

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Игнатенко Виталий Иванович  
Должность: Проректор по образовательной деятельности и молодежной политике  
Дата подписания: 02.10.2023 10:00:00  
Уникальный программный ключ:  
a49ae343af5448d45d7e3e1e499659da8109ba78

**Министерство науки и высшего образования РФ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**«Заполярный государственный университет им. Н. М. Федоровского»**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**по дисциплине Аналитическая геометрия и линейная алгебра**

Уровень образования: бакалавриат

Кафедра «Экономика, менеджмент и организация производства»

Разработчик ФОС:

К.э.н., Доцент, Торгашова Н.А. \_\_\_\_\_ Торгашова Н.А.

Оценочные материалы по дисциплине рассмотрены и одобрены на заседании кафедры, протокол № 5 от 17.04.2023 г.

И.о. заведующего кафедрой \_\_\_\_\_ к.э.н., доцент Н.А.

Фонд оценочных средств по дисциплине Аналитическая геометрия и линейная алгебра для текущей/ промежуточной аттестации разработан в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по специальности / направлению подготовки 38.03.02 Менеджмент на основе Рабочей программы дисциплины Аналитическая геометрия и линейная алгебра, утвержденной решением ученого совета от г., Положения о формировании Фонда оценочных средств по дисциплине (ФОС), Положения о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся ЗГУ, Положения о государственной итоговой аттестации (ГИА) выпускников по образовательным программам высшего образования в ЗГУ им. Н.М. Федоровского.

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами образовательной программы

Таблица 1. Компетенции и индикаторы их достижения

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.2: Осуществляет критический анализ и синтез информации, полученной из разных источников
ОПК-2: Способен осуществлять сбор, обработку и анализ данных, необходимых для решения поставленных управленческих задач, с использованием современного инструментария и интеллектуальных информационно- аналитических систем;	ОПК-2.2: Применяет основные положения и методы количественного и качественного анализа для принятия управленческих решений

Таблица 2 – Паспорт фонда оценочных средств

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Формируемая компетенция	Наименование оценочного средства	Показатели оценки
Элементы матричного исчисления: определение, основные свойства матрицы. Линейные операции с матрицами. Определители второго и третьего порядка, вычисление определителя третьего порядка по правилам треугольника.	УК-1.2 ; ОПК-2.2	Конспект, тест	Есть/нет Полнота ответа
Матрицы и действия над ними, обратная матрица. Решение матричных уравнений. Ранг матрицы, теорема о ранге,	УК-1.2 ; ОПК-2.2	Конспект, тест	Есть/нет Полнота ответа

вычисление ранга матрицы, определители n-го порядка и их свойства, разложение определителя по строке (столбцу).			
Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Решение систем n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными по правилу Крамера. Решение СЛАУ матричным методом (с помощью обратной матрицы.)	УК-1.2 ; ОПК-2.2	Конспект, тест	Есть/нет Полнота ответа
Теорема Кронекера-Капелли, фундаментальная система решений. Системы линейных уравнений: решение системы n линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Однородные СЛАУ	УК-1.2 ; ОПК-2.2	Конспект, тест	Есть/нет Полнота ответа
Векторная алгебра: векторы, линейные операции над векторами, проекция вектора на ось, декартовы координаты векторов и точек, скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение. Векторное и смешанное произведение, их основные свойства и геометрический смысл, координатное выражение векторного и смешанного произведений.	УК-1.2 ; ОПК-2.2	Конспект, тест	Есть/нет Полнота ответа
Собственные значения и собственные векторы линейного оператора, характеристический многочлен. Билинейные и квадратичные формы, матрица квадратичной формы, приведение квадратичной формы к каноническому виду	УК-1.2 ; ОПК-2.2	Конспект, тест	Есть/нет Полнота ответа
Прямая на плоскости, различные формы уравнений прямой на плоскости, угол между прямыми, расстояние от точки до прямой.	УК-1.2 ; ОПК-2.2	Конспект, тест	Есть/нет Полнота ответа

**1 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций**

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, представлены в виде технологической карты дисциплины (таблица 3).

