Министерство науки и высшего образования Российской федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Норильский государственный индустриальный институт»
Политехнический колледж

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

ПМ.05 ПРОВЕДЕНИЕ АНАЛИЗА ХАРАКТЕРИСТИК И ОБЕСПЕЧЕНИЕ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ АВТОМАТИЗАЦИИ (ПО ОТРАСЛЯМ)

Для специальности:
15.02.07Автоматизация технологических процессов и производств
(по отраслям)

2020

Методические указания для выполнения практических по профессиональному модулю (ПМ.05) «Проведение анализа характеристик и обеспечение надежности систем автоматизации (по отраслям)» разработаны на основе рабочей программы модуля в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта (ФГОС 3+) по специальности 15.02.07 Автоматизация технологических процессов и производств (по отраслям).

Организация-разработчик: Политехнический колледж ФГБОУ ВО «Норильский государственный индустриальный институт»

Разработчик:
Коврига Богдан Геннадиевич, преподаватель

Рассмотрена на заседании цикловой комиссии
автоматизации технологических процессов

Председатель комиссии ________________Е.А. Колупаева

Утверждена методическим советом политехнического колледжа ФГБОУ ВО «Норильский государственный индустриальный институт».

Протокол заседания методического совета №___ от «___» 20__ г.

и.о. зам. директора по УР _______________С.И. Семенова

Содержание

Введение

Методические указания для выполнения практических работ по профессиональному модулю (ПМ.05) «Проведение анализа характеристик и обеспечение надежности систем автоматизации (по отраслям)» предназначены для обучающихся как дневного, так и заочного форм отделения по специальности среднего профессионального образования 15.02.07 Автоматизация технологических процессов и производств (по отраслям).

Практическую работу студент выполняет на практическом занятии, руководствуясь методическими указаниями, составленными в соответствии с тематикой прикладного курса дисциплины.

Практические занятия являются активной формой самостоятельной работы студента: постановка проблемы практического занятия завершает цикл изучения темы, позволяя выяснить степень усвоения студентам материала.

В дополнении к указаниям студент использует нормативно-справочный материал.

Уровень сложности заданий, предлагаемых студенту, должен быть дифференцирован: текущие задания должны быть ориентированы на закрепление материала по текущем темам, а комплексные задания - на умение производить анализ расчетных показателей.

Выполнение студентом практических работ по дисциплине проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний;
- углубления теоретических знаний в соответствии с закрепленной темой;
- формирования умения применять теоретические знания при решении профессиональных задач;
- формирования умения использовать справочную и нормативную документацию;
- развития самостоятельности и формирования аналитического мышления;
- качественной подготовки студентов к тестированию, экзамену и выполнению расчетов-обоснований по курсовой и дипломной работам.

<u>Основные требования к выполнению практической работы</u>

Студент должен:

знать:

- показатели надежности элементов систем автоматизации и мехатронных систем;
- назначение элементов систем;
- автоматизацию и элементы мехатронных устройств и систем;
- нормативно-правовую документацию по охране труда.

уметь:

– рассчитывать надежность систем управления и отдельных модулей и подсистем мехатронных устройств и систем;

– определять показатели надежности систем управления;

– осуществлять контроль соответствия устройств и функциональных блоков мехатронных и автоматических устройств и систем управления;

– проводить различные виды инструктажей по охране труда;

В результате освоения профессионального модуля обучающийся должен обладать общими компетенциями, включающими в себя способность:

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

В результате освоения профессионального модуля обучающийся должен обладать профессиональными компетенциями, соответствующими профессиональным видам деятельности:

ПК 5.1 Осуществлять контроль параметров качества систем автоматизации

ПК 5.2 Проводить анализ характеристик надежности систем автоматизации

ПК 5.3 Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

Структура методических указаний

1. Тема работы.
2. Цель работы.
3. Основные теоретические положения.
4. Методические указания.
5. Порядок выполнения работы.

6 Содержание практической работы.
7 Контрольные вопросы.

Краткое изложение основных теоретических положений позволяет помочь студенту разобраться в постановке целей практической работы по той или иной теме курса.

Задание, которое обозначено в приложении методических указаний, указывает на расчет отдельных показателей. Объемы задания определяет преподаватель.

Методические указания позволяют выполнить расчетную часть практической работы, используя формулы, таблицы и предлагаемую методику расчета.

Порядок выполнения работы, обозначенный в методических указаниях, позволяет студенту соблюсти последовательность расчетов не нарушая внутренний логики взаимосвязи многих показателей.

В заключении студент должен ответить на вопросы, которые приведены в одноименном разделе практической работы:

– привести краткий анализ показателей;
– сделать выводы по поставленным вопросам и обосновать их.

Контрольные вопросы предлагаются студенту для самопроверки и оценки своей подготовленности к итоговому контролю.

Список, использованный преподавателем литературы, может быть использован студентом в качестве дополнительного источника по теории темы практической работы, а также методике расчета.

В приложении представлены задания для выполнения практической работы, а также нормативно-справочной материал, который служит дополнительным источником базы данных по заданию.

<u>Содержание практической работы</u>

1 Тема работы.
2 Цель работы.
3 Задание.
4 Расчетная часть.
5 Заключение.

Раздел 1. Обеспечение надежности систем автоматизации и модулей мехатронных систем

МДК 05.01. Теоретические основы обеспечения надежности систем автоматизации и модулей мехатронных систем

Тема 1.1. Общие сведения о надежности

Практическая работа №1. «Расчет основных составляющих надежности.»

Учебная цель: формировать умение использовать методы расчета надежности используя основные составляющие ее параметры

Задачи практической работы:

1. определить вероятность безотказной работы;
2. определить вероятность отказа;
3. определить частоту и интенсивность отказов.

Основные теоретические положения

Расчеты надежности- расчеты, предназначенные для определения количественных показателей надежности. Они проводятся на различных этапах разработки, создания и эксплуатации объектов.

На этапе проектирования расчет надежности производится с целью прогнозирования (предсказания) ожидаемой надежности проектируемой системы. Такое прогнозирование необходимо для обоснования предполагаемого проекта, а также для решения организационно-технических вопросов:

- выбора оптимального варианта структуры;
- способа резервирования;
- глубины и методов контроля;
- количества запасных элементов;
- периодичности профилактики.

На этапе испытаний и эксплуатации расчеты надежности проводятся для оценки количественных показателей надежности. Такие расчеты носят, как правило, характер констатации. Результаты расчетов в этом случае показывают, какой надежностью обладали объекты, прошедшие испытания или используемые в некоторых условиях эксплуатации. На основании этих расчетов разрабатываются меры по повышению надежности, определяются слабые места объекта, даются оценки его надежности и влияния на нее отдельных факторов.

Многочисленные цели расчетов привели к большому их разнообразию. На рис. 1.1 изображены основные виды расчетов.

Элементный расчет- определение показателей надежности объекта, обусловленных надежностью его комплектующих частей (элементов). В результате такого расчета оценивается техническое состояние объекта (вероятность того, что объект будет находиться в работоспособном состоянии, средняя наработка на отказ и т.п.).

Рис. 1.1. Классификация расчетов надежности

Расчет функциональной надежности - определение показателей надежности выполнения заданных функций (например, вероятность того, что система очистки газа будет работать заданное время, в заданных режимах эксплуатации с сохранением всех необходимых параметров по показателям очистки). Поскольку такие показатели зависят от ряда действующих факторов, то, как правило, расчет функциональной надежности более сложен, чем элементный расчет.

Выбирая на рис. 1.1 варианты перемещений по пути, указанному стрелками, каждый раз получаем новый вид (случай) расчета.

Самый простой расчет- расчет, характеристики которого представлены на рис. 1.1 слева: элементный расчет аппаратурной надежности простых изделий, нерезервированных, без учета восстановлений работоспособности при условии, что время работы до отказа подчинено экспоненциальному распределению.

Самый сложный расчет- расчет, характеристики которого представлены на рис. 1.1 справа: функциональной надежности сложных резервированных систем с учетом восстановления их работоспособности и различных законов распределения времени работы и времени восстановления.

Выбор того или иного вида расчета надежности определяется заданием на расчет надежности. На основании задания и последующего изучения работы устройства (по его техническому описанию) составляется алгоритм расчета надежности, т.е. последовательность этапов расчета и расчетные формулы.

Последовательность расчета систем

Последовательность расчета системы представлена на рис. 1.2. Рассмотрим основные ее этапы.

Рис. 1.2. Алгоритм расчета надежности

Прежде всего четко следует сформулировать задание на расчет надежности. В нем должны быть указаны:

1) назначение системы ее состав и основные сведения о функционировании;

2) показатели надежности и признаки отказов, целевое назначение расчетов;

3) условия, в которых работает (или будет работать) система;

4) требования к точности и достоверности расчетов, к полноте учета действующих факторов.

На основании изучения задания делается вывод о характере предстоящих расчетов. В случае расчета функциональной надежности осуществляется переход к этапам 4-5-7, в случае расчета элементов (аппаратурной надежности) - к этапам 3-6-7.

Под структурной схемой надежности понимается наглядное представление (графическое или в виде логических выражений) условий, при которых работает или не работает исследуемый объект (система, устройство, технический комплекс и т.д.). Типовые структурные схемы представлены на рис. 1.3.

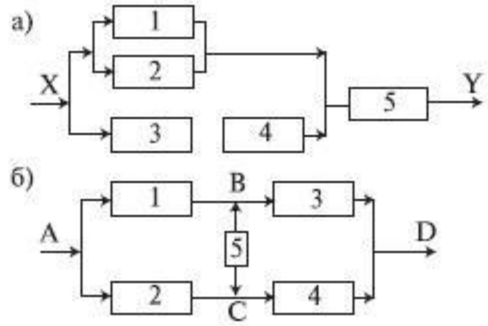


Рис. 1.3. Типовые структуры расчета надежности

Простейшей формой структурной схемы надежности является параллельно-последовательная структура. На ней параллельно соединяются элементы, совместный отказ которых приводит к отказу.

В последовательную цепочку соединяются такие элементы, отказ любого из которых приводит к отказу объекта.

На рис. 1.3, а представлен вариант параллельно-последовательной структуры. По этой структуре можно сделать следующее заключение. Объект состоит из пяти частей. Отказ объекта наступает тогда, когда откажет или элемент 5, или узел, состоящий из элементов 1-4. Узел может отказать тогда, когда одновременно откажет цепочка, состоящая из элементов 3,4 и узел, состоящий из элементов 1,2. Цепь 3-4 отказывает, если откажет хотя бы один из составляющих ее элементов, а узел 1,2 - если откажут оба элемента, т.е. элементы 1,2. Расчет надежности при наличии таких структур отличается наибольшей простотой и наглядностью. Однако не всегда удается условие работоспособности представить в виде простой параллельно-последовательной структуры. В таких случаях используют или логические функции, или графы и ветвящиеся структуры, по которым оставляются системы уравнений работоспособности.

На основе структурной схемы надежности составляется набор расчетных формул. Для типовых случаев расчета используются формулы, приведенные в справочниках по расчетам надежности, стандартах и методических указаниях. Прежде чем применять эти формулы, необходимо предварительно внимательно изучить их существо и области использования.

Расчет надежности, основанный на использовании параллельно-последовательных структур

Пусть некоторая техническая система D составлена из n элементов (узлов). Допустим, надежности элементов нам известны. Возникает вопрос об определении надежности системы. Она зависит от того, каким образом элементы объединены в систему, какова функция каждого из них и в какой мере исправная работа каждого элемента необходима для работы системы в целом.

Параллельно-последовательная структура надежности сложного изделия дает представление о связи между надежностью изделия и надежностью его элементов. Расчет надежности ведется последовательно - начиная от расчета элементарных узлов структуры к ее все более сложным узлам. Например, в структуре рис. 1.3, а узел, состоящий из элементов 1-2 -

элементарный узел, состоящий из элементов 1-2-3-4, сложный. Эта структура может быть сведена к эквивалентной, состоящей из элементов 1-2-3-4 и элемента 5, соединенных последовательно. Расчет надежности в данном случае сводится к расчету отдельных участков схемы, состоящих из параллельно и последовательно соединенных элементов.

Система с последовательным соединением элементов

Самым простым случаем в расчетном смысле является последовательное соединение элементов системы. В такой системе отказ любого элемента равносилен отказу системы в целом. По аналогии с цепочкой последовательно соединенных проводников, обрыв каждого из которых равносилен размыканию всей цепи, мы и называем такое соединение "последовательным" (рис. 1.4). Следует пояснить, что "последовательным" такое соединение элементов является только в смысле надежности, физически они могут быть соединены как угодно.

С позиции надежности, такое соединение означает, что отказ устройства, состоящего из этих элементов, происходит при отказе элемента 1 или элемента 2, или элемента 3, или элемента n. Условие работоспособности можно сформулировать следующим образом: устройство работоспособно, если работоспособен элемент 1 и элемент 2, и элемент 3, и элемент n.

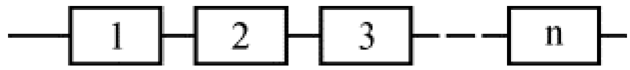


Рис. 1.4. Блок-схема системы с последовательным соединением элементов

Выразим надежность данной системы через надежности ее элементов. Пусть имеется некоторый промежуток времени $(0,\tau)$, в течение которого требуется обеспечить безотказную работу системы. Тогда, если надежность системы характеризуется законом надежности $P(t)$, нам важно знать значение этой надежности при $t=\tau$, т.е. $P(\tau)$. Это не функция, а определенное число; отбросим аргументτи обозначим надежность системы просто P. Аналогично обозначим надежности отдельных элементов P_1, P_2, P_3, ..., P_n.

Для безотказной работы простой системы в течение времени τ нужно, чтобы безотказно работал каждый из ее элементов. Обозначим S - событие, состоящее в безотказной работе системы за время τ; s_1, s_2, s_3, ..., s_n- события, состоящие в безотказной работе соответствующих элементов. Событие S есть произведение (совмещение) событий s_1, s_2, s_3, ..., s_n:

$$S=s_1\times s_2\times s_3\times\ldots\times s_n.$$

Предположим, что элементы s_1, s_2, s_3, ..., s_n отказывают независимо друг от друга (или, как говорят применительно к надежности, "независимы по отказам", а совсем кратко "независимы"). Тогда по правилу умножения вероятностей для независимых событий $P(S)=P(s_1)\times P(s_2)\times P(s_3)\times\ldots\times P(s_n)$ или в других обозначениях,

$$P = P_1\times P_2\times P_3\times\ldots\times P_n., \quad (1.1)$$

а короче $P=\prod_{i=1}^{n} P_i$, (1.2) т.е. надежность (вероятность работоспособного состояния) простой системы, составленной из независимых по отказам, последовательно соединенных элементов, равна произведению надежностей ее элементов.

В частном случае, когда все элементы обладают одинаковой надежностью $P_1=P_2=P_3= ... =P_n$, выражение (1.2) принимает вид

$P = P^n$. (1.3)

Методические указания

Пример 1.1.

Система состоит из 10 независимых элементов, надежность каждого из которых равна P=0,95. Определить надежность системы.

По формуле (1.3) $P = 0{,}95^{10}$»0,6.

Из примера видно, как резко падает надежность системы при увеличении в ней числа элементов. Если число элементов n велико, то для обеспечения хотя бы приемлемой надежности P системы каждый элемент должен обладать очень высокой надежностью.

Поставим вопрос: какой надежностью P должен обладать отдельный элемент для того, чтобы система, составленная из n таких элементов, обладала заданной надежностью P?

Из формулы (1.3) получим:

$P = \sqrt[n]{P}$.

Пример 1.2.

Простая система состоит из 1000 одинаково надежных, независимых элементов. Какой надежностью должен обладать каждый из них для того, чтобы надежность системы была не меньше 0,9?

По формуле (1.4) $P = \sqrt[1000]{0{,}9}$;$\lg P = \lg 0{,}9^{1/1000}$; P»0,9999.

Интенсивность отказов системы при экспоненциальном законе распределения времени до отказа легко определить из выражения

$\lambda_c=\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+ ... +\lambda_n$, (1.4)

т.е. как сумму интенсивностей отказов независимых элементов. Это и естественно, так как для системы, в которой элементы соединены последовательно, отказ элемента равносилен отказу системы, значит все потоки отказов отдельных элементов складываются в один поток отказов системы с интенсивностью, равной сумме интенсивностей отдельных потоков.

Формула (1.4) получается из выражения

$P = P_1P_2P_3...P_n= \exp\{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+ ... +\lambda_n)\}$. (1.5)

Среднее время работы до отказа

$T_0= 1/\lambda_c$. (1.6)

Пример 1.3.

Простая система S состоит из трех независимых элементов, плотности распределения времени безотказной работы которых заданы формулами:

$$\left.\begin{aligned} f_1(t) &= 1, \\ f_2(t) &= 2t, \\ f_3(t) &= 2(1-t) \end{aligned}\right\}$$ при 0 < t < 1 (рис. 1.5).

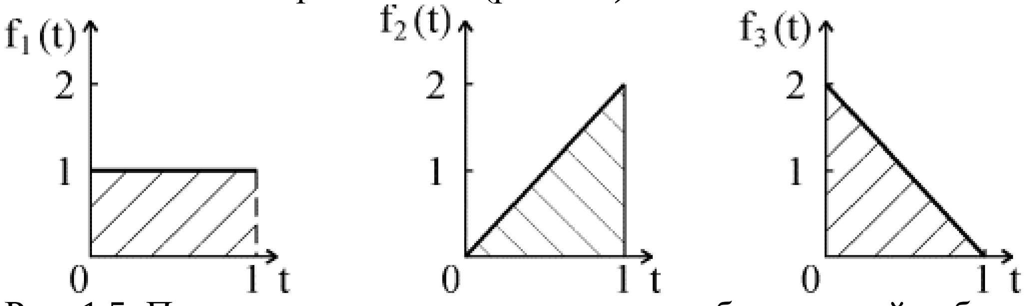


Рис. 1.5. Плотности распределения времени безотказной работы

Найти интенсивность отказов системы.

Решение. Определяем ненадежность каждого элемента:

$$\left.\begin{aligned} q_1(t) &= 1, \\ q_2(t) &= t^2, \\ q_3(t) &= 2t - t^2 \end{aligned}\right\}$$ при 0 <t< 1.

Отсюда надежности элементов:

$$\left.\begin{aligned} p_1(t) &= 1 - t, \\ p_2(t) &= 1 - t^2, \\ p_3(t) &= 1 - 2t + t^2 \end{aligned}\right\}$$ при 0 <t < 1.

