4	7	4	4	3	9	5	0	3	0	4	6	2:3
5	8	7	5	8	6	0	5	4	0	5	0	1:3
6	4	8	6	6	7	0	0	0	2	6	0	3:1
7	6	9	7	10	8	6	0	5	0	7	5	3:4
8	5	10	8	9	2	0	6	6	0	8	10	4:3
9	12	12	9	2	12	0	0	0	3	9	0	4:1
0	3	2	0	12	10	7	0	2	0	0	0	1:4

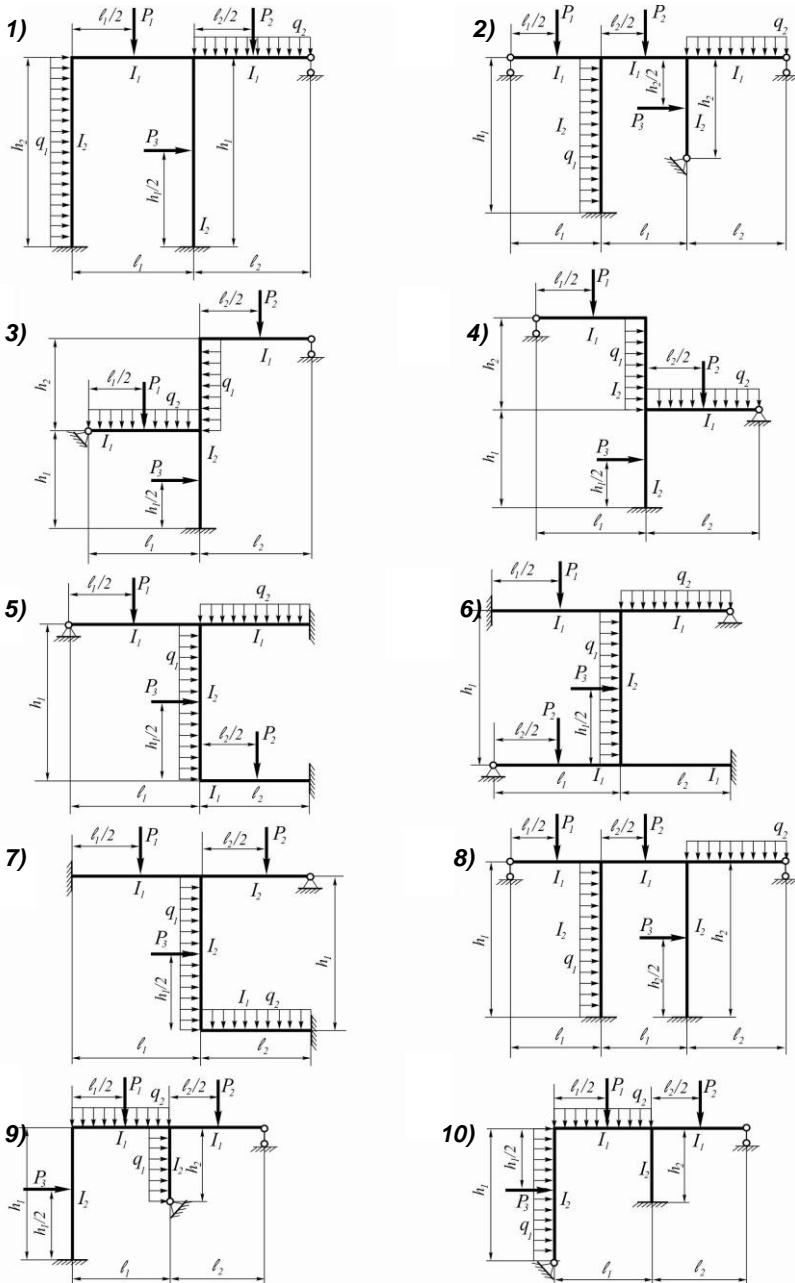


Рис. 7

Задача 6.2. Расчетную схему рамы студент выбирает согласно своему шифру по рис. 8, исходные данные по табл. 9.

Таблица 9

Первая цифра шифра	P_1 , кН	g_1 , КНМ	P_2 , кН	g_2 , КНМ	Вторая цифра шифра	l_1 , м	h_1 , м	Третья цифра шифра	l_2 , м	h_2 , м	$l_1 : l_2$	Номер схемы
1	6	0	0	4	1	4	6	1	4	8	1:2	1
2	0	2	3	0	2	5	8	2	5	12	2:1	2
3	8	0	0	1	3	7	10	3	7	3	3:2	3
4	4	0	0	5	4	10	3	4	10	6	2:3	4
5	0	3	4	0	5	6	7	5	6	8	1:3	5
6	0	1	7	0	6	8	2	6	8	5	3:1	6
7	0	4	5	0	7	12	4	7	12	4	3:4	7
8	7	0	0	3	8	10	9	8	10	2	4:3	8
9	0	5	8	0	9	9	5	9	9	7	4:1	9
0	5	0	0	2	0	3	12	0	3	10	1:4	0