Таблица 3 – Технологическая карта

	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
<b>Промежуточная аттестация в форме «Экзамена» (для очной и заочной формы обучения)</b>				
	Тест итогового контроля	По окончании первого семестра изучения курса	от 0 до 5 баллов	Отлично, хорошо, удовлетворительно, неудовлетворительно
	ИТОГО:	-	___ баллов	-

**2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности характеризующие процесс формирования компетенций в ходе освоения образовательной программы**

**2.1. Задания для текущего контроля успеваемости**

1. Найти произведение матриц  $A \cdot B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & -4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 6 & 3 & -1 & 2 \\ 5 & 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

2. Пользуясь свойствами определителей и теоремой Лапласа вычислить определитель матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 \\ 2 & -3 & 7 & 10 \\ 3 & 5 & -8 & 0 \\ 1 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Найти ранг матрицы  $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

4. Найти матрицу, обратную для матрицы  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$ .

5. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы, выполнить проверку

правильности решения: 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 1. \\ 5x_1 + x_3 = -1 \end{cases}$$

6. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера, выполнить проверку правильности

решения: 
$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 1. \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = -2 \end{cases}$$

7. Методом Гаусса найти общее решение и одно частное решение системы линейных уравнений,

выполнить проверку правильности полученного частного решения: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 4 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 = 6. \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 6 \end{cases}$$

8. Выяснить, являются ли векторы  $\vec{a}(3,6)$  и  $\vec{b}(-1,2)$  коллинеарными.

9. Найти скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = 4$ ,  $|\vec{b}| = 8$ ,  $\varphi = 135^\circ$ .

10. Найти скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  и угол между векторами  $\vec{a}(1,2,3)$  и  $\vec{b}(-1,0,1)$ .

11. Найти значение коэффициента  $k$ , при котором векторы  $\vec{a} = 2\vec{p} - \vec{q}$  и  $\vec{b} = 5\vec{p} + k\vec{q}$  ортогональны, если векторы  $\vec{p}$  и  $\vec{q}$  не коллинеарные.

12. Найти векторное произведение  $\vec{a} \times \vec{b}$  и синус угла между векторами  $\vec{a}(-2,1,4)$  и  $\vec{b}(3,0,-1)$ .

13. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = 3\vec{p} - \vec{q}$  и  $\vec{b} = 2\vec{p} + 6\vec{q}$ , где  $\vec{p}$  и  $\vec{q}$  - векторы длины 2, угол между которыми равен  $60^\circ$ .

14. Даны векторы  $\vec{a}(3,2,2)$ ,  $\vec{b}(4,-1,5)$  и  $\vec{c}(0,-7,5)$ . Найти смешанное произведение  $\left( \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \right)$ .

15. При каком значении  $\lambda$  векторы  $\vec{a}(0,\lambda,2)$ ,  $\vec{b}(1,2\lambda,0)$  и  $\vec{c}(3,4,1)$  компланарные.

16. Дан параллелограмм  $ABCD$ , три вершины которого заданы  $A(-2,-1,5)$ ,  $B(-3,1,3)$ ,  $C(5,4,-2)$ . Найти четвертую вершину и острый угол параллелограмма.

17. Найти длину высоты  $AD$  в треугольнике с вершинами  $A(3,5)$ ,  $B(2,-4)$ ,  $C(-2,1)$  и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки  $C$  на прямую  $AB$ .

18. Найти угол между плоскостью  $3x - 6y + 8z - 9 = 0$  и прямой, проходящей через начало координат и точку  $M(2,-3,5)$ . Вычислить расстояние между этой плоскостью и точкой.

19. Написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки  $M(3, -4, 2)$  на прямую

$$\frac{x+2}{3} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+4}{-6}.$$

20. Построить кривые по заданным уравнениям:  $(x-1)^2 + (x+2)^2 = 9$ ,  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ ,  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ ,

$$y^2 = 7x.$$

21. В некотором базисе даны вектора  $a_1 = (1, 2, 1)$ ,  $a_2 = (2, 1, 1)$ ,  $a_3 = (-1, -2, 1)$ . Найти все значения  $m$ , при которых вектор  $b = (2, 3, m)$  линейно выражается через векторы  $a_1, a_2, a_3$ .

22. Выяснить является ли систем векторов линейно зависимой:

$$a_1 = (-1, 7, 1, -2), a_2 = (2, 3, 2, 1), a_3 = (4, 4, 4, -3), a_4 = (1, 6, -1, 1).$$

23. Выяснить ранг и указать какой-нибудь базис системы векторов:

1)  $a_1 = (1, 2, 1)$ ,  $a_2 = (2, 1, 3)$ ,  $a_3 = (1, 5, 0)$ ,  $a_4 = (2, -2, 4)$ ;

2)  $a_1 = (1, 1, 4, 2)$ ,  $a_2 = (1, -1, -2, 4)$ ,  $a_3 = (0, 2, 6, -2)$ ,  $a_4 = (-3, 3, 3, -12)$ ,  $a_5 = (-1, 0, -4, -3)$ .