Интенсивности отказов элементов (условная плотность вероятности отказов) - отношение f(t) к p(t):

$$\left.\begin{aligned} \lambda_1(t) &= 1/(1-t), \\ \lambda_2(t) &= 2t/(1-t^2), \\ \lambda_3(t) &= 2(1-t)/(1-2t+t^2) \end{aligned}\right\}$$ при 0 <t < 1.

Складывая, имеем: $\lambda_c=\lambda_1(t)+\lambda_2(t)+\lambda_3(t)$.

Пример 1.4.

Предположим, что для работы системы с последовательным соединением элементов при полной нагрузке необходимы два разнотипных насоса, причем насосы имеют постоянные интенсивности отказов, равные соответственно $\lambda_1=0{,}0001ч^{-1}$и$\lambda_2=0{,}0002ч^{-1}$. Требуется вычислить среднее время безотказной работы данной системы и вероятность ее безотказной работы в течение 100ч. Предполагается, что оба насоса начинают работать в момент времени t=0.

С помощью формулы (1.5) находим вероятность безотказной работы P_s заданной системы в течение 100ч:

$P_s(t)= e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}$.

$P_s(100)=e^{-(0{,}0001+0{,}0002)\times 100}=0{,}97045$.

Используя формулу (1.6), получаем

$$T_0 = \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{1}{0{,}0001 + 0{,}0002} = 3333{,}3$$ ч.

Система с параллельным соединением элементов

На рис. 1.6 представлено параллельное соединение элементов 1, 2, 3. Это означает, что устройство, состоящее из этих элементов, переходит в состояние отказа после отказа всех элементов при условии, что все элементы системы находятся под нагрузкой, а отказы элементов статистически независимы.

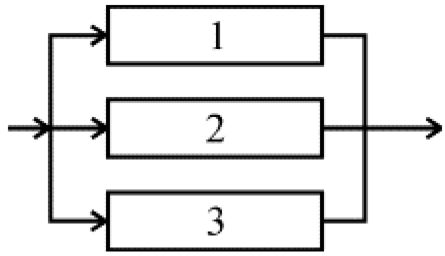


Рис. 1.6. Блок-схема системы с параллельным соединением элементов

Условие работоспособности устройства можно сформулировать следующим образом: устройство работоспособно, если работоспособен элемент 1 или элемент 2, или элемент 3, или элементы 1 и 2, 1; и 3, 2; и 3, 1; и 2; и 3.

Вероятность безотказного состояния устройства, состоящего из n параллельно соединенных элементов, определяется по теореме сложения вероятностей совместных случайных событий как

$P=(p_1+p_2+...p_n)-(p_1p_2+p_1p_3+...)-(p_1p_2p_3+p_1p_2p_n+...)-...\pm(p_1p_2p_3...p_n)$. (1.7)

Для приведенной блок-схемы (рис. 1.6), состоящей из трех элементов, выражение (1.7) можно записать:

$P=p_1+p_2+p_3-(p_1p_2+p_1p_3+p_2p_3)+p_1p_2p_3$.

Применительно к проблемам надежности, по правилу умножения вероятностей независимых (в совокупности) событий, надежность устройства из n элементов вычисляется по формуле

$$P = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - p_i), \quad (1.8)$$

т.е. при параллельном соединении независимых (в смысле надежности) элементов их ненадежности ($1-p_i=q_i$) перемножаются.

В частном случае, когда надежности всех элементов одинаковы, формула (1.8) принимает вид

$P = 1 - (1-p)^n$. (1.9)

Пример 1.5.

Предохранительное устройство, обеспечивающее безопасность работы системы под давлением, состоит из трех дублирующих друг друга клапанов. Надежность каждого из них p=0,9. Клапаны независимы в смысле надежности. Найти надежность устройства.

Решение. По формуле (1.9) $P=1-(1-0{,}9)^3=0{,}999$.

Интенсивность отказов устройства, состоящего из n параллельно соединенных элементов, обладающих постоянной интенсивностью отказов λ_0, определяется как

$$\lambda = \frac{dQ(t)dt}{P(t)} = \frac{d(1-\exp(-\lambda_0 t))^n / dt}{1-(1-\exp(-\lambda_0 t))^n} = \frac{n\lambda_0 (1-\exp(-\lambda_0 t))^{n-1}}{1-(1-\exp(-\lambda_0 t))^n} . \quad (1.10)$$

Из (1.10) видно, что интенсивность отказов устройства при n>1 зависит от t: при t=0 она равна нулю, при увеличении t, монотонно возрастает до λ_0.

Если интенсивности отказов элементов постоянны и подчинены показательному закону распределения, то выражение (1.8) можно записать

$$P(t) = 1-\prod_{i=1}^{n}(1-\exp(-\lambda_i t)) . \quad (1.11)$$

Среднее время безотказной работы системы T_0находим, интегрируя уравнение (1.11) в интервале [0,¥]:

$$T_0 = \int_0^\infty P(t)dt = \int_0^\infty \left\{1-\prod_{i=1}^{n}(1-\exp(-\lambda_i t))\right\}dt =$$

$$=(1/\lambda_1+1/\lambda_2+\ldots+1/\lambda_n)-(1/(\lambda_1+\lambda_2)+1/(\lambda_1+\lambda_3)+\ldots)+ \quad (1.12)$$

$$+(1/(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)+1/(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_4)+\ldots)+(-1)^{n+1}{}' \, 1\Big/\sum_{i=1}^{n}\lambda_i .$$

В случае, когда интенсивности отказов всех элементов одинаковы, выражение (1.12) принимает вид

$$T_0 = 1\Big/\lambda\sum_{i=1}^{n}1/i . \quad (1.13)$$

Среднее время работы до отказа также можно получить, интегрируя уравнение (1.7) в интервале [0,¥]

Пример 1.6.

Предположим, что два одинаковых вентилятора в системе очистки отходящих газов работают параллельно, причем если один из них выходит из строя, то другой способен работать при полной системной нагрузке без изменения своих надежностных характеристик.

Требуется найти безотказность системы в течение 400ч (продолжительность выполнения задания) при условии, что интенсивности отказов двигателей вентиляторов постоянны и равны λ=0,0005ч$^{-1}$, отказы двигателей статистически независимы и оба вентилятора начинают работать в момент времени t=0.

Решение. В случае идентичных элементов формула (1.11) принимает вид

$P(t) = 2\exp(-\lambda t) - \exp(-2\lambda t)$.

Поскольку λ= 0,0005 ч$^{-1}$и t = 400 ч, то

$P_{(400)}$= 2exp(-0,0005´400) - exp(-2´0,0005´400)=0,9671.

Среднюю наработку на отказ находим, используя (1.13):

T_0= 1/λ(1/1 + 1/2) = 1/λ´3/2 = 1,5/0,0005 = 3000 ч.

Способы преобразования сложных структур

Относительная простота расчетов надежности, основанных на использовании параллельно-последовательных структур, делают их самыми распространенными в инженерной практике. Однако не всегда условие работоспособности можно непосредственно представить параллельно-последовательной структурой. В этом случае можно сложную структуру заменить ее эквивалентной параллельно-последовательной структурой. К таким преобразованиям относится:

- преобразование с эквивалентной заменой треугольника на звезду и обратно;

- разложение сложной структуры по базовому элементу.

Существо способа преобразования с помощью эквивалентной замены треугольника на звезду и обратно заключается в том, что узел сложной конфигурации заменяется на узел другой, более простой конфигурации, но при этом подбираются такие характеристики нового узла, что надежности преобразуемой цепи сохранялись прежними.

Пусть, например, требуется заменить треугольник (рис. 1.7,а) звездой (рис. 1.7,б) при условии, что вероятность отказа элемента *a*равна q_{13}, элемента*b*равна q_{12}, элемента*c* - q_{23}. Переход к соединению звездой не должен изменить надежность цепей 1-2, 1-3, 2-3. Поэтому значение вероятностей отказов элементов звезды q_1, q_2, q_3должны удовлетворять следующим равенствам:

$$\left.\begin{aligned} q_1 + q_2 - q_1 q_2 &= q_{12}(q_{23} + q_{31} - q_{23} q_{31}); \\ q_2 + q_3 - q_2 q_3 &= q_{23}(q_{31} + q_{12} - q_{31} q_{12}); \\ q_3 + q_1 - q_3 q_1 &= q_{31}(q_{12} + q_{23} - q_{12} q_{23}). \end{aligned}\right\} \quad (1.14)$$

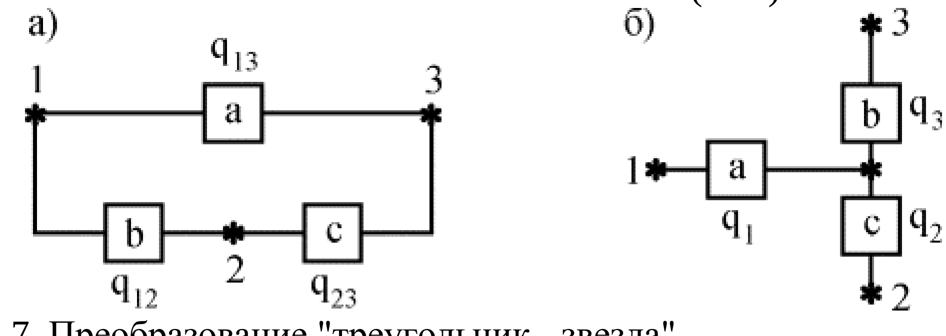


Рис. 1.7. Преобразование "треугольник - звезда"

Если пренебречь произведениями вида $q_i q_j$; $q_i q_j q_k$, то в результате решения системы уравнения (1.14) можно записать:

$q_1=q_{12}q_{31}$; $q_2=q_{23}q_{12}$; $q_3=q_{31}q_{23}$. (1.15)

Для обратного преобразования звезды в треугольник

$q_{12}=\sqrt{q_1 q_2 / q_3}$; $q_{23}=\sqrt{q_2 q_3 / q_1}$; $q_{31}=\sqrt{q_1 q_3 / q_2}$. (1.16)

Пример 1.7.

Определить вероятность безотказной работы устройства, структурная схема которого изображена на рис. 1.3,б, если известно, что вероятности безотказной работы каждого из элементов схемы равны 0,9, а вероятности отказов равны 0,1.

Решение.

1. Преобразуем соединение элементов 1,2,5 в треугольник (рис. 1.8,а), в звезду (рис. 1.8, б).

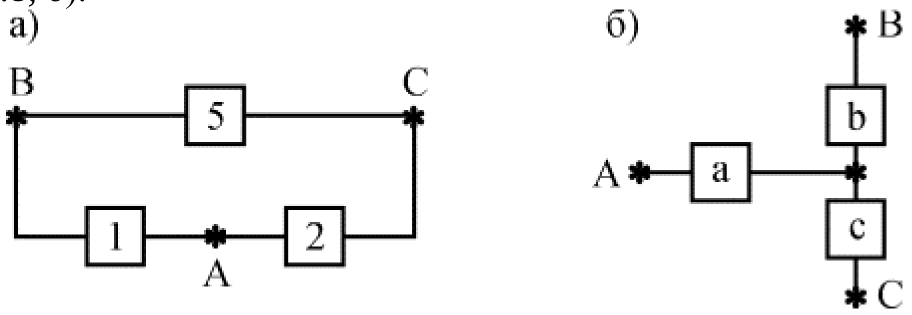


Рис. 1.8. К примеру преобразования структуры

2. Определим эквивалентные значения вероятности отказов для новых элементов *a, b, c*

$q_a=q_1q_2=0{,}1´0{,}1 = 0{,}01$;

$q_b=q_1q_5=0{,}1´0{,}1 = 0{,}01$;

$q_c=q_2q_5=0{,}1´0{,}1 = 0{,}01$.

3. Определим значения вероятности безотказного состояния элементов эквивалентной схемы (рис. 1.8,б)

$p_a = p_b = p_c = 0{,}99$.

4. Определим вероятность безотказной работы эквивалентного устройства (рис. 1.9):

$P = p_a(p_bp_3 + p_cp_4 - p_bp_3p_cp_4) =$

$= 0{,}99(0{,}99´0{,}9+0{,}99´0{,}9 - 0{,}99´0{,}9´0{,}99´0{,}9) = 0{,}978$.

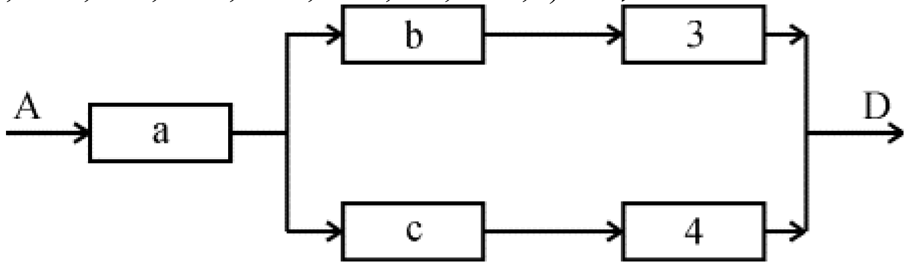


Рис. 1.9. Преобразованная структура

Способ преобразования с помощью разложения сложной структуры по некоторому базовому элементу основан на использовании теоремы о сумме вероятностей несовместных событий. В сложной структуре выбирают базовый элемент (или группу базовых элементов) и делаются следующие допущения:

- базовый элемент находится в работоспособном состоянии;
- базовый элемент находится в отказавшем состоянии.

Для этих случаев, представляющих собой два несовместных события, исходная структура преобразовывается в две новые схемы. В первой из них вместо базового элемента ставится "короткое замыкание" цепи, а во второй - разрыв. Вероятности безотказной работы каждой из полученных простых структур вычисляются и умножаются: первая - на вероятность безотказного состояния базового элемента, вторая - на вероятность отказа базового элемента. Полученные произведения складываются. Сумма равна искомой вероятности безотказной работы сложной структуры.

Пример 1.8.

Решить предыдущий пример методом разложения сложной структуры.

Решение.

1. В качестве базового элемента примем элемент 5 (рис. 1.3,б).

2. Закоротим базовый элемент, т.е. сделаем допущение об абсолютной его проводимости. Присоединим к полученной структуре последовательно базовый элемент с характеристикой его надежности p_5. В результате вместо исходной структуры получим новую структуру (рис. 1.10,а).

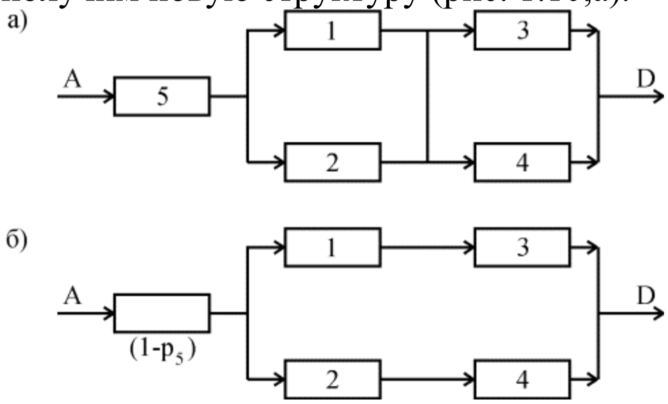


Рис. 1.10. Пример разложения мостиковой структуры по базовому элементу

3. Произведем обрыв базового элемента, т.е. сделаем предположение об его абсолютной ненадежности (непроводимости). К полученной структуре присоединим последовательно базовый элемент с характеристикой его ненадежности $(1-p_5)$. В результате получим структуру (рис. 1.10,б).

4. Искомая вероятность равна сумме вероятностей структур (рис. 1.10,а,б), каждая из которых параллельно-последовательная. Поэтому

$P = p_5[(p_1+p_2-p_1p_2)(p_3+p_4-p_3p_4)] + (1-p_5)[p_1p_3+p_2p_4-p_1p_3p_2p_4]=$

= 0,9[(0,9+0,9 - 0,9´0,9) ´ (0,9+0,9 - 0,9´0,9)] +

+ (1-0,9) ´ [0,9´0,9 + 0,9´0,9 - 0,9´0,9´0,9´0,9]»0,978.

Вероятность безотказной работы мостиковой схемы, состоящей из пяти неодинаковых и независимых элементов, можно определить по формуле:

$P=2p_1p_2p_3p_4p_5-p_2p_3p_4p_5-p_1p_3p_4p_5-p_1p_2p_4p_5-p_1p_2p_3p_5-$

$-p_1p_2p_3p_4+p_1p_3p_5+p_2p_3p_4+p_1p_4+p_2p_5$. (1.17)

В случае идентичных элементов эта формула принимает вид

$P = 2p^5-5p^4+2p^3+2p^2$. (1.18)

Подставляя соотношение (1.18) в формулу (1.4), получаем, что в случае использования элементов с постоянной интенсивностью отказов (экспоненциальном законе распределения отказов)

$P(t) = 2\exp(-5\lambda t)-5\exp(-4\lambda t)+2\exp(-3\lambda t)+2\exp(-2\lambda t)$. (1.19)

Среднее время безотказной работы системы T_0находим, путем интегрирования уравнения (5.19) в интервале [0,¥]:

$T_0 = \int_0^\infty 2\exp(-5\lambda t)-5\exp(-4\lambda t)+2\exp(-3\lambda t)+2\exp(-2\lambda t)dt=$

= (49/60)´(1/λ). (1.20)

Пример 1.9.

Определить вероятность безотказной работы устройства, структурная схема которого изображена на рис. 1.3,б, если известно, что вероятности безотказной работы каждого из элементов схемы равны 0,9.

Решение.

Так как все элементы идентичны, воспользуемся формулой (1.18); с ее помощью получаем:

P = 2´0,9^5 - 5´0,9^4+2´0,9^3 + 2´0,9^2»0,978.

Пример 1.10.

Требуется определить вероятность безотказной работы и среднюю наработку на отказ системы, состоящей из пяти независимых и одинаковых элементов, соединенных по мостиковой схеме (рис. 1.3,б); считается, что λ=0,0005ч$^{-1}$, t=100ч и все элементы начинают работать в момент времени t=0.

Решение.

1. С помощью формулы (1.19) получаем
2. $P_{(100)}= 2e^{-0,25}-5e^{-0,2}+2e^{-0,15}+2e^{-0,1} = 0,9999$.
3. Подставляя полученное значение вероятности безотказной работы в формулу (1.20), находим среднюю наработку на отказ
4. T_0= 49/(60´0,0005) = 1633,4 ч.