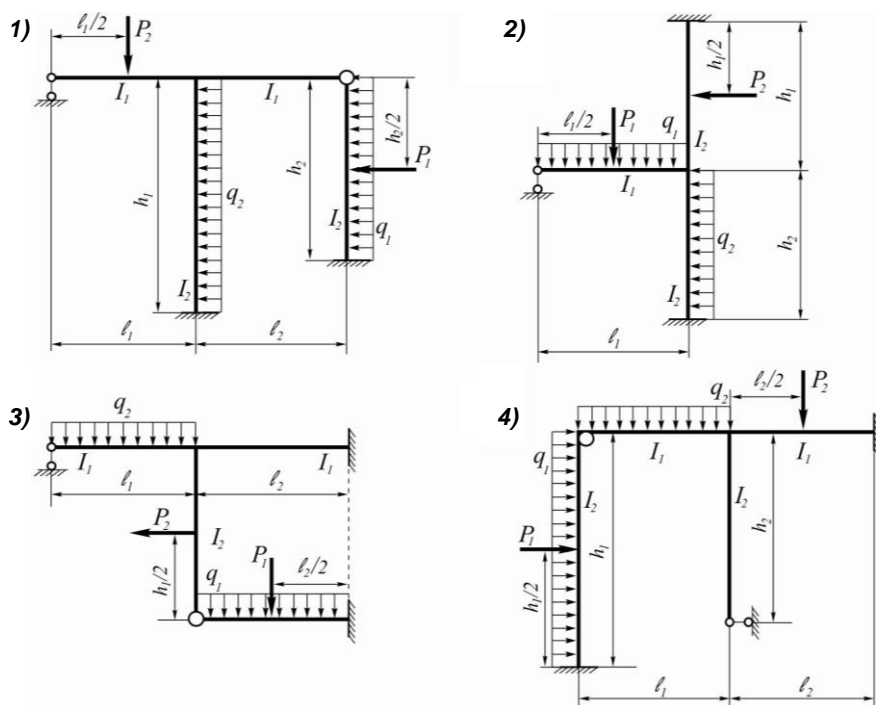


Рис. 8 (начало)

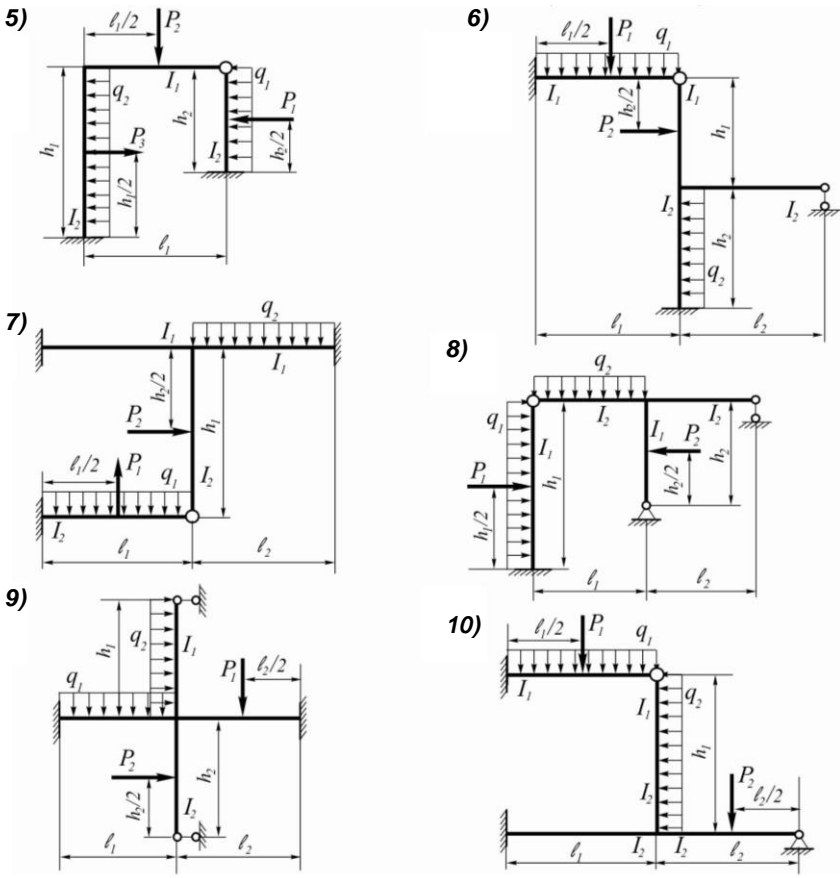


Рис. 8 (окончание)

Рекомендации по решению задач

Решению задачи должно предшествовать изучение темы 10. При решении задачи рекомендуется выполнять указания учебного пособия [8].

Элементы рамы обладают разной жесткостью. Необходимо выразить их через какую-нибудь одну жесткость (EI_1 , EI_2 или EI_0), или перейти к погонным жесткостям ($i=EI/\ell$), предварительно подсчитав их значения для каждого стержня.

Рекомендуется следующий алгоритм расчета:

1. Определяют степень кинематической неопределимости заданной рамы (это число возможных неизвестных линейных и угловых перемещений узлов рамы).

2. Задают основную систему метода перемещений.

Основная система должна быть кинематически определима. Для этого в заданную систему добавляют связи, ограничивающие выявленные возможные перемещения.

3. Составляют канонические уравнения метода перемещений.

4. Рассматривают единичные и грузовое состояния основной системы.

Единичные состояния: основную систему поочередно загружают только единичными перемещениями. Строят единичные эпюры моментов (их число равно степени кинематической неопределимости рамы).

Грузовое состояние: основную систему загружают только внешней нагрузкой.

При построении эпюр моментов используются таблицы реакций, имеющиеся во всех учебниках по строительной механике.

5. Определяют коэффициенты и свободные члены системы канонических уравнений (или реакции добавленных связей).

Направление реакций должно совпадать с выбранным направлением перемещений.