24. Выяснить, образуют ли базис трехмерного пространства  $R^3$  векторы  $a_1 = (1, 1, 11)$ ,  $a_2 = (1, 0, 1)$ ,  $a_3 = (2, 1, 2)$ .

25. Найти фундаментальную систему решений однородной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0 \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 - 7x_5 = 0 \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 0 \end{cases}.$$

26. В базисе  $B = \{e_1, e_2, e_3\}$  задан вектор  $x = (4, 0, -12)$ . Найти координаты этого вектора в базисе  $B' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$ , где  $e'_1 = e_1 + 2e_2 + e_3$ ,  $e'_2 = 2e_1 + 3e_2 + 4e_3$ ,  $e'_3 = 3e_1 + 4e_2 + 3e_3$ .

27. Дана матрица  $T = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$  перехода от базиса  $B = \{e_1, e_2\}$  к базису  $B' = \{e'_1, e'_2\}$ . Найти координаты векторов  $e_1, e_2$  в базисе  $B'$ .

28. Дана матрица  $T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  перехода от базиса  $B = \{e_1, e_2, e_3\}$  к базису  $B' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$ . Найти координаты вектора  $e'_2$  в базисе  $B$ .

29. Выяснить, является ли оператор  $\varphi(z)$  линейным, если вектор  $z = (z_1, z_2, z_3)$ :  $\varphi(z) = (z_2 - 2z_3; z_1 + z_2; z_1)$ .

30. Линейный оператор  $\varphi$  задан матрицей  $A_\varphi$ . Найти координаты вектора  $y = \varphi(x)$  в этом же

базисе:  $A_\varphi = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $x = (2, 4, -1)$ .

31. В пространстве  $L$  действует линейный оператор  $\varphi$ , заданный в базисе  $B = \{e_1, e_2, e_3\}$  матрицей

$A_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти координаты: образа вектора  $x = (1, 4, 1)_B$ ; прообраза вектора  $y = (1, 2, 3)_B$ .

32. Найти матрицу  $A'_\varphi$  линейного оператора  $\varphi$  в базисе  $B' = \{e'_1, e'_2\}$ , заданного матрицей  $A_\varphi$  в

базисе  $B = \{e_1, e_2\}$ :  $A_\varphi = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $e'_1 = -2e_1 + e_2$ ,  $e'_2 = 2e_1 - 3e_2$ .

33. Пусть оператор  $\varphi$  в базисе  $B = \{e_1, e_2\}$  имеет матрицу  $A_\varphi = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ , а оператор  $\psi$  в базисе

$B' = \{e'_1, e'_2\}$ , где  $e'_1 = -7e_1 + 5e_2$ ,  $e'_2 = -8e_1 + 6e_2$  имеет матрицу  $A'_\psi = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$ . Найти матрицы

операторов  $\varphi + \psi$  и  $\varphi \cdot \psi$  в базисе  $B' = \{e'_1, e'_2\}$ .

34. Найти собственные значения и собственные векторы оператора  $\varphi$ , заданного матрицей

$A_\varphi = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

35. Привести квадратичную форму  $f(x_1, x_2, x_3) = -16x_1x_2 + 8x_1x_3 - 8x_2x_3$  к каноническому виду методом Лагранжа.

36. Привести квадратичную форму  $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3$  к каноническому виду ортогональным преобразованием.

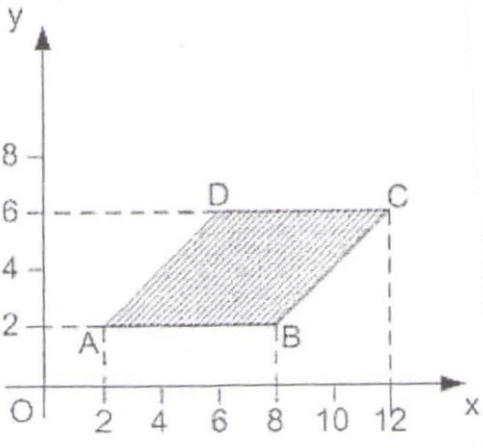
37. Исследовать квадратичную форму  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2$  на знакоопределенность.