Содержание работы:

1. Тема работы.
2. Задание.
3. Формулы и расчеты.
4. Заключение.

Контрольные вопросы:

1. Понятие технической системы. Принцип разбивки ее на подсистемы и элементы.
2. Какие элементы технической системы называются первичными?
3. Могут ли в состав технической системы входить не технические средства? Какие?

Практическая работа №2. «Определение показателей надежности при экспоненциальном законе распределения, при распределении Рэлея»

Учебная цель: формировать умение использования методов надежности при экспоненциальном законе распределения, при распределении Рэлея

Задачи практической работы:

1. Определить показатели надежности
2. Методы надежности при экспоненциальном законе распределения

Основные теоретические положения

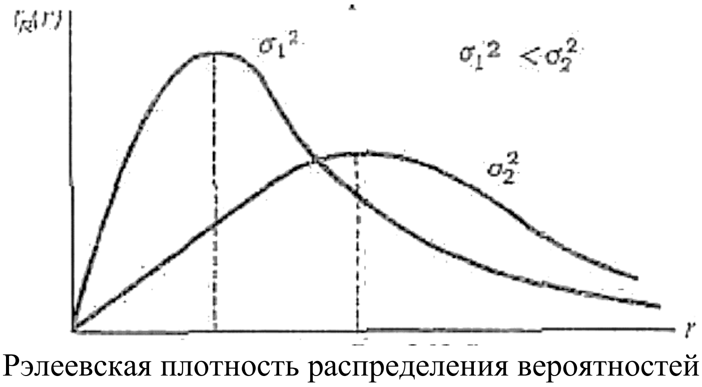
Распределение Рэлея — это распределение вероятностей случайной величины с плотностью

$$f(x;\sigma) = \frac{x}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), x \geqslant 0, \sigma > 0,$$

Где — параметр масштаба. Соответствующая функция распределения имеет вид

$$\mathsf{P}(X \leqslant x) = \int\limits_0^x f(\xi)\, d\xi = 1 - \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), x \geqslant 0.$$

Распределение Рэлея встречается в нескольких практических ситуациях. В частности, ниже будет показано, что плотности вероятностей амплитудных значений (т. е. огибающих) узкополосных случайных напряжения или тока, распределенных по нормальному закону, подчиняются рэлеевскому закону. Первоначально эту плотность вероятностей ввел лорд Рэлей в 1880 г. при рассмотрении огибающей суммы ряда гармонических колебаний разной частоты



Рэлеевская плотность распределения вероятностей.

Она также встречается при пристрелке пушек, ракет и другого огнестрельного и метательного оружия, если разбросы (отклонения от цели) в каждом из двух взаимно перпендикулярных направления независимы и распределены по нормальному закону. Таким образом, если начало прямоугольной системы координат считать, а разброс по осям обозначить через X и Y, то промах будет выглядеть как R = $(X^2 + Y^2)^{1/2}$. Если X и Y - независимые гауссовские случайные величины (нормальное распределение) с нулевыми математическими ожиданиями и одинаковыми дисперсиями σ^2, то плотность вероятностей для R будет записываться в виде

$$f_R(r) = \begin{cases} \left(\frac{r}{\sigma^2}\right) exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \; r \geq 0, \\ 0, \quad r < 0, \end{cases}$$

Это и есть рэлеевская плотность распределения вероятностей, график которой для различных значений дисперсии σ^2 показан на рис. 2.13. Обратите внимание на то, что максимум этой функции соответствует стандартному отклонению, и что она несимметрична относительно этого значения.

Математическое ожидание случайной величины, распределенной по закону Рэлея, легко определяется и равно

$$\overline{R} = \int_0^\infty \frac{r}{R(r)dr} = \int_0^\infty \frac{r}{-}\exp\left(\frac{-r^2}{2\sigma^2}\right) dr = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2}$$

При этом дисперсия случайной величины R равна

$$\sigma_R^2 = \overline{R^2} - \left(\overline{R}\right)^2 = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right)\sigma^2 = 0{,}429\sigma^2$$

Обратите внимание, что полученное значение дисперсии отличается от дисперсии σ^2 гауссовских случайных величин, из которых получена рассматриваемая рэлеевская величина. В отличие от гауссовских случайных величин, для случайной величины, распределенной по закону Рэлея, и математическое ожидание и дисперсия зависят от одного и того же параметра σ^2, в результате чего они не могут изменяться независимо друг от друга. Функция распределения вероятностей для рэлеевской величины находится непосредственно из соответствующей плотности вероятностей, которая легко интегрируется.

Таким образом,

$$F_R(r) = \begin{cases} \int_0^r (u/\sigma^2) \exp(-u^2/2\sigma^2)\, du = 1 - \exp(-r^2/2\sigma^2), & r \geqslant 0, \\ 0, & r < 0. \end{cases}$$

Чтобы проиллюстрировать использование распределения Рэлея, рассмотрим стрельбу из лука по мишени диаметром 60,8 см, с центром которой совпадает началом прямоугольной системы координат. Расстояния от него до точек попадания стрел — это случайные величины, имеющие X и Y ортогональные составляющие (случайный вектор). Пусть средние квадратические отклонения разброса по абсциссе и ординате одинаковы и равны 7,6 см, т. е., $\sigma_x = \sigma_y = 7{,}6$ см. Если принять, что случайные величины распределены по нормальному закону, то расстояние от точки попадания стрелы до центра мишени (отклонение разброса) будет случайной величиной с распределением Рэлея, плотность вероятности для которой записывается в виде

$$f_R(r) = (7{,}6)^{-2}\, r \exp\left[-r^2/2\cdot 7{,}6^2\right], \quad r \geqslant 0.$$

Используя полученные выше результаты найдем, что математическое ожидание разброса есть R = (π/2) 1/2 7, 6 = 9, 5 см, а стандартное отклонение σR= (0, 429·7,6)1/2 = 5 см. При помощи функции распределения вероятностей найдем вероятность непопадания в мишень:

$$P\,(\text{непопадание в мишень}) = 1 - F_R\,(30{,}4) =$$
$$= 1 - [1 - \exp\,(-30{,}4^2/2\cdot 7{,}6^2)] = e^{-8} = 3{,}35\cdot 10^{-4}.$$

Аналогично, приняв диаметр яблочка мишени равным 5, 08 см, найдем, что вероятность попадания в него будет

$$P\,(\text{попадание в яблочко}) = F_R\,(2{,}54) =$$
$$= 1 - \exp\,[2{,}54^2/2\cdot 7{,}6^2] = 0{,}0540.$$

Очевидно, лучник из этого примера не слишком опытен, хотя почти все его стрелы и попадают в мишень!

Методические указания

Пример.
Параметр распределения d* = 100 ч.
Требуется определить для t = 50 ч величины P(t), Q(t), l (t),T_1.
Решение.
Воспользовавшись формулами, получим

$$P(50) = e^{\left(-\frac{t^2}{2\delta_*{}^2}\right)} = e^{-\left(\frac{50^2}{2\cdot 100^2}\right)} = e^{-0.12} \approx 0.88;$$

$$Q(50) = 1 - P(50) = 1 - 0.88 \approx 0.12;$$

$$\lambda(50) = \frac{1}{\delta_*{}^2}\cdot t = \frac{50}{100^2} = 0.005\frac{1}{ч};$$

$$T_1 = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \delta_* = \sqrt{\frac{3,14}{2}} \cdot 100 = 126\_ч$$

Содержание работы:

1 Тема работы.
2 Задание.
3 Формулы и расчеты.
4 Заключение.

Контрольные вопросы:

1. Какие признаки называются диагностическими?
2. Понятие и виды отказа объекта.
3. Понятие и виды дефектов.
4. Понятие эффективности и надежности объекта.

Практическая работа №3. «Определение показателей схемы при распределении Гаусса»

Учебная цель: формировать умение определять показатели схем при распределение Гаусса

Задачи практической работы:

1. Изучить функцию Гаусса
2. Определить плотность распределения вероятностной

Основные теоретические положения

Распределение Гаусса (нормальное распределение) − плотность распределения вероятностей случайной величины n.

$$G_{X\sigma}(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(n-X)^2}{2\sigma^2}}.$$

Функция $G_{X\sigma}$ называется функцией Гаусса. Говорят, что результаты измерений имеют нормальное распределение, если они описываются функцией Гаусса. Распределение Гаусса, в отличие от распределения Пуассона, характеризуется двумя независимыми параметрами X и σ. X − среднее число отсчетов, которое мы ожидаем получить в случае многократного повторения измерений. σ − среднее стандартное отклонение. Оказывается, что если на результаты измерений влияет большое число источников небольших случайных ошибок, то вся совокупность измерений имеет в качестве предельного распределения симметричную колоколообразную функцию Гаусса. Центр распределения X, совпадающий с его максимумом, будет истинным значением измеряемой величины.

Распределение Гаусса нормировано на единицу.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} G_{X\sigma}(n)dn = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(n-X)^2}{2\sigma^2}} dn = 1.$$

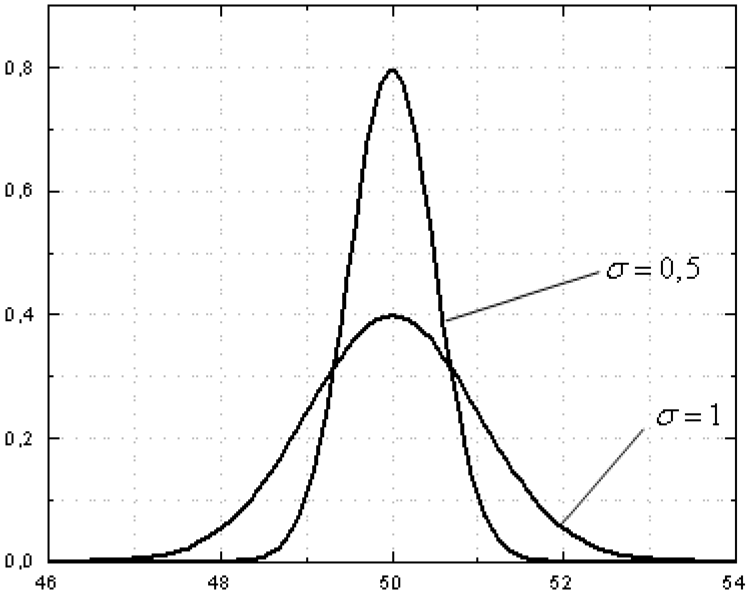


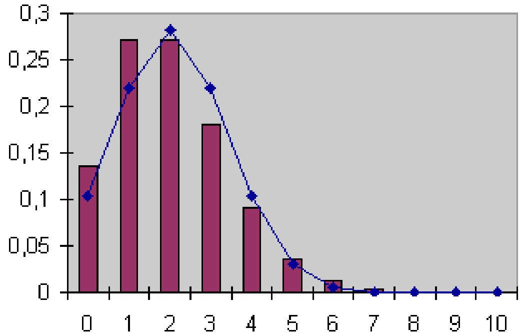
Рис. 1. Распределение Гаусса для σ = 0,5, X = 50 и σ = 1, X = 50.

На рис. 1 показано два нормальных или гауссовых распределения, соответствующие различным измерениям с одинаковыми значениями X и разными σ. В первом случае X = 50, σ = 0.5, во втором случае − X = 50, σ = 1. Величина σ в знаменателе экспоненты обеспечивает для более узкого распределения большую высоту в максимуме.

В случае распределения Гаусса ожидаемое среднее значение $\bar{n}$ для большого числа измерений можно вычислить по стандартной формуле

$$\bar{n} = \int_{-\infty}^{+\infty} nG(n)dn = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{n}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(n-\bar{n})^2}{2\sigma^2}} dn = X.$$

$\bar{n} = 2$



$\bar{n} = 7$

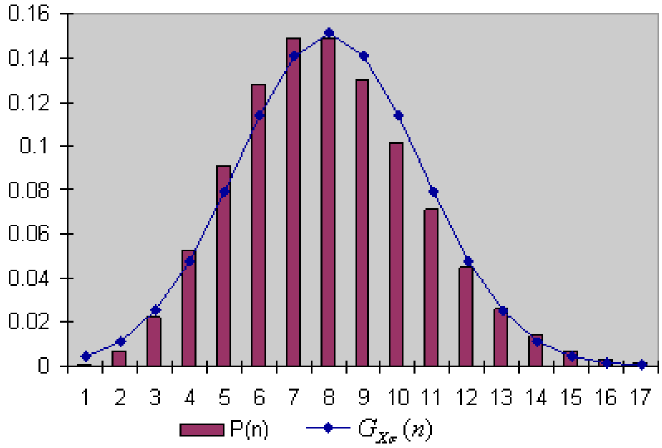


Рис. 2 Сравнение распределений Пуассона P(n) и Гаусса $G_{X\sigma}(n)$ для $\bar{n} = 2$ и $\bar{n} = 7$.

Сравним распределения Гаусса $G_{X\sigma}(n)$ и Пуассона .

1. Распределение Гаусса $G_{X\sigma}(n)$ является непрерывным, т.к. величина n может быть непрерывной, в то время как в распределении Пуассона величина n = 0, 1, 2, 3, … дискретна.

2. Распределение Гаусса $G_{X\sigma}(n)$ определяется двумя параметрами: X − средней величиной и шириной распределения − стандартным отклонением σ, в то время как распределение Пуассона $P_{\mu}(n)$ определяется единственным параметром $\mu = \bar{n}$, т.к. ширина распределения Пуассона σ автоматически определяется величиной μ ($\sigma = \sqrt{\mu}$).

3. При увеличении среднего числа отсчетов дискретная природа величины μ в распределении Пуассона $P_{\mu}(n)$ становится менее существенна, и распределение Пуассона хорошо аппроксимируется функцией Гаусса $G_{X\sigma}(n)$.

$P_{\mu}(n) \approx G_{X\sigma}(n)$, при $X = \mu$, $\sigma = \sqrt{\mu}$.

На рис. 2 сравниваются распределение Пуассона и распределение Гаусса для двух значений $\bar{n} = 2$ и $X = \bar{n} = 7$, $\sigma = \sqrt{7}$. Видно, что уже при достаточно малых значениях $\bar{n}$распределения Пуассона и Гаусса практически совпадают. Необходимо иметь в виду, что распределения Пуассона и Гаусса совпадают только тогда, когда для распределения Гаусса $\sigma = \sqrt{\bar{n}}$. В общем случае распределение Гаусса характеризуется двумя независимыми параметрами $\bar{X} = \bar{n}$ и σ. Величина σ может быть как больше $\sqrt{\bar{n}}$, так и меньше $\sqrt{\bar{n}}$.

Методические указания

Пример. Электрическая схема собрана из трех последовательно включенных типовых резисторов:

$R_1 = 3000\ Ом \pm 10\%$

$R_2 = 2000\ Ом \pm 10\%$

$R_3 = 1000\ Ом \pm 10\%$

(в % задано значение отклонения сопротивлений от номинального).

Требуется определить суммарное сопротивление схемы с учетом отклонений параметров резисторов.

Решение.

Известно, что при массовом производстве однотипных элементов плотность распределения их параметров подчиняется нормальному закону [15]. Используя правило 3σ (трех сигм), определим по исходным данным диапазоны, в которых лежат значения сопротивлений резисторов:

$3\sigma_{R1} = \pm 300\ Ом$;

$3\sigma_{R2} = \pm 200\ Ом$

$3\sigma_{R3} = \pm 100\ Ом$

Следовательно,

$R_1 = 3000 \pm 300\ Ом$;

$R_2 = 2000 \pm 200\ Ом$;

$R_3 = 1000 \pm 100 \ Ом$

Когда значения параметров элементов имеют нормальное распределение, и элементы при создании схемы выбираются случайным образом, результирующее значение R∑является функциональной переменной, распределенной так же по нормальному закону [12, 15], причем дисперсия результирующего значения, в нашем случае $\sigma^2_{R\Sigma}$, определяется по выражению

$$\sigma^2_{R\Sigma} = \sigma^2_{R1} + \sigma^2_{R2} + \sigma^2_{R3}.$$

Поскольку результирующее значение R_Σ распределено по нормальному закону, то, воспользовавшись правилом 3σ, запишем

$$R_\Sigma = (\overline{R}_1 + \overline{R}_2 + \overline{R}_3) \pm 3\sigma_{R\Sigma},$$

где $\overline{R}_1$, $\overline{R}_2$, $\overline{R}_3$- номинальные паспортные параметры резисторов.

$$3\sigma_{R\Sigma} = \sqrt{(3\sigma_{R1})^2 + (3\sigma_{R2})^2 + (3\sigma_{R3})^2} = \sqrt{300^2 + 200^2 + 100^2} = 374 \ Ом$$

Таким образом

$$P_\Sigma = (3000 + 2000 + 1000) \pm 374 = 6000 \pm 374 \ Ом, \text{ или}$$

$$R_\Sigma = 6000 \ Ом \pm 6{,}2\%.$$

Данный пример показывает, что при увеличении количества последовательно соединенных элементов результирующая погрешность уменьшается. В частности, если суммарная погрешность всех отдельных элементов равна ± 600 Ом, то суммарная результирующая погрешность равна ± 374 Ом. В более сложных схемах, например в колебательных контурах, состоящих из индуктивностей и емкостей, отклонение индуктивности или емкости от заданных параметров сопряжено с изменением резонансной частоты, и возможный диапазон ее изменения можно предусмотреть методом, аналогичным с расчетом резисторов [15].

Содержание работы:

1. Тема работы.
2. Задание.
3. Формулы и расчеты.
4. Заключение.

Контрольные вопросы:

1. Понятие объекта исследования. Его связь с понятием системы.
2. Что представляет собой диагностическая модель объекта исследования?
3. Понятие технического состояния объекта исследования. Виды технических состояний.
4. Понятия, свойства и признаки свойств объекта.
5. Что такое технические требования?

Тема 1.2. Надежность невосстанавливаемых систем

Практическая работа №4. «Расчет показателей надежности невосстанавливаемых систем»

Учебная цель: формировать умение и понимание различных методологий при проведение расчетных работ исходя из показателей надежности невосстанавливаемых систем

Задачи практической работы:

1. Определить вероятность безотказной работы невосстанавливаемых систем;
2. Определить вероятность отказа невосстанавливаемых систем;
3. Определить интенсивность отказов невосстанавливаемых систем.