6. Делают проверку правильности вычисления реакций.

7. Решают систему канонических уравнений. Вычисляют неизвестные перемещения.

8. Строят действительную эпюру изгибающих моментов по формуле:

$$M = \bar{M}_1 Z_1 + \bar{M}_2 Z_2 + \dots + \bar{M}_n Z_n + M_p^o.$$

9. Делают статическую (проверка равновесия узлов рамы) и кинематическую проверку правильности построения эпюры изгибающих моментов.

Для последней проверки необходимо выбрать основную систему метода сил и построить хотя бы одну единичную эпюру, которую следует «умножить» на окончательную эпюру моментов по правилу Верещагина.

10. Строят эпюры поперечных и продольных сил (пояснения см. в контрольной работе №2, п. 10,11 данных методических указаний).

11. Проводят общую статическую проверку системы.

Вопросы для самоконтроля

1. Что принимают за неизвестные метода перемещений.

2. Какие основные гипотезы принимаются при расчете методом перемещений?

3. Что понимают под степенью кинематической неопределимости системы и как она определяется?

4. Как определяется число независимых линейных перемещений узлов системы? Привести примеры.

5. Как образуется основная система метода перемещений? Привести примеры.

6. Сколько основных систем метода перемещений можно составить для заданной системы?

7. Чем отличаются основная и эквивалентная системы метода перемещений?

8. Запишите систему канонических уравнений метода перемещений.

9. Что означают величины Z_i , r_{ik} , r_{ii} , R_{ip} ?

10. Что представляют произведения $r_{11}Z_1$, $r_{12}Z_2$?

11. Каков физический смысл каждого из канонических уравнений?

12. Каким образом строят единичные и грузовые эпюры изгибающих моментов в основной системе?

13. Как вычисляют коэффициенты при неизвестных и свободные члены канонических уравнений?

14. Какие эпюры надо перемножить для вычисления грузовой реакции?

15. Как производится кинематическая (деформационная) проверка окончательной эпюры изгибающих моментов?

16. Поясните порядок проверки правильности вычисления коэффициентов и грузовых членов канонических уравнений метода перемещений.

Контрольная работа №4

Задача 7. Расчет плоской рамы на устойчивость

Задание. Для статически неопределимой рамы (рис. 9) с выбранными из табл. 10 размерами и нагрузкой требуется определить критические силы, используя метод перемещений.

Таблица 10

Первая цифра шифра	$\ell_1, \text{ м}$	$h_1, \text{ м}$	Вторая цифра шифра	$\alpha = \frac{P_1}{P_2}$	$\ell_2, \text{ м}$	Последняя цифра шифра (№ схемы)	$h_2, \text{ м}$	$h_1 : h_2$
1	4	4	1	1,2	4	1	2	0,9
2	5	10	2	1,3	5	2	0	0,8
3	6	9	3	1,4	6	3	0	0,7
4	7	8	4	1,5	7	4	0	0,6
5	8	7	5	1,6	8	5	0	0,5
6	9	6	6	1,7	9	6	0	1,2
7	10	5	7	1,8	10	7	0	1,4
8	11	3	8	1,9	11	8	4	1,5
9	12	11	9	2,0	12	9	5	1,6
0	13	12	0	2,5	13	0	6	1,8

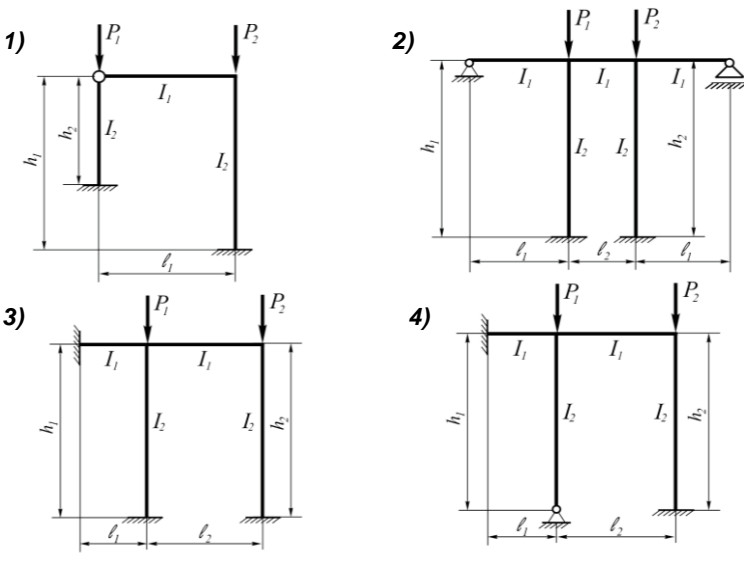


Рис. 9 (начало)