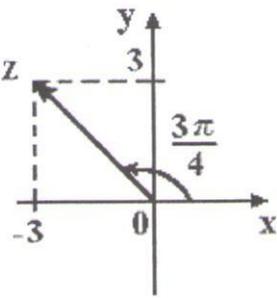
38. При каких значениях параметра  $a$  данная квадратичная форма  $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 2ax_1x_2 + 2x_1x_3 - 4x_2x_3$  является знакоопределенной.

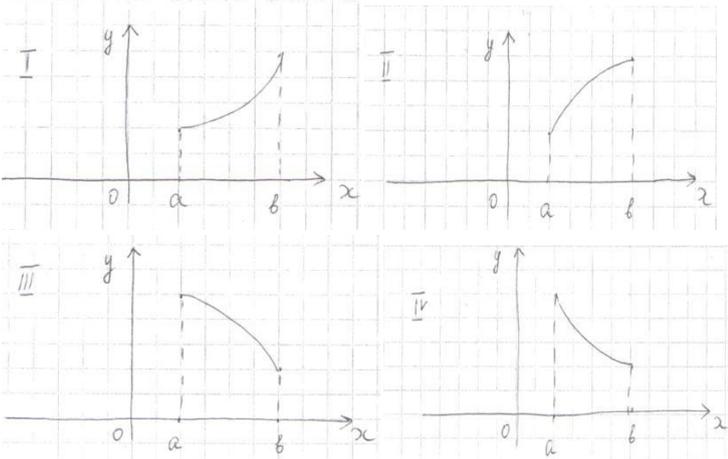
## 2.2 Задания для промежуточной аттестации (экзамен по дисциплине)

### Тесты

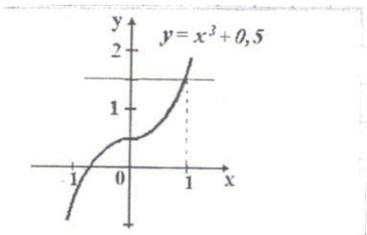
<b>ОЦЕНОЧНОЕ СРЕДСТВО</b> (тестирование)		<i>Контролируемая компетенция</i>
<b>Вариант 1</b>		
<p>1. Образом множества при отображении является:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1)</li> <li>2)</li> <li>3)</li> <li>4)</li> </ol>	<p>при отображении</p> <p>яв-</p>	<p>УК-1.2 ; ОПК-2.2</p>
<p>2. Функция, график которой изображён на рисунке</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>задаётся уравнением:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1)</li> <li>2)</li> <li>3)</li> <li>4)</li> </ol>		<p>УК-1.2 ; ОПК-2.2</p>

<p>3. График нечётной функции симметричен относительно...</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) оси ординат</li> <li>2) оси абсцисс</li> <li>3) начала координат</li> <li>4) биссектрисы III координатного угла</li> </ol>	<p>УК-1.2 ; ОПК-2.2</p>
<p>4. Задано множество точек на числовой прямой: <math>a=1,2</math>, <math>b=2</math>, <math>c=2,3</math>, <math>d=0,5</math>, <math>e=-0,01</math> и <math>f=-1,3</math>. Тогда количество точек этого множества, принадлежащих <math>\epsilon</math>-окрестности точки <math>x=1</math> и <math>x=1,1</math>, равно</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) 4</li> <li>2) все</li> <li>3) 3</li> <li>4) 2</li> </ol>	<p>УК-1.2 ; ОПК-2.2</p>
<p>5. Мера плоского множества, изображенного на рисунке,</p>  <p>равна...</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) 24</li> <li>2) 32</li> <li>3) 20</li> <li>4) 36</li> </ol>	<p>УК-1.2 ; ОПК-2.2</p>
<p>6. Произведение комплексного числа <math>z=4-3i</math> на сопряжённое число равно:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>16-9i</math></li> <li>2) 5</li> <li>3) 25</li> <li>4) <math>8-6i</math></li> </ol>	<p>УК-1.2 ; ОПК-2.2</p>
<p>7. На рисунке представлена геометрическая иллюстрация комплексного числа</p>	<p>УК-1.2 ; ОПК-2.2</p>