Основные теоретические положения

В качестве объекта, надежность которого требуется определить, рассмотрим некоторую сложную систему S, состоящую из отдельных элементов (блоков). Задача расчета надежности сложной системы состоит в том, чтобы определить ее показатели надежности, если известны показатели надежности отдельных элементов и структура системы, т.е. характер связей между элементами с точки зрения надежности. Наиболее простую структуру имеет нерезервированная система, состоящая из n элементов, у которой отказ одного из элементов приводит к отказу всей системы. В этом случае система S имеет логически последовательное соединение элементов (рис.4).

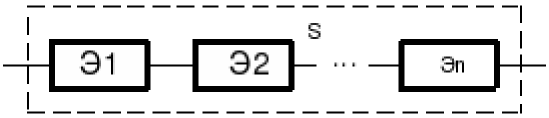


Рисунок 4. Схема логического соединения элементов нерезервированной системы

Методы расчета

В зависимости от полноты учета факторов, влияющих на работу изделия, различают ориентировочный и полный расчет показателей надежности. При *ориентировочном* расчете показателей надежности необходимо знать структуру системы, номенклатуру применяемых элементов и их количество. Ориентировочный расчет учитывает влияние на надежность только количества и типов, входящих в систему элементов, и основывается на следующих допущениях:

- все элементы данного типа равнонадежны, т.е. величины интенсивности отказов (λ_i) для этих элементов одинаковы;

- все элементы работают в номинальном (нормальном) режиме, предусмотренном техническими условиями;

- интенсивности отказов всех элементов не зависят от времени, т.е. в течение срока службы у элементов, входящих в изделие, отсутствует старение и износ, следовательно, $\lambda_i(t) = const$;

- отказы элементов изделия являются событиями случайными и независимыми;

- все элементы изделия работают одновременно.

Ориентировочный метод расчета используется на этапе эскизного проектирования после разработки принципиальных электрических схем изделий и позволяет наметить пути повышения надежности изделия. Пусть отказы элементов есть независимые друг от друга события. Так как система работоспособна, если работоспособны все ее элементы, то согласно теореме об умножении вероятностей вероятность безотказной работы системы P_c (t) равна произведению вероятностей безотказной работы ее элементов:

$$ {}_{c}(t) = p_1(t)\cdot p_2(t)\cdot \ldots \cdot p_n(t) = \prod_{i=1}^{n} p_i(t) $$, где $P_i(t)$

- вероятность безотказной работы i-го элемента. Пусть для элементов справедлив экспоненциальный закон распределения надежности и известны их интенсивности отказов. Тогда и для системы справедлив экспоненциальный закон распределения надежности:

$$ {}_{c}(t) = \prod_{i=1}^{n} e^{-\ {}_{i}t} = e^{-t\sum\limits_{i=1}^{n}\ {}_{i}} = e^{-\ {}_{c}t} $$,

где λ_c - интенсивность отказов системы. Интенсивность отказов нерезервированной системы равна сумме интенсивностей отказов ее элементов:

$$ {}_{c} = \sum_{i=1}^{n}\ {}_{i} $$.

Если все элементы данного типа равнонадежны, то интенсивность отказов системы будет

$$ \lambda_c = \sum_{i=1}^{r} N_i \lambda_i $$,

где: N_i - число элементов i-го типа; r – число типов элементов. Выбор λ_i для каждого типа элементов производится по соответствующим таблицам. Среднее время наработки до отказа и частота отказов системы соответственно равны:

$$ \bar{\ }_{\text{о.с}} = \frac{1}{\ {}_{c}}, \quad \alpha_c(t) = \lambda_c e^{-\lambda_c t}. $$

На практике очень часто приходится вычислять вероятность безотказной работы высоконадежных систем. При этом произведение $\lambda_c t$ значительно меньше единицы, а вероятность безотказной работы P(t) близка к единице. В этом случае количественные характеристики надежности можно с достаточной для практики точностью вычислить по следующим приближенным формулам:

$$P_c(t) = 1 - \lambda_c t,$$

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^{r} N_i \lambda_i,$$

$$\overline{T}_{o.c.} = \frac{1}{\lambda_c},$$

$$a_c(t) = \lambda_c (1 - \lambda_c t).$$

При расчете надежности систем часто приходится перемножать вероятности безотказной работы отдельных элементов расчета и возводить их в степень. При значениях вероятность P(t), близких к единице, эти вычисления можно с достаточной для практики точностью выполнить по следующим приближенным формулам:

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^{n} p_i(t) \approx 1 - \sum_{i=1}^{n} q_i(t),$$

$$P_c(t) = p_i^n(t) = 1 - n q_i(t),$$

где $q_i(t)$ - вероятность отказа i-го блока. *Полный* расчет показателей надежности изделия выполняется тогда, когда известны реальные режимы работы элементов после испытания в лабораторных условиях макетов изделия. Элементы изделия находятся обычно в различных режимах работы, сильно отличающихся от номинальной величины. Это влияет на надежность как изделия в целом, так и отдельных его составляющих частей. Выполнение окончательного расчета параметров надежности возможно только при наличии данных о коэффициентах нагрузки отдельных элементов и при наличии графиков зависимости интенсивности отказов элементов от их электрической нагрузки, температуры окружающей среды и других факторов, т.е. для окончательного расчета необходимо знать зависимости $\lambda_c = f(K_н T^\circ, ...)$. Эти зависимости приводятся в виде графиков либо их можно рассчитать с помощью так называемых поправочных коэффициентов интенсивности отказов k_i. При разработке и изготовлении элементов обычно предусматриваются определенные, так называемые «нормальные» условия работы. Интенсивность отказов элементов в «нормальном» режиме эксплуатации называется *номинальной интенсивностью отказов* $\lambda_{нi}$. Интенсивность отказов элементов при эксплуатации в реальных условиях λ_i равна номинальной интенсивности отказов $\lambda_{нi}$, умноженной на поправочные коэффициенты k_i, т.е.

$$\lambda_i = \lambda_{нi} \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot ... \cdot k_n = \lambda_{нi} \prod_{i=1}^{n} k_i,$$

где: $\lambda_{нi}$ - интенсивность отказов элемента, работающего в нормальных условиях при номинальной электрической нагрузке; $k_1, k_2, ..., k_n$ - поправочные коэффициенты, зависящие от различных воздействующих факторов. Полный расчет надежности применяется на этапе технического проектирования изделия.

Методические указания

Пример 1.

Система состоит из двух устройств. Вероятности безотказной работы каждого из них в течение времени t = 100 ч. равны: $p_1(100) = 0{,}95$; $p_2(100) = 0{,}97$. Справедлив экспоненциальный закон распределения надежности. Необходимо найти среднюю наработку до первого отказа системы.

Решение. Найдем вероятность безотказной работы системы по формуле:

$$P_c(t) = p_1(t) \cdot p_2(t).$$

Отсюда

$$P_c(100) = p_1(100) \cdot p_2(100) = 0{,}95 \cdot 0{,}97 = 0{,}92.$$

Найдем интенсивность отказов системы. Для этого воспользуемся формулой:

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c t}.$$

Тогда

$$P_c(100) = e^{-\lambda_c \cdot 100} = 0{,}92.$$

Из этого выражения найдем

$$\lambda_c \cdot 100. \ \lambda_c \cdot 100 = \ln 0{,}92 \approx 0{,}083$$

или

$$\lambda_c = 0{,}83 \cdot 10^{-3} \text{ (1/ч)}.$$

Среднее время наработки до первого отказа

$$\overline{T}_{o.c.} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0{,}83 \cdot 10^{-3}} = 1200 \text{ (ч)}.$$

Пример 2.

В системах могут быть использованы только элементы, интенсивность отказов которых равна $\lambda_i = 10^{-5}$ 1/ч. Системы имеют число элементов $N_1 = 500$, $N_2 = 2500$. Требуется определить среднюю наработку до первого отказа и вероятность безотказной работы в конце первого часа $P_c(t)$

Решение.

Определим интенсивность отказов систем

$$\lambda_{c1} = N_1 \cdot \lambda_i = 500 \cdot 10^{-5} = 0{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ (1/ч)}$$

$$\lambda_{c2} = N_2 \cdot \lambda_i = 2500 \cdot 10^{-5} = 0{,}025 \text{ (1/ч)}.$$

Тогда

$$P_{c1} = e^{-\lambda_{c1} \cdot t} = e^{-0{,}5 \cdot 10^{-2} \cdot 1} = 0{,}995,$$

$$P_{c2} = e^{-\lambda_{c2} \cdot t} = e^{-0.025 \cdot 1} = 0{,}975.$$

Среднее время наработки до первого отказа

$$\overline{T}_{o.c1} = \frac{1}{\lambda_{c1}} = \frac{1}{0,5 \cdot 10^{-2}} = 200 \text{ (ч).}$$

$$\overline{T}_{o.c2} = \frac{1}{\lambda_{c2}} = \frac{1}{0,025} = 40 \text{ (ч).}$$

Пример 3. Система состоит из пяти приборов, вероятность исправной работы которых в течение времени t = 100 ч равны: $p_1(100) = 0,9996$; $p_2(100) = 0,9998$; $p_3(100) = 0,9996$; $p_4(100) = 0,999$; $p_5(100) = 0,9998$. Требуется определить частоту отказов системы в момент времени t = 100. Предполагается, что отказы приборов независимы и для них справедлив экспоненциальный закон распределения надежности.

Решение. Вероятность безотказной работы системы

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^{5} p_i(t).$$

Так как система является высоконадежной (вероятности безотказной работы близки к единице), то вероятность безотказной работы системы можно вычислить по формуле

$$P_c(t) = 1 - \sum_{i=1}^{5} q_i(t).$$

Определим вероятность отказа каждого блока:

$$q_1(100) = 1 - p_1(100) = 1 - 0,9996 = 0,0004,$$
$$q_2(100) = 1 - p_2(100) = 1 - 0,9998 = 0,0002,$$
$$q_3(100) = 1 - p_3(100) = 1 - 0,9996 = 0,0004,$$
$$q_4(100) = 1 - p_4(100) = 1 - 0,999 = 0,001.;$$
$$q_5(100) = 1 - p_5(100) = 1 - 0,9998 = 0,0002$$

Тогда

$$P_c(100) = 1 - (0,0004 + 0,0002 + 0,0004 + 0,001 + 0,0002) = 0,9978.$$

Интенсивность отказов системы найдем из выражения

$$P_c(t) = 1 - \lambda_c t,$$

отсюда

$$\lambda_c = \frac{1 - P_c(t)}{t}.$$

Подставляя значения $P_c(100)$ и время t =100 ч, получим

$$\lambda_c = \frac{1 - 0,9978}{100} = 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ (1/ч).}$$

Частота отказов

$$a_c(t) \approx \lambda_c(1 - \lambda_c t) = 2,2 \cdot 10^{-5}(1 - 2,2 \cdot 10^{-5} \cdot 100) = 2,195 \cdot 10^{-5} \text{ (1/ч).}$$

Содержание работы:

1. Тема работы.
2. Задание.

3. Формулы и расчеты.
4. Заключение.

Контрольные вопросы:

1. Определение вероятности безотказной работы и средней наработки до отказа.
2. Порядок решения задач надежности невосстанавливаемых систем при основном соединении элементов.
3. Методы расчета надежности невосстанавливаемых систем при основном соединении элементов?
4. Общее резервирование с постоянно включенным резервом и с целой кратностью?
5. Общее резервирование замещением?
6. Надежность системы при раздельном резервировании и с целой кратностью по всем элементам?

Тема 1.3. Надежность восстанавливаемых систем

Практическая работа №5. <u>«Расчет показателей надежности восстанавливаемых систем»</u>

Учебная цель: формировать умение проведение расчетных работ исходя из показателей надежности восстанавливаемых систем

Задачи практической работы:

1. требуется определить показатели надежности системы.

Основные теоретические положения

Нерезервированная восстанавливаемая система в произвольный момент времени находится в одном из двух состояний: работоспособном (G_0) или неработоспособном (G_1). Процесс ее функционирования можно отразить графом состояний (рис.3.1):

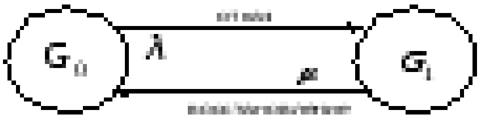


Рис. 3.1. Граф состояний нерезервированной системы

Из состояния G_0 в состояние G_1 система переходит в результате отказов с интенсивностью λ, а из G_1 в G_0 - в результате восстановления с интенсивностью μ. В дальнейшем будем считать, что потоки отказов и восстановлений являются простейшими: $\lambda = const$, $\mu = const$. Это значит, что производительность труда ремонтника постоянна и не зависит от времени. Поэтому время восстановления имеет экспоненциальный закон распределения:

$$F(t) = 1 - e^{-\mu t};$$

$$T_в = \frac{1}{\mu}$$

Основным показателем надежности нерезервированной восстанавливаемой системы является коэффициент готовности $K_г$. Сокращение времени восстановления ведет к увеличению коэффициента готовности и не влияет на безотказность системы. Рассмотрим работу системы на интервале времени $(t, t+\Delta t)$. Обозначим через $P_0(t)$, $P_0(t+\Delta t)$ и $P_1(t)$, $P_1(t+\Delta t)$ - вероятности того, что в момент времени t и $t+\Delta t$ система находится в состоянии G_0 и G_1. Тогда $P_0(t) + P_1(t) = 1$ и $K_г = P_0(t)$. Обозначим также через $P_{01}(\Delta t)$ и $P_{10}(\Delta t)$ - условную вероятность того, что в момент времени t система находится или в состоянии G_0 или в состоянии G_1, а в момент времени $t+\Delta t$ или в состоянии G_1 или в состоянии G_0, т.е. за интервал времени Δt произошел отказ (восстановление) системы.

Тогда:

$$P_{01}(\Delta t) = \lambda \Delta t;$$
$$P_{10}(\Delta t) = \mu \Delta t$$

Будем считать, что за время Δt может произойти только один отказ или только одно восстановление. Тогда на интервале Δt могут произойти четыре несовместимые события: $A_1(G_0, G_0)$ - в момент времени t система находилась в состоянии G_0, в момент времени $t+\Delta t$ она осталась в том же состоянии, т.е. отказа не произошло; $A_2(G_0, G_1)$ - отказ произошел; $A_3(G_1, G_0)$ - восстановление произошло; $A_4(G_1, G_1)$ - восстановление не произошло.

Тогда:

$$P_0(t+\Delta t) = P(A_1) + P(A_3) = P_0(t)(1-\lambda\Delta t) + P_1(t)\mu\Delta t$$
$$P_1(t+\Delta t) = P(A_2) + P(A_4) = P_0(t)\lambda\Delta t + P_1(t)(1-\mu\Delta t)$$

Или:

$$\frac{P_0(t+\Delta t) - P_0(t)}{\Delta t} = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t)$$
$$\frac{P_1(t+\Delta t) - P_1(t)}{\Delta t} = \lambda P_0(t) + \mu P_1(t)$$
.

Решение системы при начальных условиях $P_0(t)=1$ и $P_1(t)=0$, т.е. в начальный момент времени система работоспособна, имеет вид:

$$\begin{cases} P_0(t) = K_г(t) = \dfrac{\mu}{\lambda+\mu} + \dfrac{\lambda}{\lambda+\mu} e^{-(\lambda+\mu)t} \\ P_1(t) = \dfrac{\lambda}{\lambda+\mu} - \dfrac{\lambda}{\lambda+\mu} e^{-(\lambda+\mu)t} \end{cases}$$
.

Если в начальный момент времени система неработоспособна, то $P_0(0)=0$, $P_1(0)=1$ и решение системы имеет вид:

$$\begin{cases} P_0(t) = K_г(t) = \dfrac{\mu}{\lambda+\mu} - \dfrac{\mu}{\mu+\lambda} e^{-(\lambda+\mu)t} \\ P_1(t) = \dfrac{\lambda}{\lambda+\mu} + \dfrac{\mu}{\lambda+\mu} e^{-(\lambda+\mu)t} \end{cases}$$
.

При $t \to \infty$ независимо от начального состояния системы (G_0 или G_1) вероятности $P_0(t) = K_г$, $P_1(t)$ стремятся к постоянным значениям:

$$K_г = \frac{\mu}{\lambda+\mu};$$
$$P_1 = \frac{\lambda}{\lambda+\mu}.$$

Это означает, что при экспоненциальных законах распределения времени наработки на отказ и времени восстановления, случайный процесс работы восстанавливаемой системы стабилизируется, и вероятность застать систему работоспособной в произвольный момент времени остается постоянной. Система с указанным свойством называется эргодической, а сам процесс - Марковским случайным процессом. Случайный процесс называется Марковским, если для любого момента времени вероятности всех состояний системы в будущем зависят только от ее состояния в настоящем и не зависят от того, когда и как система пришла в это состояние.

Процесс функционирования резервированной восстанавливаемой системы является Марковским случайным процессом с дискретными состояниями. Случайный процесс называется дискретным, если его состояние можно пронумеровать и переход из состояния в состояние происходит скачком. Резервированная восстанавливаемая система описывается графом состояний (рис.3.2).

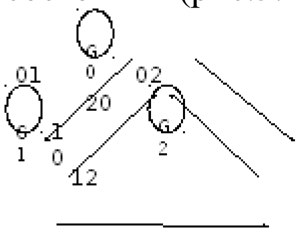


Рис. 3.2. Граф состояний резервированной системы

В отличие от нерезервированной системы резервированная система в общем случае имеет три состояния: G_0- исправное, G_1- неисправное, но работоспособное, G_2- неработоспособное.

Переход системы из состояния в состояние происходит под воздействием потоков отказов и восстановлений. Если все потоки событий, переводящие систему из состояния в состояние, являются пуассоновскими, то случайный процесс есть Марковский процесс и задается системой дифференциальных уравнений.

Система составляется по следующим правилам. Производная вероятности состояния равна сумме стольких слагаемых, сколько стрелок связано с этим состоянием. Каждое слагаемое равно произведению интенсивности потока событий, переводящего систему по данной стрелке, на вероятность того состояния, из которого исходит стрелка. Слагаемое имеет знак минус, если стрелка исходит из данного состояния, а знак плюс – если стрелка направлена в данное состояние. Полученная система уравнений называется системой уравнений Колмогорова.