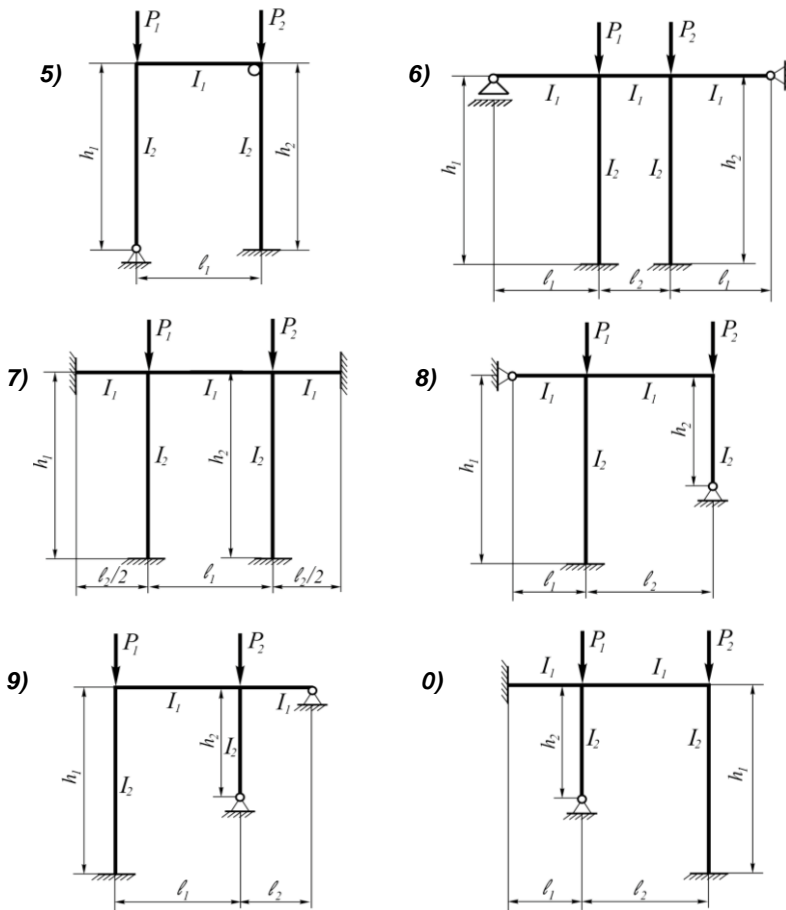


Рис. 9 (окончание)

Рекомендации по решению задач

Решению задачи должно предшествовать изучение темы 12.

Все предлагаемые рамы удобнее решать методом перемещений. Поэтому алгоритм расчета такой же, как в задаче 6. Особенность расчета заключается в том, что внешние нагрузки действуют вдоль стоек, вызывая только их сжатие. Это отражается на эпюрах моментов:

- грузовая эпюра изгибающих моментов в этом случае отсутствует, следовательно, свободные члены канонических уравнений обратятся в нуль;

- единичные эпюры моментов для сжатых силами стоек будут иметь криволинейный характер, их построение следует проводить по специальным таблицам [1, 2, 3]. Для стержней не сжатых внешними силами эпюры моментов строят по обычным таблицам метода перемещений;

- коэффициенты канонических уравнений будут включать в себя некоторые функции $\varphi_n(v_i)$ и $\varphi_m(v_k)$, зависящие от критических параметров:

$$v_i = \sqrt{\frac{P_i h_i^2}{EI_i}}; \quad v_k = \sqrt{\frac{P_k h_k^2}{EI_k}},$$

где P_i и P_k – силы, действующие вдоль стоек h_i и h_k ; EI_i и EI_k – жесткости стоек.

По условию задачи силы P_i и P_k связаны между собой соотношением α , поэтому и параметры v_i и v_k окажутся связанными соотношением:

$$\frac{v_i}{v_k} = h_i \sqrt{\frac{P_i}{EI_i}} : h_k \sqrt{\frac{P_k}{EI_k}} = \frac{h_i}{h_k} \sqrt{\alpha \frac{EI_k}{EI_i}}.$$

Для нахождения $P_{кр}$ составляется уравнение устойчивости:

$$D = r_{11}r_{22} - r_{12}^2 = 0.$$

Это уравнение решается относительно v подбором в такой последовательности:

- а) задаются значением v_k ;
- б) по вычисленному соотношению критических параметров стоек определяется v_i ;
- в) по специальным таблицам определяются значения необходимых функций, входящих в коэффициенты уравнения устойчивости (функции $\varphi_n(v_i)$, $\varphi_m(v_k)$...). Таблицы можно найти в источнике [9];
- г) найденные значения коэффициентов подставляются в уравнение устойчивости.

Если данные значения функций не удовлетворяют уравнению устойчивости, то задаются другим значением v_k и все вычисления повторяются. Эта операция повторяется до тех пор, пока принятые значения не будут удовле-

творять уравнению устойчивости. Тогда определяются значения критических сил по формулам:

$$P_{iкр} = \frac{\nu_i^2 EI_i}{h_i^2} \quad \text{и} \quad P_{kкр} = \frac{\nu_k^2 EI_k}{h_k^2} .$$

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение понятия об устойчивой форме равновесного состояния системы.

2. Дайте определение о критическом состоянии системы.

3. Какие значения внешних сил называются критическими?

4. Что означает потеря системой устойчивости по I и по II роду соответственно?

5. Сформулируйте задачу Эйлера.

6. Укажите основные закономерности, существующие между различными формами потери устойчивости стержневых систем.

7. Перечислите основные факторы, оказывающие наиболее существенное влияние на величину критических значений внешних сил.

8. В чем состоит отличие коэффициентов канонических уравнений метода перемещений при расчете на устойчивость от классического расчета?