 <p>Тогда тригонометрическая форма записи этого числа имеет вид...</p> <p>1) — — —</p> <p>2) — — —</p> <p>3) — — —</p> <p>4) — — —</p>	УК-1.2 ; ОПК-2.2
<p>8. Предел — равен....</p> <p>1) -3</p> <p>2) <math>\infty</math></p> <p>3) 0</p> <p>4) -</p>	УК-1.2 ; ОПК-2.2
<p>9. Формула первого замечательного предела равна:</p> <p>1) —</p> <p>2) —</p> <p>3) —</p> <p>4) —</p>	УК-1.2 ; ОПК-2.2
<p>10. Предел — равен...</p> <p>1) <math>e^{-3}</math></p> <p>2) 1</p> <p>3) 3</p> <p>4) <math>e^3</math></p>	УК-1.2 ; ОПК-2.2
<p>11. Точка разрыва функции</p> <p>равна....</p> <p>1) 3</p> <p>2) -1</p>	УК-1.2 ; ОПК-2.2

<p>3) 2 4) 0</p>	
<p>12. Значение производной функции в точке <math>x_0=1</math> равно....</p> <p>1) <math>2e</math> 2) 1 3) <math>e</math> 4) <math>2e^2</math></p>	<p>УК-1.2 ; ОПК-2.2</p>
<p>13. Вертикальной асимптотой графика функции — является прямая...</p> <p>1) — 2) — 3) — 4)</p>	<p>УК-1.2 ; ОПК-2.2</p>
<p>14. График какой функции на всем отрезке <math>[a; b]</math> одновременно удовлетворяет трём условиям: <math>y &gt; 0</math>; <math>y' &lt; 0</math>; <math>y'' &lt; 0</math>?</p>  <p>1) только II и IV 2) только I и III 3) только III 4) только IV</p>	<p>УК-1.2 ; ОПК-2.2</p>
<p>15. Значение функции — в точке <math>x_0+</math> можно вычислить по формуле:</p> <p>1) — — — 2) — — — 3) — — —</p>	<p>УК-1.2 ; ОПК-2.2</p>

4) _____	
<p>16. Если <math>u = \ln(3x - y^2 + 2z^3)</math>, то значение _____ в точке <math>M_0(1;0;1)</math> равно....</p> <p>1) 5</p> <p>2) -</p> <p>3) -</p> <p>4) -</p>	УК-1.2 ; ОПК-2.2
<p>17. Градиент скалярного поля <math>u = 3xz + 2yz + y</math> в точке <math>A(-1;0;1)</math> имеет вид...</p> <p>1)</p> <p>2)</p> <p>3)</p> <p>4)</p>	УК-1.2 ; ОПК-2.2
<p>18. Приближенное значение функции <math>z = f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}</math> в точке <math>A(2,95; 4,04)</math>, вычисленное с помощью полного дифференциала, равно....</p> <p>1) 5,001</p> <p>2) 5,02</p> <p>3) 5,062</p> <p>4) 5,002</p>	УК-1.2 ; ОПК-2.2
<p>19. Интеграл <math>\int \frac{1}{x^2 + 1} dx</math> равен _____</p> <p>1) <math>-3 \ln  x  + c</math></p> <p>2) <math>-\ln  x  + c</math></p> <p>3) <math>\frac{1}{x} + c</math></p> <p>4) <math>\ln  x  + c</math></p>	УК-1.2 ; ОПК-2.2
<p>20. Интеграл <math>\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx</math> равен...</p> <p>1) <math>\arcsin x</math></p> <p>2) <math>-\arcsin x</math></p> <p>3) <math>-\arcsin x</math></p> <p>4) <math>\arcsin x</math></p>	УК-1.2 ; ОПК-2.2

<p>21. Для нахождения интеграла — подынтегральную функцию можно представить в виде суммы дробей...</p> <p>1) — —</p> <p>2) — —</p> <p>3) — —</p> <p>4) — —</p>	<p>УК-1.2 ; ОПК-2.2</p>
<p>22. Определённый интеграл равен...</p> <p>1) -</p> <p>2) -</p> <p>3) -</p> <p>4) -</p>	<p>УК-1.2 ; ОПК-2.2</p>
<p>23. Площадь фигуры, изображённой на рисунке</p>  <p>определяется интегралом...</p> <p>1)</p> <p>2)</p> <p>3)</p> <p>4)</p>	<p>УК-1.2 ; ОПК-2.2</p>
<p>24. Несобственный интеграл — равен...</p> <p>1) 0</p> <p>2) -</p> <p>3) --</p> <p>4) расходится</p>	<p>УК-1.2 ; ОПК-2.2</p>
<p>25. Повторный интеграл равен...</p> <p>1) -9</p> <p>2) -39</p> <p>3) -46,5</p> <p>4) 24</p>	<p>УК-1.2 ; ОПК-2.2</p>