Например, для графа состояний, показанного на рис.3.2 получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$
\begin{cases}
\dfrac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda_{01} P_0(t) - \lambda_{02} P_0(t) + \mu_{10} P_1(t) + \mu_{20} P_2(t) \\
\dfrac{dP_1(t)}{dt} = \lambda_{01} P_0(t) - \mu_{10} P_1(t) + \lambda_{12} P_2(t) \\
\dfrac{dP_2(t)}{dt} = \lambda_{02} P_0(t) + \lambda_{12} P_1(t) - \mu_{20} P_2(t)
\end{cases}
$$

Система решается с помощью преобразований Лапласа или численными методами. При $t \to \infty$справедлива предельная теорема А.А. Маркова: если все интенсивности потоков событий постоянны, а граф состояний таков, что из каждого состояния можно перейти в каждое другое за конечное число шагов, то предельные вероятности состояний существуют и не зависят от начального состояния системы. В соответствии с этой теоремой при$t \to \infty$производная $\frac{dP_i(t)}{dt} \to 0$ и система дифференциальных уравнений превращается в однородную систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} -\lambda_{01}P_0(t)-\lambda_{02}P_0(t)+\mu_{10}P_1(t)+\mu_{20}P_2(t)=0 \\ \lambda_{01}P_0(t)-\mu_{10}P_1(t)+\lambda_{12}P_2(t)=0 \\ \lambda_{02}P_0(t)+\lambda_{12}P_1(t)-\mu_{20}P_2(t)=0 \end{cases}$$

Система дополняется нормировочным уравнением:

$$P_0+P_1+P_2=1.$$

В качестве примера рассмотрим граф состояний системы с общим резервированием замещением кратности m и неограниченным восстановлением (рис.3.3).

Рис. 3.3. Граф состояния системы с общим резервированием замещением

Состояния системы имеют следующий смысл: G_0- основная и все резервные системы работоспособны; G_i- основная иi-1 резервная система отказали, все остальные резервные системы работают; G_{m+1}- основная и все резервные системы отказали. Каждой дуге ведущей из состояния G_i в состояние G_{i+1} приписано значение λ, т.к. одновременно работает только одна резервная система. Дуге ведущей из G_i в G_{i-1} приписано значение $i\mu$, т.к. при этом восстанавливается i резервных систем.

Резервирование с восстановлением является эффективным средством повышения надежности, с помощью которого можно добиться сколь угодно высокой надежности систем.

На практике часто встречается необходимость оценки надежности достаточно сложных резервированных и восстанавливаемых систем. В этом случае метод Марковских цепей приведет к сложным решениям из-за большого числа состояний системы, поэтому для расчета показателей надежности используют простой приближенный метод расчета. Метод основан на следующих допущениях:

Время восстановления намного меньше времени безотказной работы.

Интенсивности отказов и интенсивности восстановлений – постоянные величины.

Отказы и восстановления отдельных подсистем – независимые случайные события.

Для последовательного включения подсистем имеются следующие приближенные зависимости:

$$\lambda=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i;$$

$$K_г=1-n+\sum_{i=1}^{n}K_{гi}$$

$$\mu=\frac{\lambda}{1-K_г}$$

Для параллельного включения:

$$\mu = \sum_{i=1}^{m} \mu_i;$$

$$K_г = 1 - \prod_{i=1}^{m} (1 - K_{гi});$$

$$\lambda = \mu(1 - K_г).$$

В формулах приняты следующие допущения:

- l - интенсивность отказов последовательной (параллельной) группы из n(m) подсистем;
- $К_г$ - коэффициент готовности последовательной (параллельной) группы из n(m) подсистем;
- m - интенсивности восстановлений последовательной (параллельной) группы из n(m) подсистем.

Далее расчет надежности системы сводится к составлению структурной схемы расчета надежности и ее постепенном упрощении при помощи формул до получения показателей l, m и $K_г$ для системы.

Методические указания

Пример 1

Нерезервированная система состоит из 6 элементов. Интенсивности их отказов равны:

λ_1=0,0003 час$^{-1}$;
λ_2=0,0002 час$^{-1}$;
λ_3=0,0009 час$^{-1}$;
λ_4=0,0006 час$^{-1}$;
λ_5=0,0004 час$^{-1}$;
λ_6=0,0003 час$^{-1}$.

Интенсивности восстановления элементов одинаковы и равны μ = 0,4 час$^{-1}$.

Требуется определить показатели надежности системы.

Решение. Вычислим интенсивность отказов системы:

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^{6} \lambda_i = 0{,}0003 + 0{,}0002 + 0{,}0009 + 0{,}0006 + 0{,}0004 + 0{,}0003 = 0{,}0027$$

Тогда наработка на отказ, среднее время восстановления и коэффициент готовности равны соответственно:

$$T = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0{,}0027} = 370{,}4 час,$$

$$T_в = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{0{,}4} = 2{,}5 час,$$

$$K_г = \frac{T}{T + T_в} = \frac{370{,}4}{370{,}4 + 2{,}5} = 0{,}9934$$

Поскольку интенсивности восстановления элементов одинаковы, то систему можно рассматривать как один элемент с интенсивностью отказов λ_c

и интенсивностью восстановления μ. Исходя из этого, функция готовности системы будет равна

$$K_г(t) = \frac{\mu}{\lambda_c + \mu} + \frac{\lambda_c}{\lambda_c + \mu} e^{-(\lambda_c + \mu)t} =$$

$$= \frac{0,4}{0,4027} + \frac{0,0027}{0,4027} e^{-0,4027t}$$

Табулируя функцию от 0 до 20 часов с шагом 2 часа, получим значения, приведенные в таблице:

t, час	$K_г(t)$
0	1
2	0,9964
4	0,9947
6	0,9939
8	0,9936
10	0,9935
12	0,9934
14	0,993423
16	0,993411
18	0,993404
20	0,993402

Коэффициент готовности и коэффициент вынужденного простоя связаны между собой зависимостью $K_п = 1 - K_г$.

Следовательно, $K_П$ = 0,0066

Коэффициент оперативной готовности $K_{ог} = K_г \cdot e^{-\lambda t}$

Табулируя от 0 до 20 часов с шагом 2 часа, получим значения, приведенные в таблице:

t, час	$K_{ОГ}$
0	0,9934
2	0,9881
4	0,9827
6	0,9774
8	0,9721
10	0,9669
12	0,9617

14	0,9565
16	0,9514
18	0,9463
20	0,9412

Содержание работы:

1. Тема работы.
2. Задание.
3. Формулы и расчеты.
4. Заключение.

Контрольные вопросы:

1. Расчетная схема надежности?
2. Виды переходов состояний?
3. Граф состояний системы?
4. Функция готовности восстанавливаемой системы?
5. Определение надежности восстанавливаемой дублированной системы?
6. Определение надежности восстанавливаемой одноэлементной системы?

Раздел 2. Проведение контроля параметров качества систем автоматизации и обеспечение соответствия состояния средств и систем автоматизации требованиям надежности

МДК 05.02. Технология контроля соответствия и надежности устройств и функциональных блоков мехатронных и автоматических устройств и систем управления

Тема 2.1. Анализ показателей надежности по экспериментальным данным

Практическая работа №1. «Определение оценок показателей надежности технических элементов и систем по результатам эксплуатации»

Учебная цель: формировать умение определять уровень надежности исходя из показателей по результатам эксплуатации

Задачи практической работы:

1. определить закон распределения времени безотказной работы;

Основные теоретические положения

Испытания технических устройств на надежность производятся с целью определения реального уровня их надежности. Естественно, что испытаниям подвергается выборка из генеральной совокупности. По результатам испытаний выборки судят о надежности всей генеральной совокупности.

Для устройств, работающих дискретно, непосредственно из опыта определяется вероятность безотказной работы (вероятность отказа) по методике описанной ниже.

Исчерпывающей характеристикой надежности устройств с непрерывным характером работы служит закон распределения времени безотказной работы. Если известен вид закона и его параметры, то легко определить любую, интересующую нас характеристику надежности. Статистическое определение закона распределения времени безотказной работы связано с большими затратами сил и средств.

В ряде случаев вид закона распределения времени безотказной работы бывает известен. В таком случае опытным путем находятся оценки параметров закона и затем необходимые характеристики надежности, в частности вероятность безотказной работы как функция распределения, т.е.

$$\overline{P}(t) = F(t, \overline{\theta}_1, \overline{\theta}_2, \ldots),$$

Где $\overline{P}(t)$ – оценка вероятности безотказной работы веря $t; \overline{0}_1, \overline{0}_2 \ldots$ - оценки параметров распределения.

Определение вида и параметров закона распределения времени исправной работы (времени до отказа).

В результате испытаний можно получить точечные значения оценки параметра (которые будем обозначать теми же символами, что и математические ожидания но с чёрточкой сверху, например 0) и интервальные оценки. При интервальных оценках определяется, какой интервал оценок с заданной доверительной вероятностью α накрывает математическое ожидание оцениваемого параметра. Границы такого интервала называются доверительными границами. Можно записать

$$\alpha = \text{Вер}\,(\theta_н \leqslant \theta \leqslant \theta_в),$$

где $0_н$, $0_в$ – нижняя и верхняя доверительные границы параметра 0.

Вероятность того, что значения 0 выйдет из интервала $[0_н, 0_в]$, называют уровнем значимости β.

$$\beta = \text{Вер}\,(\theta_н > \theta > \theta_в) = 1 - \alpha.$$

Наиболее часто значения доверительных вероятностей принимают равными 0,90; 0,95; 0,99 или уровни значимости соответственно 0,10; 0,05; 0,01.

Доверительная вероятность α, определяемая соотношением, характеризует степень достоверности результатов двусторонней (т.е. с определением двух границ) оценки. Но часто в практических целях достаточно установить одну из границ интервала, нижнюю или верхнюю, отвечающих доверительным вероятностям α_1 или α_2. Тогда

$$\alpha_1 = \text{Вер}\,(\theta \geqslant \theta_н),$$

$$\alpha_2 = \text{Вер}\,(\theta \leqslant \theta_в).$$

Вероятность α, α_1 и α_2 связаны между собой уравнением

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 - 1.$$

Первоначально рассмотрим определения вида закона распределения.

Наиболее распространенными законами распределения отказов изделий являются:

— Экспоненциальный;
— Усеченный нормальный;
— Логарифмически-нормальный;
— Вейбулла;
— гамма.

Поэтому при определении вида закона распределения рекомендуются аппроксимировать экспериментальные характеристики этими законами в той последовательности, которая указана выше.

При выявлении закона распределения целесообразно соблюдать следующий порядок:

— подготовка опытных данных;
— построение гистограммы какой-либо количественной

характеристики надежности;

— проверка допустимости предполагаемого закона распределения отказов, используя определенные критерии согласия (Колмогорова, Пирсона и др.).

Подготовка опытных данных включает выборку исходных результатов из отчетных документов, составление вариационного ряда и заполнение таблицы отказов.

При составлении вариационного ряда исследуемого времени безотказной работы (или времени восстановления) это время записывается в порядке возрастания величины, причем одинаковые значения не исключаются, а повторяются друг за другом. По полученным данным заполняется таблица, образец

Таблица исходных данных для определения графическим способом закона распределения				
X_i	n_i	H_i	$\frac{H_i}{\sum n_i}$ (i)	$1-\frac{H_i}{\sum n_i}$ (i)
1	2	3	4	5

который приведён в виде таблицы. В ней приняты следующие обозначения:

X_i - значение челна вариационного ряда (наработка до отказа, наработка между соседними отказами);

n_i - число наблюдаемых однозначных отказов i-го интервала времени;

$\sum n_i$ - общее число отказов;

H_i - накопленное число отказов, являющееся суммой n_i второго столбца, начиная с первого числа n_1 и кончая i-м числом n_i;

$\frac{H_i}{\sum_{(i)} n_i}$ - частность отказов.

Испытания на надежность могут давать наиболее полные и достоверные данные о надежности по сравнению с любыми другими источниками информации. Это объясняется тем, что на надежность влияют разнообразные факторы, учесть которые при расчетах и моделировании не всегда удается. Испытания на надежность требуют значительного времени и материальных затрат. В отличие от других испытаний в данном случае необходимо определить сохраняемость свойств изделия на протяжении длительного интервала времени. Поэтому испытания должны быть длительными. Оценки показателей надежности носят вероятностный характер. Для повышения их достоверности надо испытывать достаточно большое количество изделий. В процессе испытаний изделия могут изнашиваться и становятся непригодными для дальнейшего использования. Поиск путей преодоления этих трудностей привел появлению разнообразных методов проведения испытаний на надежность. На рис. 12.2 изображена структура испытаний на надежность.

Рис. 12.2. Виды испытаний на надежность

Определительные испытания — испытания, в результате которых определяются числовые значения показателей надежности.

Контрольные испытания проводятся для контроля соответствия показателей надежности заданным требованиям путем проверки выполнения статистических гипотез. При этом значения показателей надежности (параметров распределения) не оцениваются, а производится проверка соответствия значения показателя надежности заданному уровню с использованием статистической теории оценивания.

Специальные испытания предназначены для определения влияния некоторых факторов на надежность (помехи, радиация и т.д.), величины ресурса, долговечности, живучести, ремонтопригодности и других характеристик, связанных с надежностью.

Каждый из основных видов испытаний подразделяется на разновидности в зависимости от условий проведения.

Для проведения испытаний составляется план, в котором указывается: количество *«N»* изделий; порядок замены отказавших изделий; продолжительность испытаний.

Планы испытаний, в которых отказавшие изделия не заменяются новыми, обозначаются буквой U. Планы испытаний, в которых отказавшие изделия заменяются новыми, обозначаются буквой R. Предполагаем, что наблюдения за отказами производятся непрерывно, в результате чего отказы обнаруживаются в моменты их возникновения. Через $r \le N$ обозначаются планы, в которых наблюдения ведутся до момента появления r-го отказа, через T— планы, при которых наблюдения ведутся в течение времени T. Время T обычно измеряется в часах. Иногда используются смешанные планы, когда испытания ведутся до отказа *«r»* изделий, если наработка t_r до появления r-го отказа $t_r < T$ или до момента T, если $t_r \ge T$. Такие планы обозначаются(r,T).

Легко видеть, что возможны лишь шесть различных планов:

$[N,U,T]$; $[N;U,r]$; $[N,U,(r,T)]$; $[N,R,T]$; $[N,R,r]$; $[N,R,(r,T)]$.

Обозначим через *n(t)* число отказов, возникших к моменту времени *t*. Функция *n(t)*, как это следует из определения, не может убывать и принимает последовательно значения 0,1,2,…. Точки роста *n(t)*отвечают случайным моментам времени t_i . Реально наблюденную во время испытаний функцию *n(t)*называют траекторией процесса *n(t).* Обозначим через *G* ту область плоскости *(n(t),t)*, попадание в которую траектории процесса *n(t)* приводит к окончанию испытаний. Для планов *[N,U,T]* и *[N,R,T]*в качестве области *G*-мы должны взять полуплоскость *t>T* (рис. 12.2а). В случае планов *[N;U,r]* и *[N,R,r]* испытания прекращаются в момент t_r первого попадания траектории *n(t)* во множество

$$G\{(n(t),t):n(t)\geq r\}$$

(рис. 12.2б). Наконец, для планов *[N,U,(r,T)]* и *[N,R,(r,T)]* испытания прекращаются в момент первого попадания во множество $G\{(n(t),t):(n(t)\geq r) ИЛИ (t\geq T)\}$, обозначенные заштрихованными областями (рис. 12.2в).

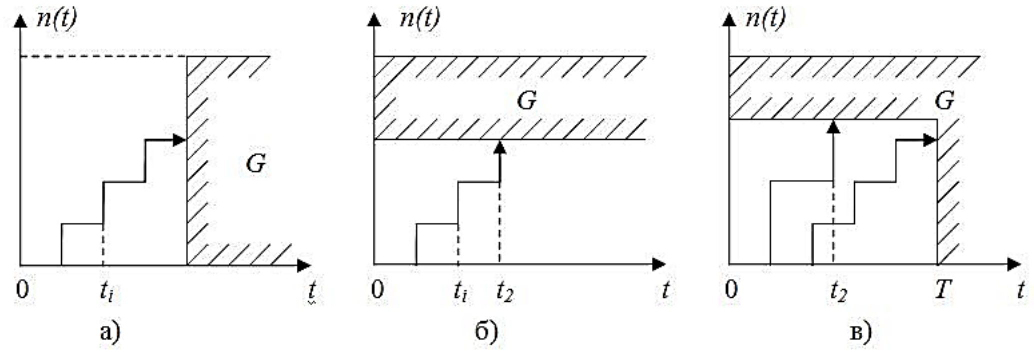


Рис. 12.3. Моменты окончания испытания

В ряде случаев испытания могут планироваться на основе полученных значений суммарной наработки. Если обозначить *N(t)*— число элементов безотказно работающих до момента времени *t*;*N(t)=N-n(t),* то значение суммарной наработки *S(t)*в момент *t* определяется как сумма времен, в течение которых безотказно работали испытываемые элементы:

$$S(t)=\int_0^t N(s)ds=\sum_{i=1}^{n(t)} t_i + N(t)t ,$$

где t_i — моменты отказов элементов. Так как для планов типа R значение *S(t)=Nt*, то нетривиальным дополнением к указанным выше шести планам являются следующие два плана типа U. Для первого плана, обозначаемого *[N,U,HS₀]*, момент остановки испытаний t^*определяется как момент, когда впервые $S(t^*)= S_0$; если окажется, что $S(t_N)<S_0$, то $t^*=t_N$, S_0 — заданное значение суммарной наработки. Для второго плана момент остановки t^*определяется как момент, когда впервые наступает одно из следующих событий:

либо $S(t^*)= S_0$и$n(t*)<r$,
либо $t^*=t_r$,
но $S(t^*)< S_0$.

Здесь t_r — момент появления r-го отказа. Такой план будем обозначать $[N,U,(r,HS_0)]$. Полезно иметь в виду, что $[N,U,HS_0] \equiv [N,U,(N,HS_0)]$. Аналогичным образом имеем $[N,U,(N,T)] \equiv [N,U,T]$, однако $[N,R,(N,T)] \equiv [N,R,T]$.

Если выбраны внешние условия проведения испытаний, согласована с заказчиком вероятностная характеристика и выбран план проведения испытаний, то по результатам испытаний, вся информация о которых содержится в отрезке траектории процесса $n(t)$ до момента первого попадания в множество G, требуется дать методику оценки выбранной характеристики надёжности или методику построения доверительного интервала.

Методические указания

Пример 1.