Задача 8. Динамический расчет плоской системы

Задание. На плоской раме (рис. 10) установлен двигатель весом Q . При работе двигателя, вследствие неуравновешенности его частей, возникает центробежная сила инерции $P \sin \theta t$, амплитудное значение которой задано. Выбрав исходные данные для заданной рамы по табл. 11, требуется:

1) определить круговую частоту свободных вертикальных и горизонтальных колебаний, приняв раму как систему с двумя степенями свободы (собственный вес системы не учитывается);

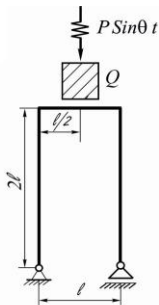
2) определить динамическое воздействие вертикальной вибрационной силы $P \sin \theta t$:

- принять частоту вертикальной возмущающей силы ($\theta \text{ с}^{-1}$) равной половине минимальной частоты собственных колебаний,
- определить динамический коэффициент μ ,
- построить эпюру изгибающих моментов с учетом динамического действия силы P .

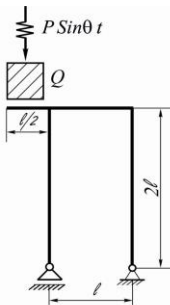
Таблица 11

Первая цифра шифра	ℓ , м	Q , кН	Вторая цифра шифра	P , кН	Последняя цифра шифра (№ схемы)	EI , кНм ²
1	2,0	15	1	1,0	1	20000
2	2,5	20	2	2,0	2	25000
3	3,0	22	3	2,5	3	22500
4	2,2	18	4	1,5	4	22000
5	2,4	25	5	1,2	5	23000
6	2,8	24	6	3,0	6	21000
7	2,1	21	7	1,8	7	24000
8	2,3	23	8	1,6	8	23500
9	1,8	17	9	2,2	9	24500
0	2,6	16	0	2,6	0	21500

1)



2)



3)

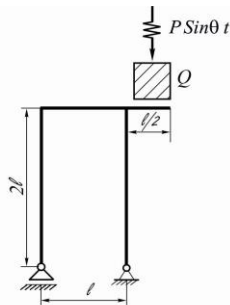


Рис. 10 (начало)

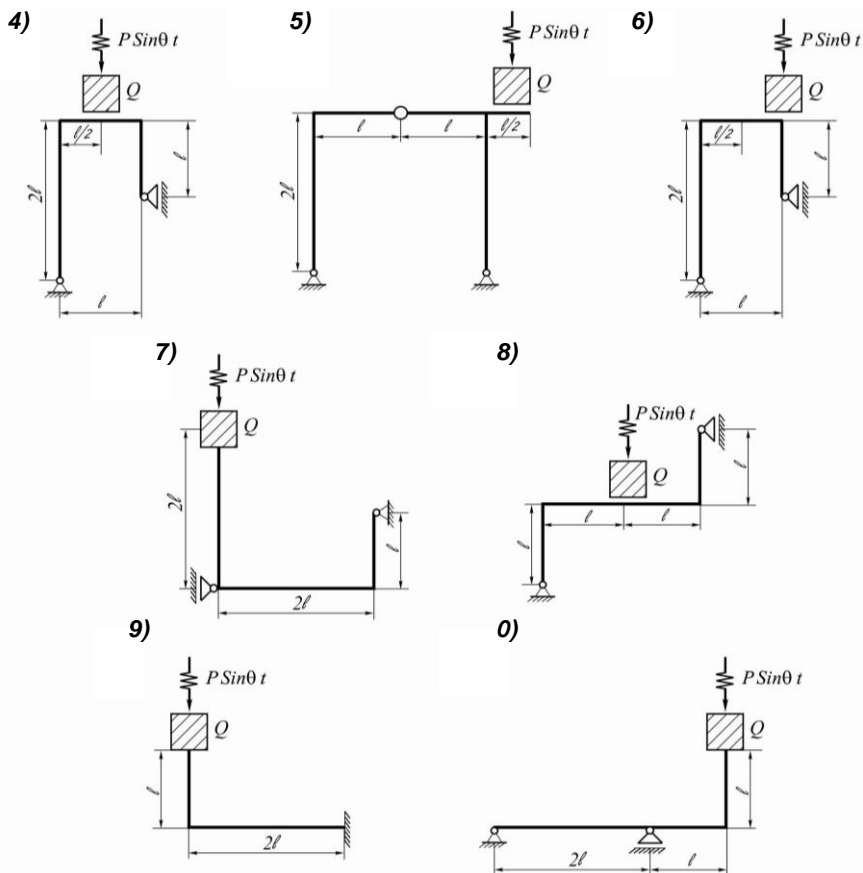


Рис. 10 (окончание)

Рекомендации по решению задач

Решению задачи должно предшествовать изучение темы 13.

Рекомендуемый алгоритм расчета состоит из двух этапов.

I. Расчет на собственные колебания:

1. Определить число динамических степеней свободы системы.

2. Записать частотное уравнение («вековое» уравнение).

Оно имеет вид биквадратного уравнения:

$$\begin{vmatrix} (\bar{\delta}_{11} - \bar{\lambda}_i) & \bar{\delta}_{11} \\ \bar{\delta}_{21} & (\bar{\delta}_{22} - \bar{\lambda}_i) \end{vmatrix} = (\bar{\delta}_{11} - \bar{\lambda}_i)(\bar{\delta}_{22} - \bar{\lambda}_i) - \bar{\delta}_{12}^2 = 0,$$

где $\bar{\lambda}_i = \frac{EI}{m_i \omega_i^2}$, ω_i – частота собственных колебаний.

3. Вычислить коэффициенты векового уравнения.

Коэффициентами являются перемещения от единичных сил инерции, возникающих при вертикальных и горизонтальных колебаниях массы ($m = Q/g$). Для определения перемещений необходимо построить эпюры изгибающих моментов от единичных сил, приложенных по направлению возможных колебаний массы (вращение груза относительно центра его массы не учитывается).

4. Решить вековое уравнение. Решение уравнения даст две собственные частоты (отрицательные значения ω_i не учитываются). Проверка правильности решения системы уравнений.

Возможные перемещения массы (вертикальное и горизонтальное) качественно определяют две формы колебаний с частотами ω_1 и ω_2 . При этом низшей (основной) частоте соответствует та форма колебаний, для которой δ_{11} больше, т.е. рама менее жесткая. Например, при решении векового уравнения получены частоты: $\omega_1 = 76 \text{ с}^{-1}$ и $\omega_2 = 610 \text{ с}^{-1}$, а перемещения от единичной вертикальной силы $\delta_{11} = 0,81/EI$ и от горизонтальной силы $\delta_{22} = 50/EI$. Это означает, что наименьшая частота $\omega_1 = 76 \text{ с}^{-1}$ соответствует горизонтальной форме колебаний.

5. Определить главные формы собственных колебаний.

Установить соотношение между амплитудами главных форм колебаний с частотами ω_1 и ω_2 . Для этого $\bar{\lambda}_1$ и $\bar{\lambda}_2$ подставить поочередно в любое частотное уравнение:

$$\begin{cases} (\bar{\delta}_{11} - \bar{\lambda}_i)a_1 + \bar{\delta}_{12}a_2 = 0 \\ \bar{\delta}_{21}a_1 + (\bar{\delta}_{22} - \bar{\lambda}_i)a_2 = 0. \end{cases}$$

6. Проверить ортогональность главных форм колебаний по формуле:

$$\sum m_i a_{ii} a_{ik} = 0,$$

где i – номер направления колебания (горизонтальное или вертикальное); k – номер формы колебания (совпадает с номером частоты).

II. Расчет на вынужденные колебания:

7. Определить частоту возмущающей силы:

$$\theta = 0,5\omega_i;$$

где ω – частота свободных вертикальных колебаний груза Q ; ω_i – низшая частота свободных колебаний.

8. Определить силы инерции, возникающие при вертикальных и горизонтальных колебаниях массы:

$$\begin{cases} (\delta_{11} - \frac{1}{m\theta^2})B_1 + \delta_{12}B_2 = -\delta_{1p}P \\ \delta_{21}B_1 + (\delta_{22} - \frac{1}{m\theta^2})B_2 = -\delta_{2p}P \end{cases}.$$

9. Построить действительные эпюры изгибающих моментов, поперечной и продольной сил от динамического воздействия вибрационной силы $P \sin \theta t$, действия сил инерции и веса двигателя.

В данном случае будет удобно использовать имеющиеся эпюры от единичных сил (вертикальной и горизонтальной).

Вопросы для самоконтроля

1. Поясните основные задачи динамической теории инженерных конструкций.

2. Перечислите виды динамических нагрузок.

3. Какое явление называется резонансом?

4. Какие колебания называются свободными или собственными?

5. Какие колебания называются вынужденными?

6. Дайте определение понятий круговой и фазовой частоты соответственно.

7. Дайте определение периода собственных и вынужденных колебаний.

8. Что называется числом собственных колебаний заданной системы.

9. Перечислите основные подходы, применяемые при решении задач динамики.

10. Сформулируйте условие ортогональности собственных колебаний.

11. Дайте определение коэффициента динамичности для системы с одной степенью свободы.

ТЕСТЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЗАЩИТЕ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Приведенные тесты составлены в соответствии с требованиями к результатам освоения содержания дисциплины «Строительная механика». Соответствуют среднему уровню сложности и могут быть использованы для подготовки к защите контрольных работ, к промежуточной и итоговой аттестации по данной дисциплине.

1. Построить эпюры Q и M для заданной балки (рис. 11).

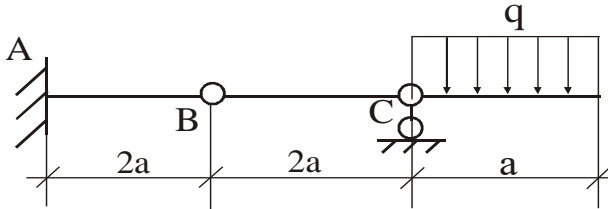


Рис. 11

2. Если принять $g = 4$ кН/м; $a = 2$ м; $EI = \text{const}$, то вертикальное перемещение шарнира В балки (рис.11) равно:

1) $\frac{160}{EI}$; 2) $\frac{158}{EI}$; 3) $\frac{192}{EI}$; 4) $\frac{231}{EI}$; 5) $\frac{180}{EI}$.

3. Подобрать сечение балки (рис. 11) в виде двутавра, если $[\sigma] = 100$ МПа.

4. Построить линию влияния опорной реакции R_A балки (рис. 11). С помощью линии влияния определить длину консоли, при которой величина опорной реакции R_A ,

от действующей на консоль распределенной нагрузки интенсивностью $q = 4 \text{ кН/м}$, равна 6 кН .

5. С помощью линии влияния подобрать значение силы F , при котором перерезывающая сила Q в сечении «К» балки (рис. 12) будет равна нулю.