В результате опыта получен следующий вариационный ряд времен безотказной работы изделия в часах:

115	232	328	368	393
404	421	457	483	511
527	540	544	572	598
605	619	633	660	681
736	791	942		

Нужно определить закон распределения времени безотказной работы.

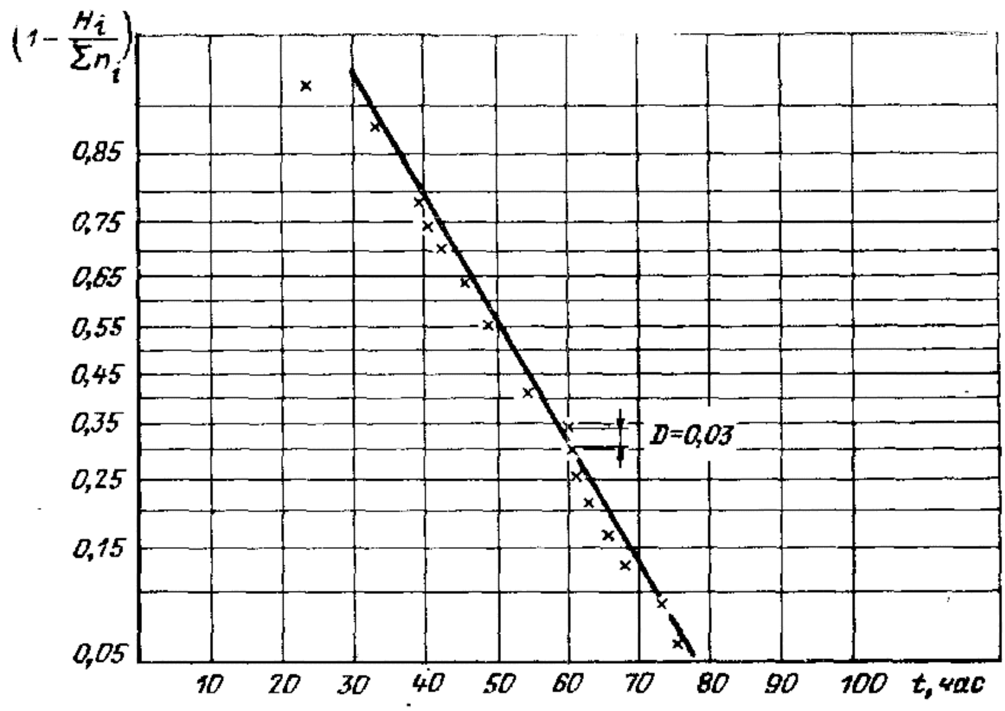


Рисунок 1.1

Решение.

1. Используя данные, заполняем таблицу предварительно вычислив

значения $\sum_{(i)} n_i = 23$.

2. Проверяем согласие экспериментального распределения с экспоненциальным распределением. В результате проверки получен отрицательный ответ. Проверяем согласие экспериментального распределения с усеченным нормальным распределением. Наносим экспериментальные данные на координатную сетку. Получаем расположение отметок, показанное на рисунке 1.1.
3. Проводим через отметки прямую линию и убеждаемся в возможности линейной интерполяции. Находим и снимаем наибольшее отклонение: D=003.
4. Рассчитываем критерий согласия:
$$D\sqrt{k} = 0{,}03\sqrt{23} = 0{,}14, 0{,}14 > 1{,}00.$$
5. В соответствии с формулой $D\sqrt{k} \leq 1$ считаем, что исследуемый закон распределения времени исправной работы подчиняется усеченному нормальному.

где D – наибольшее отклонение теоретической кривой распределения от экспериментальной;
k – общее количество экспериментальных точек.

Содержание работы:

1. Тема работы.
2. Задание.
3. Формулы и расчеты.
4. Заключение.

Контрольные вопросы:

1. Документация для сбора первичной информации
2. Определительные испытания на надежность

Практическая работа №2. «Определение показателей надежности неремонтируемого объекта по опытным данным»

Учебная цель: формировать умение проводить расчеты показателей надежности неремонтируемого оборудования или изделия

Задачи практической работы:

1. определить числовые значения показателей безотказности;
2. определить доверительные границы средней наработки до первого отказа при доверительной вероятности;
3. подсчитать среднее арифметическое значение выборочное среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации;
4. определить статистические оценки вероятности безотказной работы и интенсивности отказов;
5. определить значения теоретической интегральной функции.

Основные теоретические положения

При этом методе структура системы изображается в виде специальной логической схемы, характеризующей состояние (работоспособное или неработоспособное) системы в зависимости от состояний отдельных элементов. На логических схемах обычно применяют три способа соединений элементов:

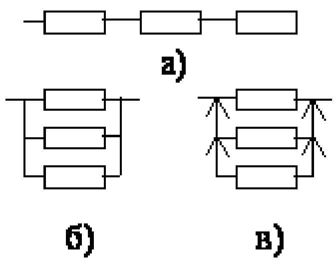


Рис. 2.1. Три вида соединений на логических схемах для рас чета надежности. а — последовательное (основное)б — параллельное нагруженное;в —параллельное

1) последовательное (основное) соединение соответствует случаю, когда при отказе элемента отказывает •вся система; наработка до отказа системы равна наработке до отказа того элемента, у которого она оказалась минимальной:

Tc= min(Tj) ,j=1, 2, ...,n,

где *n* — число элементов системы;

2) параллельное нагруженное соединение соответствует случаю, когда система сохраняет работоспособность, пока работоспособен хотя бы один элемент из *k* включенных в работу; наработка до отказа системы. равна максимальному из значений наработки до отказа элементов:

Tc= max(Tj) ,j=1, 2, ...,k,

3) параллельное ненагруженное соединение соответствует случаю, когда при отказе элемента включается работоспособность; наработка в работу очередной резервный элемент и таким путем система сохраняет способность; наработка до отказа системы равна сумме наработок до отказа элементов. На

рис. 2.1 приведены обозначения трех видов соединений на логических схемах для расчета надежности.

После составления логической схемы находят и уточняют значения показателей надежности элементов и затем вычисляют значение показателя надежности системы. Рассмотрим содержание каждой из этих операций.

а) Составление логической схемы для расчета надежности системы

Эта работа проходится в три этапа. Первый этап состоит в описании работы системы. Рассматривается, как функционирует система в течение заданного времени, какие блоки включены, в чем состоит работа каждого блока и т. д. На этом этапе определяется содержание термина «безотказная работа системы».

На втором этапе осуществляется классификация отказов элементов и систем. Перечисляются и описываются возможные отказы всех элементов по отдельности и системы в целом. При этом формулируются определения отказов элементов и системы. Оценивается влияние отказа каждого из элементов на работоспособность системы.

В течение третьего (основного) этапа составляется структурная (логическая) модель безотказной работы системы. Для этого рассматривается поведение системы при отказе каждого из составляющих ее элементов. Часто при отказе одного элемента отказывает вся система, но это бывает не всегда. Возможны случаи, когда система продолжает работать при определенной комбинации работоспособных и неисправных элементов. Поэтому в общем случае выделяются подсистемы (блоки), в которых при отказе хотя бы одного элемента отказывает весь блок. Для каждого такого блока расчет функции надежности ведется, как описано ниже. Каждый из выделенных блоков нумеруется или обозначается буквой. Далее перечисляются комбинации блоков, обеспечивающие безотказную работу системы.

При составлении логической схемы необходимо подробно анализировать последствия, к которым приводит отказ элемента, особенно если имеется несколько одинаковых элементов. Например, если на общую сеть работают два генератора мощностью P каждый, то возможны несколько случаев, расчета надежности этой схемы:

1) обязательно требуется полная мощность 2P, и снижении мощности или двойная перегрузка генератора при отказе одного из них недопустимы: генераторы соединяются на логической схеме последовательно;

2) при отказе одного из генераторов можно отключить маловажные потребители энергии, чтобы нагрузка на, генератор по-прежнему равнялась P; генераторы соединяются на логической схеме параллельно;

3) при отказе одного из генераторов оставшийся работоспособным работает со значительной перегрузкой, при этом значение параметра потока отказов генератора значительно больше, чем при номинальном режиме. Этот случай соответствует пассивному резервированию с перераспределением нагрузки.

Не следует забывать включать в число элементов электрические соединения пайкой, сжатием и сваркой, а также другие виды соединений (штепсельные и пр.). Обычно на электрические соединения приходится 10—50% общего числа отказов.

б) Выбор и уточнение значений показателей надежности элементов

В зависимости от стадии проектирования, на которой выполняется расчет надежности, можно различать три этапа выбора значений показателей надежности элементов.

1. Прикидочный расчет надежности структурной схемы системы производится при решении вопроса о принципах устройства системы.

Вначале необходимо определить число элементов каждого типа в блоках рассматриваемого варианта системы.

Затем нужно разыскать в справочных материалах значения показателей надежности элементов, например средние интенсивности отказов.

Значения интенсивности отказов одноименных элементов могут иметь значительный разброс. Здесь играют большую роль качество элемента и условия его применения, а также количество и качество информации об отказах. Поэтому целесообразно иметь справочные данные об элементах примерно одинаковой аппаратуры, работающих в условиях, близких к ожидаемым для проектируемой аппаратуры.

При отсутствии таких сведений о значениях интенсивностей отказов элементов рассматриваемой системы могут быть использованы табличные данные об интенсивностях 'отказов элементов других систем.

Так как на рассматриваемом этапе расчета неизвестны типы и марки элементов и режимы их работы, то часто оказывается целесообразным провести расчет надежности для двух крайних значений интенсивностей отказов элементов. При этом вычисляются два значения" интенсивности отказов λmin и λmax и определяются соответственно две функции надежности $p_{мин}$ (t) и $p_{макс}$ (t)

Истинное значение интенсивности отказов или вероятности безотказной работы лежит между вычисленными минимальным и максимальным значениями.

в) Расчетные формулы

При последовательном логическом соединении вероятность безотказной работы системы равна произведению вероятностей безотказной работы элементов. Функция надежности системы

$$p_c(t) = \prod_{j=1}^{n} p_j(t), \quad (2.1)$$

где *Pj (t)* — функция надежности /-го элемента.

Поэтому интенсивность отказов системы из n элементов

$$\lambda_c = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \quad (2.2)$$

(предполагается, интенсивности отказов элементов постоянны).

Соответственно средняя наработка системы до отказа

$$m_{tc} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{m_{tj}}} \quad (2.3)$$

где m_{tj}—средняя наработка до отказа /-го элемента.

Для параллельного нагруженного логического соединения вероятность отказа системы равна произведению вероятностей отказа элементов. Функция ненадежности системы

$$q_c(t) = \prod_{j=1}^{k} q_j(t) \quad (2.4)$$

где $q_j(t)$ – функция ненадежного j-го элемента.

Так как $q_c(t)=1-p_c(t)$, то

$$p_c(t) = 1 - \prod_{j=1}^{k} \left[1 - p_j(t)\right].$$

В данном случае речь идет о нагруженном резервировании, когда основные и резервные элементы находятся в одинаковых рабочих условиях.

При параллельном ненагруженном логическом соединении функция надежности участка логической схемы, состоящего из k одинаково надежных элементов, вычисляется по формуле:

$$p_k(t) = e^{-\lambda t} \cdot \sum_{j=0}^{k-1} \frac{(\lambda t)^j}{j!} \quad (2.5)$$

Вычисление функции надежности системы иногда ведется при двух крайних значениях $l_{мин}$ и $l_{макс}$ элементов. Когда значений p_c близки к единице, удобно использовать приближенные формулы:

$$\prod_{j=1}^{n} p_j(t) = 1 - t \cdot \sum_{j=1}^{n} \lambda_j$$

(2.6)

$$\prod_{i=1}^{k} q_j(t) = t^k \cdot \prod_{i=1}^{k} \lambda_j$$

(2.7)

Общий недостаток изложенного выше приближенного расчета надежности — малая и недостоверная информация о надежности типовых элементов.

Расчеты надежности при проектировании целесообразно завершить моделированием процессов появления отказов систем и испытанием первых опытных образцов. В ходе моделирования выявляются интенсивности отказов

систем из-за постепенных изменений параметров элементов. При испытаниях уточняются действующие на элементы нагрузки и данные о надежности отдельных элементов.

г) Коэффициентный способ расчета

Этот способ применяется, когда имеется достоверное значение интенсивности отказов лишь одного элемента системы.

$\frac{\lambda_j}{\lambda_0} = k_i$ Предполагается, что при различных режимах работы справедливо соотношение

(2.8)

где li – интенсивность отказов рассматриваемого элемента; l0 – достоверно известная

интенсивность отказов одного элемента (основного элемента расчета).

Для получения значений интенсивностей отказов элементов системы необходимо значение λ_0 интенсивности отказов основного элемента расчета (в данном случае резистора) умножить на соответствующее значение коэффициента Кi. Этим коэффициентный способ расчета надежности

отличается от изложенного выше. При допущении (2.8) можно, используя формулы (2.1) и (2.2), написать:

$$p_c(t) = \exp\left(-t\lambda_0 \cdot \sum_{1=1}^{d} N_1 k_1\right) \quad (2.9)$$

или

$$p_c(t) = \exp(-t\lambda_c) \quad (2.10)$$

где

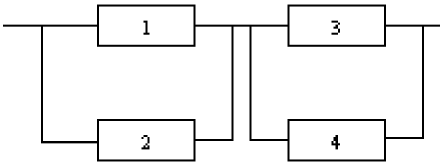


Рис. 2.2 Логическая схема для расчета надежности

$$\lambda_c = \lambda_0 \cdot \sum_{l=1}^{d} N_l \cdot k_l \qquad (2.11)$$

здесь n_l — число элементов *l-го* типа; *d*— число типов элементов.

При коэффициентном способе расчета надежности также вычисляются два значения интенсивности отказов системы λс..мин и λ с..макс, соответствующие крайним значениям коэффициентов *ki* всех элементов системы. Если вместо функций надежности построить зависимости вероятности безотказной работы в функции λ_{0t}, то полученные зависимости можно считать инвариантными в отношении условий эксплуатации системы. Действительно, на основании допущения (5.8) при изменении условий эксплуатации системы будет изменяться лишь интенсивность отказов l_0 основного элемента расчета, т.е. будет меняться лишь масштаб по оси абсцисс зависисмости $p(l_0t)$.

Для сравнения вариантов системы по надежности при коэффициентном способе ее расчета нет необходимости знать l_0. Для вариантов системы Z и Y имеем согласно (2.11):

$$\frac{\Lambda_z}{\Lambda_y} = \frac{\sum_{l=1}^{d_1} N_{zl} k_l}{\sum_{l=1}^{d_2} N_{yl} k_l} \qquad (2.12)$$

где *d1, d2*— число типов элементов в системах Z и У; *Nzl,* N_{yl} — количество элементов типа *l* в соответствующей системе.

д) Применение формулы полной вероятности

при расчете надежности систем

При использовании формулы полной вероятности учитываются гипотезы H1, H2, . . ., Hn – несовместимые события, образующие полную группу. Вместе с одним из этих событий может произойти рассматриваемое событие X — безотказная работа системы в течение заданной наработки (0, ti). Вероятность появления события X равна сумме произведений вероятности каждой гипотезы P(Hj) на условную вероятность P(X| Hj) события при этой гипотезе:

$$P(X) = \sum_{j=1}^{n} P(H_j) P(X \mid H_j) \qquad (1.13)$$

При использовании формулы полной вероятности для расчета надежности выбирается определенная группа элементов логической схемы, и формируются гипотезы о том, что же произошло с этой группой элементов в течение заданной наработки. Гипотезы могут являться сложными событиями. В каждой из гипотез учитывается, что для любого элемента рассматриваемой группы возможными исходами являются либо безотказная работа, либо отказ.

При вычислении условной вероятности безотказной работы системы P(X\Hj) при гипотезе Hj предполагается, что произошли соответствующие события (безотказная работа

пли отказ одного пли нескольких элементов) и рассматриваются соответствующие условные логические схемы.

В качестве примера применения формулы полной вероятности рассмотрим расчет надежности системы, логическая схема для расчета надежности, которой приведена на рис. 2.2. Рассмотрим группу из первого и треть его элементов. Здесь возможны четыре гипотезы о состояниях элементов: оба элемента остались работоспособными; первый элемент отказал, второй остался работоспособным; первый элемент остался работоспособным, третий отказал; оба элемента отказали. Гипотезы и соответствующие им вероятности приведены в табл. 2.2. Знаком 1 обозначены работоспособные состояния элементов, знаком 0 — неработоспособные.

Подставив выражения для $P(H_j)$ и $P(X|H_j)$ в (2.13), получим после преобразований выражение для вероятности безотказной работы системы:

Таблица 2.2

Гипотеза	Что произошло с элементами		**Вероятность гипотезы $P(H_j)$**	**Условная вероятность безотказной работы системы при гипотезеH_j $P(X\|H_j)$**
	1	2		
H_1	1	1	p_1p_3	1
H_2	0	1	$(1-p_1)p_3$	p_2
H_3	1	0	$p_1(1-p_3)$	p_4

$p_c = p_1p_3 + (1 - p_1)\, p_3p_2 + p_1\,(1 - p_3)\, p_4 + (1 - p_1)\,(1- p_3)\, p_2p_4 = p_1p_3 + p_2p_3 + p_1p_4 + p_2p_4 - (p_1p_2p_3 + p_1p_3p_4 + p_1p_2p_4 + p_2p_3p_4) + p_1p_2p_3p_4$ (2.14)

В ряде случаев удобно применять формулу полной вероятности для вычисления вероятности отказа рассматриваемой системы.

В любом случае цель применения формулы полной вероятности — сокращение объема математических преобразований и вычислений.

Методические указания

Пример.

По результатам испытаний заданного числа *N* образцов однотипных приводных клиновых ремней определить их показатели надежности. Результатами испытаний (исходными данными задачи) являются:

- интервалы значений наработки до первого отказа *T1, час.*;

- значения частот *mi* отказов ремней по *i*-ым частичным интервалам наработки *T1i*.

При выполнении задачи требуется:

1. Проанализировать условия задания и составить по ним интервальный статистический ряд эмпирического распределения наработки T_1.

2. Построить гистограмму и полигон эмпирического распределения наработки T_1.

3. Подсчитать среднее арифметическое значение $\overline{T}_1$ выборочное среднее квадратическое отклонение S и коэффициент вариации v для заданной статистической выборки, подобрать теоретический закон распределения наработки до первого отказа.

4. Определить статистические оценки вероятности безотказной работы $\overline{P}(t)$ и интенсивности отказов $\overline{\lambda}(t)$ клиновых ремней для i-х частичных интервалов наработки до первого отказа.