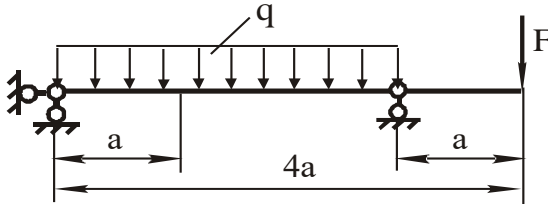


Рис. 12

6. Стержни фермы (рис. 13) составлены из двух уголков (в тавр), материал стержней сталь $[\sigma_p] = 160 \text{ МПа}$, $[\sigma_c] = 100 \text{ МПа}$. Стержень 4 состоит из уголков, номера которых:

- 1) $40 \times 40 \times 3$; 2) $45 \times 45 \times 4$; 3) $56 \times 56 \times 5$; 4) $28 \times 28 \times 3$;
- 5) $63 \times 63 \times 4$.

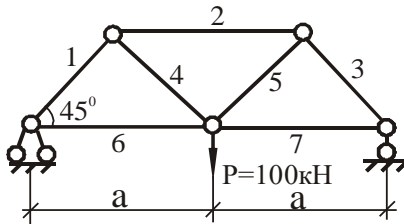


Рис. 13

7. Перемещение сечений в рамных системах от действия температурного поля определяется по формуле:

$$\Delta_t = \frac{t_B + t_H}{2} \alpha \Omega_{\bar{N}} + \frac{t_B - t_H}{h} \alpha \Omega_{\bar{M}},$$

где $\alpha = 125 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{град}}$ – коэффициент линейного расширения; $h = 0,1 \text{ м}$ – высота поперечного сечения. Тогда угол поворота узла С рамы (рис. 14) от температурного воздействия равен:

- 1) 0,0078 рад; 2) 0,15 рад; 3) 0,061 рад; 4) 0,15 рад;
5) 0,0013 рад.

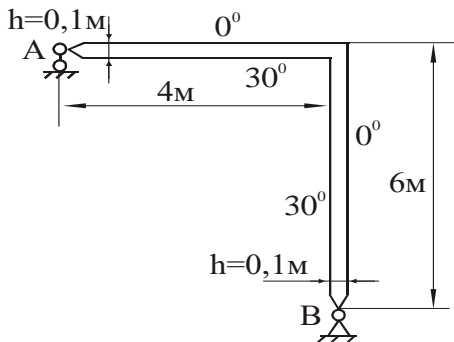


Рис. 14

8. Указать какая из трех приведенных эпюр моментов для рамы (рис. 15) построена правильно, и объяснить, почему остальные неверны.

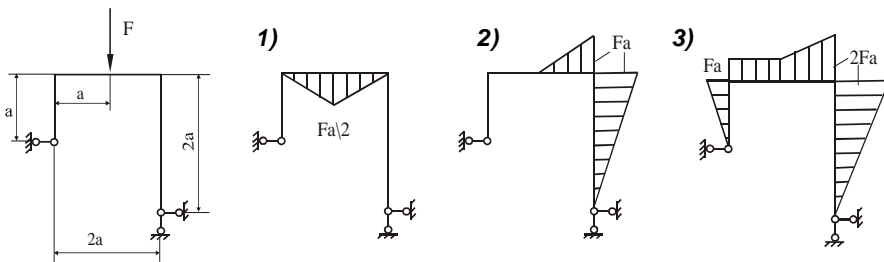


Рис. 15

9. Подобрать длину консоли a , чтобы горизонтальное смещение сечения «К» в раме (рис.16) равнялось нулю.

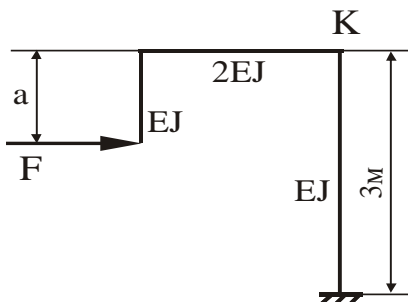


Рис. 16

10. Наиболее простым методом расчета статически неопределимых систем определить абсолютные значения изгибающих моментов в сечениях 1, 2 рамы (рис. 17).

$$\begin{aligned}
 & 1) M_1 = \frac{F}{2}; \quad 2) M_1 = \frac{F}{3}; \quad 3) M_1 = \frac{F}{4}; \quad 4) M_1 = \frac{3}{2}F; \quad 5) M_1 = \frac{5}{2}F \\
 & M_2 = \frac{F}{4}; \quad M_2 = \frac{2}{3}F; \quad M_2 = \frac{3}{4}F; \quad M_2 = \frac{3}{2}F; \quad M_2 = \frac{5}{2}F.
 \end{aligned}$$

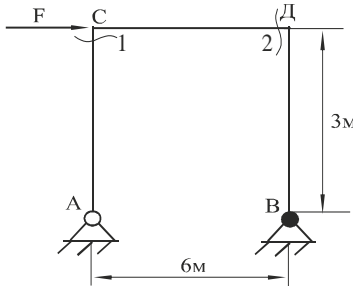


Рис. 17

11. Продольная сила в стержне CD рамы (см. рис. 17) равна:

$$1) \frac{3}{2}F; \quad 2) -\frac{3}{2}F; \quad 3) -\frac{F}{2}; \quad 4) \frac{1}{3}F; \quad 5) \frac{F}{2}.$$

12. Горизонтальное смещение узла D рамы (см. рис. 17) при $F = 5$ кН равно:

$$1) \frac{50}{EI}; \quad 2) \frac{35}{EI}; \quad 3) \frac{15}{EI}; \quad 4) \frac{45}{EI}; \quad 5) \frac{52}{EI}.$$