5. Построить графики изменения $\overline{P}(t)$ и эмпирической интегральной функции $F_э(t)$ по данным испытаний клиновых, ремней.

6. Определить значения теоретической интегральной функции $F(t)$ для заданных частичных интервалов значений наработки T_{1i}, построить график функции $F(t)$.

7. Проверить соответствие между выбранным теоретическим законом распределения и эмпирическим распределением наработки T_1 по критерию λ, (А. Н. Колмогорова).

8. Определить доверительные границы средней наработки клиновых ремней до первого отказа при доверительной вероятности γ = 0,90.

Решение.

В задаче требуется определить числовые значения показателей безотказности приводных клиновых ремней по результатам испытаний 40 однотипных образцов. Клиновые ремни — неремонтируемые изделия, основными показателями их надежности являются (см. [1], гл. 3) вероятность безотказной работы $P(t)$, средняя наработка до первого отказа T_1 интенсивность отказов $\lambda(t)$.

Числовые значения показателей надежности определяют по результатам наблюдений за испытаниями N однотипных изделий в заданных условиях, фиксируя наработку отдельных изделий до первого отказа в часах работы под нагрузкой. Результаты испытаний представляют в виде интервального статистического ряда распределения наработки изделий до первого отказа.

Методику определения показателей безотказности рассмотрим на примере выполнения следующего задания: частичные интервалы значений наработки T_1 — по варианту 11 из приложения 1, а значения частот m_i отказов ремней по i-м частичным интервалам — по варианту 6 из приложения 2 к данным методическим указаниям. Интервальный статистический ряд эмпирического распределения наработки T_1 для заданных условий приведен в таблице 1. В этой же таблице указаны значения частностей $\frac{m_i}{N}$ и накопленных частностей $\frac{\sum m_i}{N}$ по отдельным i-м интервалам. Сумма частот $\sum m_i$ по всем интервалам должна быть равна N (т. е. 40), а сумма накопленных частностей $\frac{\sum m_i}{N}$ =1.

Таблица 1

Интервальный статистический ряд эмпирического распределения наработки клиновых ремней до первого отказа

Границы частичных интервалов, ч	0-150	150-300	300-450	450-600	600-750	750-900
Середины интервалов T_{Ci}, ч	75	225	375	525	675	825
Частоты mi	1	4	14	17	3	1
Частности $\frac{m_i}{N}$	0,025	0,100	0,350	0,425	0,075	0,025
Накопленные частности $\frac{\sum m_i}{N}$	0,025	0,125	0,475	0,900	0,975	1,000

Данные из таблицы 1 используются для построения графиков, наглядно характеризующих эмпирическое распределение случайной величины, — гистограммы и полигона.

При построении гистограммы на горизонтальной оси графика откладывают значения, соответствующие границам частичных интервалов, а на вертикальной — частоты или частности, также по отдельным интервалам. Далее строят прямоугольники, основания которых лежат на горизонтальной оси координат и равны величине частичных интервалов, а высоты равны частотам или частностям соответствующих интервалов. В результате получается ступенчатый многоугольник, или гистограмма.

Если теперь соединить прямыми линиями середины верхних (горизонтальных) сторон прямоугольников гистограммы, то получим полигон распределения в виде ломаной линии.

Примеры построения гистограммы и полигона распределения наработки клиновых ремней до первого отказа приведены на рис. 1. По гистограмме и полигону распределения можно заключить, что наиболее вероятная наработка клиновых ремней до первого отказа находится в интервале значений от 300 до 600 ч.

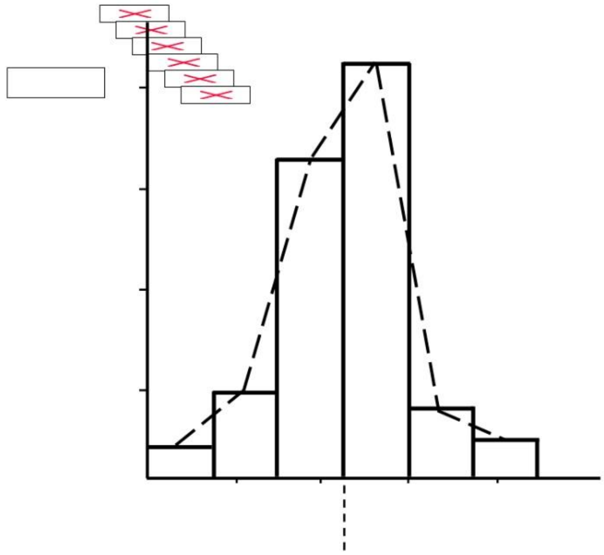


Рис. 1. Гистограмма и полигон эмпирического распределения наработки клиновых приводных ремней до первого отказа.

Числовые значения статистических характеристик распределения случайной величины, таких, как среднее арифметическое значение $\bar{T}_1$ выборочное среднее квадратическое отклонение S и коэффициент вариации v (см. [1], гл. 3), подсчитываются по следующим уравнениям с суммированием по частичным интервалам:

$$\bar{T}_1 = \sum T_{Ci} \cdot \frac{m_i}{N}$$

$$S = \sqrt{\sum \left(T_{Ci} - \bar{T}_1\right)^2 \cdot \frac{m_i}{N}}$$

$$v = \frac{S}{\bar{T}_1}$$

Результаты подсчетов для рассматриваемого примерного задания:

$\bar{T}_1 =$ 75×0,025+225×0,1+375×0,35+525×0,425+675×0,075+825×0,025=450 *ч;*

$$S = \sqrt{\begin{aligned}&(75-450)^2 \cdot 0.025 + (225-450)^2 \cdot 0.1 + (375-450)^2 \cdot 0.35 + (525-450)^2 \cdot 0.425 + \\ &+ (675-450)^2 \cdot 0.075 + (825-450)^2 \cdot 0.025\end{aligned}} = 142.3, ч$$

$$v = \frac{142.3}{450} = 0.316$$

.

Безразмерный коэффициент вариации v используется не только как относительная характеристика степени рассеивания случайной величины относительно среднего значения, но и для ориентировочного выбора теоретического закона распределения (ТЗР) случайной величины.

Применительно к рассматриваемому заданию при $v \le 0.33$ выбирается нормальный закон распределения, а при $v > 0.33$ — закон распределения Вейбулла. Поскольку в примере значение $v < 0.33$, примем для дальнейших расчетов нормальный закон распределения наработки клиновых ремней до первого отказа. Этот ориентировочный вывод будет в дальнейшем проверяться с применением критерия согласия λ, (А. Н. Колмогорова).

Статистические оценки вероятности безотказной работы $\overline{P}(t)_i$ и интенсивности отказов $\overline{\lambda}(t)_i$ клиновых ремней для i-х частичных интервалов подсчитываются по следующим уравнениям:

$$\overline{P}(t)_i = \frac{N - \sum m_i}{N},$$

$$\overline{\lambda}(t)_i = \frac{m_i}{\Delta t \cdot N(t)_i},$$

где N — число изделий в начале испытаний (в рассматриваемом задании N =40);

$\sum m_i$ — число отказавших изделий к концу 1-го интервала;

Δt — значение наработки в частичном интервале (в примере Δt =150 ч);

$N(t)_i$ — число работоспособных изделий к началу i-го частичного интервала.

Исходные данные для подсчетов и их результаты сводятся в таблицу — см. табл. 2 применительно к рассматриваемому примеру.

Определение статистических оценок $\overline{P}(t)_i$ и $\overline{\lambda}(t)_i$

Показатели	Значения показателей по частичным интервалам •					
	0-150	150-300	1-450	450-600	1-750	1-900
Число отказов за интервал, m_i	1	4	14	17	3	1
Число отказавших изделий к концу интервала, $\sum m_i$	1	5	19	36	39	40
Число работоспособных изделий к началу интервала, $N(t)_i$	40	39	35	21	4	1
Статистическая оценка $\overline{P}(t)_i$	0,975	0,875	0,525	0,100	0,025	0
Статистическая оценка $\overline{\lambda}(t)_i$	0,0002	0,0007	0,0027	0,0054	0,0050	0,0067

5. Графики изменения опытной вероятности безотказной работы $\overline{P}(t)$ и эмпирической интегральной функции

$$F_Э(t) = \frac{\sum m_i}{N}$$

строятся с использованием соответствующих значений для частичных интервалов из табл. 1 и 2. Пример построения графиков показан на рис. 2. Между обоими показателями надежности существует взаимосвязь, обусловленная уравнением

$$\overline{P}(t)_i = 1 - \frac{\sum m_i}{N}.$$

6. Интегральная функция распределения *F(t)* является наиболее общей характеристикой распределения как дискретных, так и непрерывных случайных величин. Она определяет вероятность того события, что случайная величина будет меньше или равна наперед заданному значению. Интегральная функция распределения *F(t)* может быть задана аналитически или представлена в виде графика (см. [1], гл. 3).

Значения теоретической интегральной функции $F(t)$ для нормального распределения с известными параметрами $\overline{T}$ и S (см. [1], с. 97 ... 99) определяются по табличному интегралу *Ф(t),* который непосредственно показывает вероятность того события, что значение случайной величины находится в пределах от 0 до t. Значения функции *F(t)* в конце i-го частичного интервала принимаются равными значению интеграла *Ф(t)* по табл. 1 из приложения к [1]. Применительно к рассматриваемому заданию

$$x_i = \frac{T_{B_i} - \overline{T}_1}{S},$$

где T_{B_i} —верхняя граница i-го частичного интервала значений наработки клиновых ремней до первого отказа;

T_1 = 450 *ч* и S =142,3 *ч.*

Например, верхняя граница i-го частичного интервала *TB1* =150 *ч.*

Тогда $x_1 = \frac{150 - 450}{142.3} = -2.11$ и по таблице 1 из приложения к [1]

Ф (-2,11) = 0,0175-0,018. Следовательно, значение теоретической интегральной функции *F(t)* в конце первого частичного интервала равно 0,018. Аналогично определяют значения *F(t)* для других частичных интервалов, записывают их в табл. 3 и наносят найденные значения на рис. 2, получая график теоретической интегральной функции распределения *F(t).*

7. Проверку соответствия между выбранным теоретическим законом распределения и эмпирическим распределением наработки клиновых ремней до первого отказа можно провести с использованием одного из критериев согласия (см. [1], гл. 3), подтверждающего или опровергающего

статистическую гипотезу о виде выбранного теоретического закона распределения с принятым уровнем значимости а. Обычно в технических расчетах принимают а равным 0,10, т. е. допускают тем самым в 10 случаях из 100 возможность ошибки первого рода, связанной с риском отбросить правильную статистическую гипотезу.

Таблица 3

Проверка соответствия эмпирического и теоретического распределений наработки клиновых ремней до первого отказа по критерию λ.

Границы частичных интервалов, *ч*	0-150	150-300	300-450	450-600	600-750	750-900
Верхняя граница интервала, *TBi , ч*	150	300	450	600	750	900
$x_i = \frac{T_{B_i} - \overline{T}_1}{S}$	-2.11	-1,05	0	1,05	2,11	3,16
$F(t)_i = \Phi(t_i)$	0,018	0,147	0,500	0,853	0,982	0,999
$F_Э(t)_i = \frac{\sum m_i}{N}$	0,025	0,125	0,475	0,900	0,975	1,000
$D = \left\| F_Э(t)_i - F(t)_i \right\|$	0,007	0,022	0,025	0,047	0,007	0,001

Применительно к рассматриваемому заданию рекомендуется проводить проверку соответствия теоретического и эмпирического распределений по критерию согласия (А. Н. Колмогорова). Для этого по табл. 3 определяют максимальное абсолютное значение разности *Dmax* между эмпирической и теоретической интегральными функциями распределения для отдельных i-x частичных интервалов, т. е.

$$D_{max} = max\left|F_Э(t)_i - F(t)_i\right|$$

Как следует из табл. 3, *Dmax*= 0,047, тогда расчетное значение критерия согласия $\lambda = D_{max} \cdot \sqrt{3N}$ =0,047$\sqrt{40}$=0,297. Для λ=0,297 по табл. 5 из приложения к [1] находим значение $P(\lambda)$ = 1,0. Поскольку значение $P(\lambda)$ больше принятого уровня значимости α=0,10, то принятая гипотеза о применимости закона нормального распределения к эмпирическому распределению наработки клиновых ремней до первого отказа не отвергается. Тем самым можно говорить о соответствии теоретического и эмпирического распределений.

8. Интервальная оценка средней наработки клиновых ремней до первого отказа в отличие от точечной оценки (путем подсчета среднего арифметического значения) позволяет получить результат с наперед заданной достоверностью, или доверительной вероятностью γ, которую в практических расчетах принимают равной 0,8 или 0,9. По ГОСТ 11.004—74 «Прикладная статистика. Правила определения оценок и доверительных

границ для параметров нормального распределения, нижняя m_{H1} и верхняя m_{B1} границы доверительного интервала для средней наработки $\bar{T}_1$ определяются по уравнениям:

$$m_{H1} = \bar{T}_1 - \frac{t_\gamma(v)}{\sqrt{n}} \cdot S$$

$$m_{B1} = \bar{T}_1 - \frac{t_\gamma(v)}{\sqrt{n}} \cdot S$$

где $t_\gamma(v)$ – квантиль распределения *t* (коэффициент Стьюдента) с $v = n - 1$ степенями свободы для статистической выборки из n значений.

Для v =0,9 и N = 40 квантиль $\frac{t_{90}(39)}{\sqrt{40}}$ =0,206.

Тогда в рассматриваемом нами примере

m_{H1} =450-0.206×142,3 = 421,7 *ч*;

m_{B1} =450 + 0,206×142,3 = 479,3 *ч.*

Таким образом, с вероятностью 0,9 можно утверждать, что значение средней наработки клиновых ремней до первого отказа будет находиться в интервале от 421,7 до 479,3 *ч*.

Содержание работы:

1. Тема работы.
2. Задание.
3. Формулы и расчеты.
4. Заключение.

Контрольные вопросы:

1. Интервальная оценка показателей надежности
2. Методика проведения и обработки данных
3. Определение оценок показателей надежности технических элементов и систем по результатам эксплуатации

Тема 2.2. Методы технического диагностирования систем автоматического управления

Практическая работа №3. «Определение показателей надежности одно- и многоконтурных САР»

Учебная цель: формировать умение предварительного определения исправности простых и сложных системы автоматического регулирования на производстве

Задачи практической работы:

1. Определить вероятность безотказной работы

Основные теоретические положения

Удовлетворительное качество регулирования в простейшей одноконтурной системе с использованием стандартных законов регулирования можно обеспечить лишь при благоприятных динамических характеристиках объекта. Однако большинству технологических объектов свойственны значительное чистое запаздывание и большие постоянные времени. В таких случаях даже при оптимальных настройках регуляторов одноконтурные САР характеризуются большими динамическими ошибками, длительностью переходного процесса.

Для повышения качества регулирования необходим переход от одноконтурных САР к более сложным системам, использующим дополнительные (корректирующие) импульсы по возмущениям или вспомогательным выходным координатам. Такие системы содержат кроме обычного регулятора дополнительные регуляторы.

В зависимости от характера корректирующего импульса

(дополнительного регулирующего воздействия) различают следующие многоконтурные САР:

1.**Комбинированные-** сочетающие обычный замкнутый контур регулирования (регулирование по отклонению) с дополнительным каналом воздействия, по которому вводится импульс по возмущению.

2.**Каскадные**-двухконтурные замкнутые САР, построенные на базе двух стандартных регуляторов и использующих для регулирования кроме основной выходной координаты дополнительный промежуточный выход.

3.**С дополнительным импульсом по производной** от промежуточной выходной координаты.

Методические указания

Пример 1

Узел аппаратуры состоит из двух паралельно включенных блоков, имеющих интенсивность отказов $\lambda_1 = 0{,}20 \cdot 10^{-5} \left(ч^{-1}\right)$ и $\lambda_2 = 0{,}35 \cdot 10^{-5} \left(ч^{-1}\right)$.

При отказе одного из блоков узел еще продолжает функционировать, но коэффициент электрической нагрузки второго увеличивается, вследствие чего интенсивность отказов возрастает до величины $\lambda_1^{(2)} = \lambda_2^{(1)} = 10^{-4}\left(ч^{-1}\right)$.

Требуется рассчитать вероятность безотказной работы звена на этих условиях за время $t(ч)$.

Решение:

Из общего числа состояний узла выбираем следующие три благоприятные гипотезы:

1) оба элемента исправны $\left(H_0\right)$,

2) отказал первый элемент $\left(H_1\right)$,

3) отказал второй элемент $\left(H_2\right)$.

Остальные состояния, когда отказали оба элемента в различной временной последовательности, соответствует неблагоприятным гипотезам (отказ узла).

Вероятность первого состояния:

$$P(H_0) = e^{-(\lambda_1+\lambda_2)\cdot t} = e^{-\left(0,20\cdot10^{-5}+0,35\cdot10^{-5}\right)\cdot 66000} = 0,69$$

Вероятность второго состояния:

$$P(H_1) = \frac{\lambda_1\cdot\left(e^{-\lambda_2^{(1)}\cdot t} - e^{-(\lambda_1+\lambda_2)\cdot t}\right)}{\left(\lambda_1+\lambda_2-\lambda_2^{(1)}\right)}.$$

$$P(H_1) = \frac{0,20\cdot10^{-5}\cdot\left(e^{-10^{-4}\cdot 66000} - e^{-\left(0,20\cdot10^{-5}+0,35\cdot10^{-5}\right)\cdot 66000}\right)}{0,20\cdot10^{-5}+0,35\cdot10^{-5}-1\cdot10^{-4}} = 0,014$$

Вероятность третьего состояния:

$$P(H_2) = \frac{\lambda_1\cdot\left(e^{-\lambda_1^{(2)}\cdot t} - e^{-(\lambda_1+\lambda_2)\cdot t}\right)}{\left(\lambda_1+\lambda_2-\lambda_1^{(2)}\right)}.$$

$$P(H_2) = \frac{0,35\cdot10^{-5}\cdot\left(e^{-10^{-4}\cdot 66000} - e^{-\left(0,20\cdot10^{-5}+0,35\cdot10^{-5}\right)\cdot 66000}\right)}{0,20\cdot10^{-5}+0,35\cdot10^{-5}-1\cdot10^{-4}} = 0,025$$

Вероятность безотказной работы узла:

$$P(t) = \sum_{i=1}^{m} P(H_i) = P(H_0) + P(H_1) + P(H_2) = 0,69 + 0,014 + 0,025 = 0,729$$

Если рассчитать надежность узла по формуле для резервного соединения (без учета последствия отказа), то вероятность безотказной работы

$$P_{рез}(t) = 1 - \left(1 - e^{-(\lambda_1+\lambda_2)\cdot t}\right)^2 = 1 - \left(1 - e^{-\left(0,20\cdot10^{-5}+0,35\cdot10^{-5}\right)\cdot 66000}\right)^2 = 0,91$$

$$P(t) < P_{рез}(t)$$

Ответ**:** вероятность безотказной работы узла составляет $P(t) = 0{,}729$

Содержание работы:

1. Тема работы.
2. Задание.
3. Формулы и расчеты.
4. Заключение.