13. Вертикальная реакция опоры B рамы (см. рис. 17) равна:

$$1) \frac{1}{2}F; \quad 2) \frac{1}{3}F; \quad 3) 0; \quad 4) F; \quad 5) \frac{1}{4}F.$$

14. Угол поворота узла D для рамы на рис. 18 равен:

$$1) \frac{qa^3}{144EI}; \quad 2) \frac{qa^3}{132EI}; \quad 3) \frac{qa^3}{120EI}; \quad 4) \frac{qa^3}{90EI}; \quad 5) \frac{qa^3}{110EI}.$$

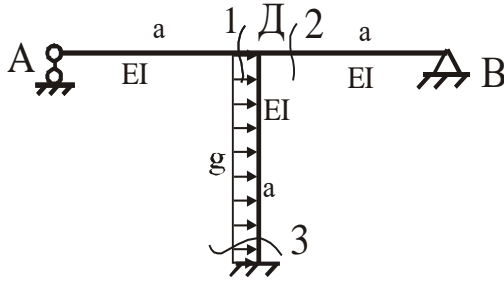


Рис. 18

Примечание: Задачи решать методом перемещений.

15. Определить степень статической и степень кинематической неопределенности рамы (рис. 19). Сколько основных систем метода перемещений можно составить для данной рамы.

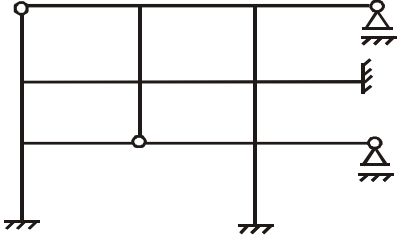


Рис. 19

16. Определить величину критической силы для стойки рамы (рис. 20), используя метод перемещений.

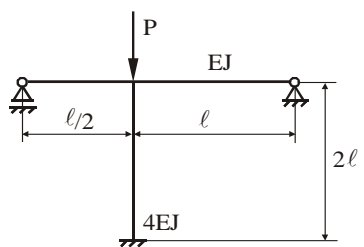


Рис. 20

17. На раме круглого поперечного сечения ($d = 150$ мм) установлен двигатель весом $Q = 6$ кН, ротор которого делает $n = 300$ об/мин. Амплитудное значение центробежной силы инерции $P = 1$ кН. Определить величину изгибающего

момента с учетом динамического действия силы $P \sin \theta t$ в опасном сечении рамы (рис. 21).

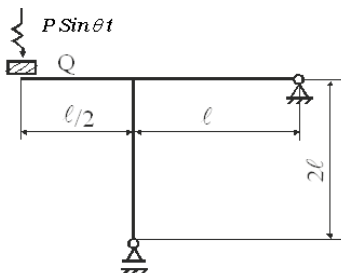


Рис. 21

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Дарков, А.В. Строительная механика: учебник / А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. – 12-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 656 с. – Текст: непосредственный.

2. Константинов, И.А. Строительная механика: учебник/ И.А. Константинов, В.В. Лалин, И.И. Лалина. – Москва: Проспект, 2011. – 432 с. – Текст: непосредственный.

3. Кривошапко, С.Н. Строительная механика: лекции, семинары, расчетно-графические работы: учеб. пособие / С.Н. Кривошапко. – Москва: Высшая школа, 2008. – 391 с. – Текст: непосредственный.

4. Анохин, Н.Н. Строительная механика в примерах и задачах. Статически определимые системы: учеб. пособие. В 2-х ч. Ч. 1 / Н.Н. Анохин. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: АСВ, 2007. – 335 с. – Текст: непосредственный.

5. Анохин, Н.Н. Строительная механика в примерах и задачах. Статически неопределимые системы: учеб. пособие. В 2-х ч. Ч. 2 / Н.Н. Анохин. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: АСВ, 2007. – 464 с. – Текст: непосредственный.

6. Строительная механика. Основы теории с примерами расчетов: учебник / А.Е. Саргсян [и др.]; под ред. А.Е. Саргсяна. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Высшая школа, 2000. – 416 с. – Текст: непосредственный.

7. Ботвиньева, И.П. Статически неопределимые рамы и балки: учеб. пособие / И.П. Ботвиньева; Норильский индустр. ин-т. – Норильск, 2010. – 105 с. – Текст: непосредственный.

8. Ботвиньева, И.П. Расчет статически неопределимых рам методом перемещений: учеб. пособие / И.П. Ботвиньева; Норильский индустр. ин-т. – Норильск, 2001. – 101 с. – Текст: непосредственный.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
Краткое содержание дисциплины.....	5
Порядок оформления контрольных работ.....	8
Контрольные задания	
<i>Контрольная работа №1</i>	10
<i>Контрольная работа №2</i>	20
<i>Контрольная работа №3</i>	31
<i>Контрольная работа №4</i>	41
Тесты для подготовки к защите контрольных работ.....	49
Библиографический список.....	55

Компьютерная верстка Т.В. Телелева

Темплан ФГБОУВО «ЗГУ» 2023 г., поз. 50. Подписано в печать 02.02.2023.
Формат 60x84 1/16. Бум. для копир.-мн.ап. Гарнитура *Bookman Old Style*.
Печать плоская. Усл.п.л. 3,5. Уч.-изд.л. 3,5. Тираж 30 экз. Заказ 20.

663310, Норильск, ул. 50 лет Октября, 7. E-mail: RIO@norvuz.ru

Отпечатано с готового оригинал-макета в отделе ЦИТ ФГБОУВО «ЗГУ»