Контрольные вопросы:

1. Методы диагностирования систем автоматизации, управления и программно-технических средств?
2. Структурная схема объекта диагностирования?
3. Методика оптимизации?
4. Способ построения и оптимизации программ поиска дефекта?
5. Метод половинного разбиения?
6. Метод функциональных проб?

Практическая работа №4. «Расчет надежности схем сигнализации и защиты оборудования»

Учебная цель: формировать сложные системы схем защиты оборудования

Задачи практической работы:

1. определять оптимальные методы резервирования безотказной работы систем.

Основные теоретические положения

Защита и сигнализация

В процессе работы сортирирующего гидроразбивателя в котором происходит сортировка макулатурной массы. Так как по технологическим требованиям процесс сортировки производится, при определенном значении давления, у данного аппарата должна контролироваться и срабатывать система сигнализации в случае отклонения от заданных норм давления в трубопроводах легкой и очищенной массы, также и на входе в гидроразбеватель. Сигнализации подлежит давления от заданного значения и регуляция давления в системе. В этом случае сигнализация должна управлять клапанами для избегания избыточного давления.

В данном курсовом проекте мы подобрали сигнализацию на датчиках давления Метран 100-ДИ, они при отклонении давления от заданного значения подают сигнал тревоги на контроллер. Контроллер в таких аварийных ситуациях должен подать сигналы на клапана. После открытия клапанов происходит слив массы, тем самым понижая давление в трубопроводах, а также в самой емкости гидроразбивателя.

Расчет надежности системы

Вероятность безотказной работы -- это вероятность того, что в пределах заданной наработки или заданном интервале времени отказ объекта не возникает.

Вследствие того, что время безотказной работы есть величина случайная, для ее описания в теории надежности используют ряд законов. Наибольшее распространение из них получили:

* распределение Вейбулла;

* экспоненциальное распределение;

* распределение Рэлея.

Для счета свой системы был избран метод распределение Вейбулла который имеет следующее выражение для вероятности безотказной работы:

$$P(t) = e^{-a_0 t^b}, \qquad t \geq 0, \quad a_0 > 0, \quad b > 0$$

(1.1)

где a_0 - параметр масштаба;

b - параметр формы.

Отсюда:

$$f(t) = -\frac{dP(t)}{dt} = a_0 b t^{b-1} e^{-a_0 t^b}$$

(1.2)

Среднее время безотказной работы при этом равняется:

$$T_{сер} = \int_0^\infty P(t)\,dt = \int_0^\infty e^{-a_0 t^b}\,dt = a_0^{-1/b}\Gamma(1+1/b)$$

, (1.3)

где Г(1+1/b) - табулирована полная гамма функция.

Интенсивность отказов при распределении Вейбулла равняется:

$$\lambda(t) = f(t)/P(t) = a_0 b t^{b-1}$$

. (1.4)

Закона Вейбулла достаточно хорошо подчиняется распределение отказов в объектах, содержащих большое количество однотипных элементов, не подлежат ремонту.

Экспоненциальный распределение можно рассматривать как частный случай распределения Вейбулла при b = 1. Тогда

$$P(t) = e^{-at}$$

; ; ;

$$T_{сер} = \int_0^\infty P(t)\,dt = \int_0^\infty e^{-at}\,dt = 1/a = 1/\lambda = T_0$$

. (1.5)

Отсюда:

$$P(t) = e^{-t/T_0}$$

(1.6)

Согласно документации выбранных средств автоматизации, срок службы датчика давления типа Метран-100ДИ - 105120 часов. Срок службы датчика разности давлений типа Метран-100ДД - 105120 часов, контроллера Simatic S7-300 - 43800 часов, клапана отсечной шаровой - 35000 часов.

Так как обработка макулатуры ведется не постоянно, а с переменным периодом работы, то мы можем принять t = 720 часов. Вся система представляет собой целую конструкцию. При выходе из строя хоть одного элемента, система будет работать не корректно следственной оно будет не пригодна для дальнейшей работы.

Схема для расчета надёжности системы представлена на рис. 2.

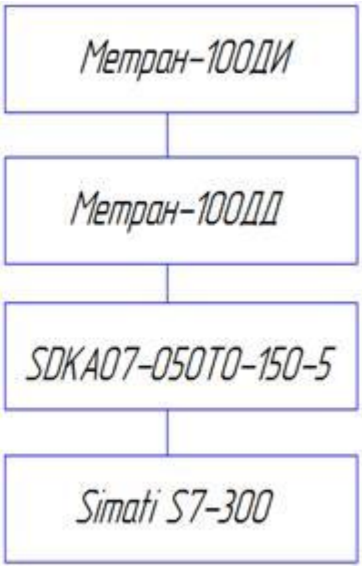


Рис. 2. **Блок-схема для расчета надёжности системы**

Расчет надёжности системы приведен в приложении, из которого следует, что безотказность работы системы на протяжении 720 часов выработки составляет 96,3%. Для повышения этого показания, следует заменить клапан на клапан надежней либо чаще делать профилактически работы по предупреждению поломок.

Методические указания

Пример

Имеется нерезервированная система, состоящая из пяти блоков. Вероятности отказа блоков будут $q_1 = 0{,}58, q_2 = 0{,}31, q_3 = 0{,}28, q_4 = 0{,}51, q_5 = 0{,}44$, а их веса $G_1 = 2\,\text{кг}, G_2 = 3\,\text{кг}, G_3 = 2\,\text{кг}, G_4 = 1\,\text{кг}, G_5 = 5\,\text{кг}$. Требуется резервировать систему так, чтобы вес ее не превышал $G_{\text{доп}} = 60\,\text{кг}$, а вероятность безотказной работы была бы максимальной.

Решение:

1) По формуле $a_j = \dfrac{G_j}{\ln\left(1/g_j\right)}$ для каждого блока вычисляют коэффициенты

$$a_1 = \frac{G_1}{\ln\left(1/q_1\right)} = \frac{2}{\ln\left(1/0.58\right)} = 3{,}70$$

$$a_2 = \frac{G_2}{\ln\left(1/q_2\right)} = \frac{3}{\ln\left(1/0{,}31\right)} = 2{,}56$$

$$a_3 = \frac{G_3}{\ln\left(1/q_3\right)} = \frac{2}{\ln\left(1/0{,}28\right)} = 1{,}57$$

$$a_4 = \frac{G_4}{\ln(1/q_4)} = \frac{1}{\ln(1/0{,}51)} = 1{,}49$$

$$a_5 = \frac{G_5}{\ln(1/q_5)} = \frac{5}{\ln(1/0{,}44)} = 2{,}20$$

2) находят y_0 - корень уравнения $\sum_{j=1}^{\omega} a_j \cdot \ln(a_j + y) = G_{доп} + \sum_{j=1} a_j \cdot \ln a_j$;

$$\sum_{j=1}^{\omega} a_j = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 3{,}70 + 2{,}56 + 1{,}57 + 1{,}49 + 2{,}20 = 11{,}52$$

$$B = G_{доп} + \sum_{j=1}^{\omega} a_j \cdot \ln a_j = 60 + 11{,}52 \cdot \ln\ 11{,}52 = 87{,}65$$

$$y_0^{(1)} = \exp\left[B \Big/ \sum_{j=1}^{\omega} a_j \right] = \exp\left[\frac{87{,}65}{11{,}52} \right] = 2015{,}27$$

Данное приближение можно уточнить, используя, например, метод Ньютона:

$$y_0^{(2)} = y_0^{(1)} - \frac{\sum_{j=1}^{\omega} a_j \cdot \ln\left(y_0^{(1)} + a_j\right) - B}{\sum_{j=1}^{\omega} \left[a_j \Big/ \left(a_j + y_0^{(1)}\right) \right]} = 2015{,}27 - \frac{11{,}52 \cdot \ln(2015{,}27 + 11{,}52) - 87{,}65}{11{,}52/(11{,}52 + 2015{,}27)} = 2003$$

Среднее арифметическое значений $y_0^{(1)}$ и $y_0^{(2)}$ дает корень $y_0^{(3)}$.

$$y_0^{(3)} = \frac{y_0^{(1)} + y_0^{(2)}}{2} = \frac{2015{,}27 + 2003}{2} = 2009{,}14$$

в) определяют $s_j^0 = \left(\ln \frac{1}{g_j} \right)^{-1} \cdot \ln \frac{y_0 + a_j}{a_j}$, которые могут иметь любые значения, но представляют интерес лишь те s_j^*, которые дают максимум функции $P_p(s)$ и удовлетворяют условию $\sum_{j=1}^{\omega} G_j \cdot s_j^0 \le G_p$

$$s_1^0 = \left(\ln \frac{1}{q_1} \right)^{-1} \cdot \ln \frac{y_0 + a_1}{a_1} = \left(\ln \frac{1}{0{,}58} \right)^{-1} \cdot \ln \frac{2009{,}14 + 3{,}70}{3{,}70} = 11{,}6$$

$$s_3^0 = \left(\ln \frac{1}{q_3} \right)^{-1} \cdot \ln \frac{y_0 + a_3}{a_3} = \left(\ln \frac{1}{0{,}28} \right)^{-1} \cdot \ln \frac{2009{,}14 + 1{,}57}{1{,}57} = 5{,}5$$

$$s_4^0 = \left(\ln\frac{1}{q_4}\right)^{-1}\cdot\ln\frac{y_0+a_4}{a_4} = \left(\ln\frac{1}{0{,}51}\right)^{-1}\cdot\ln\frac{2009{,}14+1{,}49}{1{,}49} = 10{,}6$$

$$s_5^0 = \left(\ln\frac{1}{q_5}\right)^{-1}\cdot\ln\frac{y_0+a_5}{a_5} = \left(\ln\frac{1}{0{,}44}\right)^{-1}\cdot\ln\frac{2009{,}14+2{,}20}{2{,}20} = 8{,}3$$

г) среди целых чисел, отличающихся от s_j^0 не более чем на единицу, находят такие , которые по сравнению с другими возможными системами целых чисел отвечали бы следующим условиям:

$$\left.\begin{aligned}&\sum_{j=1}^{\omega} G_j\cdot\left(s_j^0 - s_j^*\right)\geq 0\\&\sum_{j=1}^{\omega} G_j\cdot\left(s_j^0 - s_j^*\right)= \min\end{aligned}\right\}$$

	s_1^0=11,6	s_2^0=5,6	s_3^0=5,5	s_4^0=10,6	s_5^0=8,3
1	s_1^*=11	s_2^*=5	s_3^*=6	s_4^*=11	s_5^*=9
2	s_1^*=11	s_2^*=6	s_3^*=6	s_4^*=10	s_5^*=8
3	s_1^*=12	s_2^*=6	s_3^*=6	s_4^*=11	s_5^*=9
4	s_1^*=11	s_2^*=5	s_3^*=5	s_4^*=10	s_5^*=8
5	s_1^*=12	s_2^*=5	s_3^*=5	s_4^*=11	s_5^*=8

1.

$$\sum_{j=1}^{\omega} G_j\left(s_j^0 - s_j^*\right) = 2\cdot(11{,}6-11)+3\cdot(5{,}6-5)+2\cdot(5{,}5-6)+1\cdot(10{,}6-11)+5\cdot(8{,}3-9) = -1{,}9$$

2.

$$\sum_{j=1}^{\omega} G_j\left(s_j^0 - s_j^*\right) = 2\cdot(11{,}6-11)+3\cdot(5{,}6-6)+2\cdot(5{,}5-6)+1\cdot(10{,}6-10)+5\cdot(8{,}3-8) = 1{,}1$$

3.

$$\sum_{j=1}^{\omega} G_j\left(s_j^0 - s_j^*\right) = 2\cdot(11{,}6-12)+3\cdot(5{,}6-6)+2\cdot(5{,}5-6)+1\cdot(10{,}6-11)+5\cdot(8{,}3-9) = -6{,}9$$

4.

$$\sum_{j=1}^{\omega} G_j\left(s_j^0 - s_j^*\right) = 2\cdot(11{,}6-11)+3\cdot(5{,}6-5)+2\cdot(5{,}5-5)+1\cdot(10{,}6-10)+5\cdot(8{,}3-8) = 6{,}1$$

5.

$$\sum_{j=1}^{\omega} G_j\left(s_j^0 - s_j^*\right) = 2\cdot(11{,}6-12) + 3\cdot(5{,}6-5) + 2\cdot(5{,}5-5) + 1\cdot(10{,}6-11) + 5\cdot(8{,}3-8) = 3{,}1$$

Нашему условию удовлетворяет вариант 2.

д) определяют вероятность безотказной работы резервированной системы

$$P_p = \prod_{j=1}^{\omega}\left(1-q_j^{s_j}\right) = \left(1-0{,}58^{11}\right)\cdot\left(1-0{,}31^{6}\right)\cdot\left(1-0{,}28^{6}\right)\cdot\left(1-0{,}51^{10}\right)\cdot\left(1-0{,}44^{8}\right) = 0{,}95$$

Ответ: максимальная вероятность безотказной работы резервированной системы составила $P_p = 0{,}95$.

Содержание работы:

1. Тема работы.
2. Задание.
3. Формулы и расчеты.
4. Заключение.

Контрольные вопросы:

1. Принципы детерминированности в организации поиска дефекта?
2. Показатель информационных свойств объекта?
3. Целевая функция?

Практическая работа №5. «Синтез резервированных систем с заданным уровнем надежности»

Учебная цель: рассмотреть виды резервированных систем с учетом вариации использования гибридных систем резервирования;

Задачи практической работы:

1. определить уровень надежности;

Основные теоретические положения

Задачи, которые встречаются при оценке надежности по результатам испытаний могут быть разбиты на следующие группы:

- определение вида и параметров законов распределения времени исправной работы (времени до отказа);
- определение количественных характеристик надежности;
- контроль надежности на соответствие техническим условиям;
- определение числа испытуемых изделий и времени испытания для получения характеристик надежности

Уравнение для расчета надежности восстанавливаемого объекта с использованием графа переходов

Наиболее подходящий способ представления переходов объекта в различные состояния – граф переходов. В качестве примера на рис. 1 представлена система, состоящая из подсистем I и II, а на рис. 2 показан граф переходов этого объекта. Система, состоящая из двух подсистем, может находится в следующих состояниях:

1) все подсистемы работоспособны;
2) подсистема I отказала и поставлена на ремонт (вероятность ее отказа равна P_{12}, вероятность восстановления равна P_{21});
3) подсистема II отказала и поставлена на ремонт (вероятность ее отказа равна P_{13}, вероятность восстановления равна P_{31});
4) отказ подсистем I и II, т. е. отказ системы.

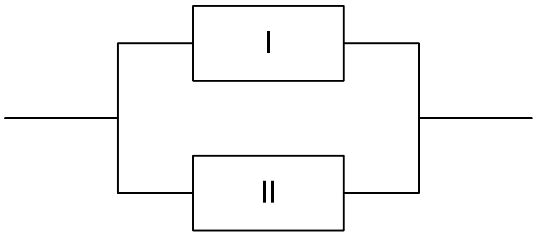


Рис. 1. Структурная схема системы

Вероятность того, что система остается в i-том состоянии, обозначается P_{ij}.

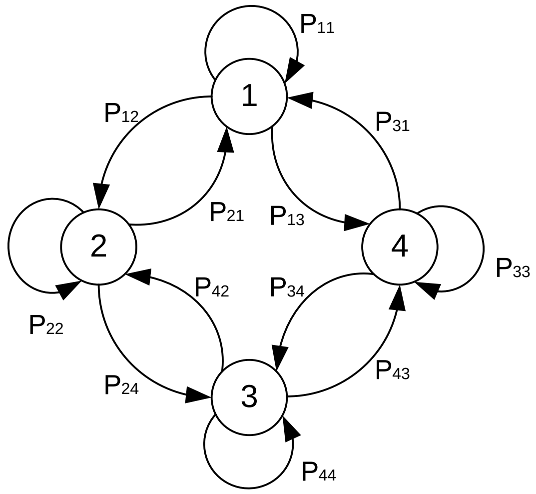


Рис. 2. Граф переходов объекта

Граф переходов может быть представлен двумя способами: матрицей переходов и системой уравнений.

Матрица перехода для графа, изображенного на рис. 2 имеет вид:

$$P_{ij} = \begin{vmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} \end{vmatrix} \quad (3.1)$$

По строкам матрицы расположены вероятности перехода i-го состояния в j-е состояние (либо сохранение i-го состояния).

Система уравнений, определяющая вероятности состояний, такова:

$$\left.\begin{aligned} P_1(t+\Delta t) &= P_1(t)\{1-[P_{12}(\Delta t)+P_{13}(\Delta t)]\}+P_2(t)P_{21}(\Delta t)+P_3(t)P_{31}(\Delta t) \\ P_2(t+\Delta t) &= P_2(t)\{1-[P_{21}(\Delta t)+P_{24}(\Delta t)]\}+P_4(t)P_{42}(\Delta t)+P_1(t)P_{12}(\Delta t) \\ P_3(t+\Delta t) &= P_3(t)\{1-[P_{31}(\Delta t)+P_{34}(\Delta t)]\}+P_4(t)P_{43}(\Delta t)+P_1(t)P_{13}(\Delta t) \\ P_4(t+\Delta t) &= P_4(t)\{1-[P_{42}(\Delta t)+P_{43}(\Delta t)]\}+P_3(t)P_{34}(\Delta t)+P_2(t)P_{24}(\Delta t) \end{aligned}\right\} (3.2)$$

Для примера покажем, как читается первое уравнение: вероятность того, что система за время $t+\Delta t$ не выйдет из первого состояния, равна произведению вероятности того, что система находилась в момент времени t в первом состоянии и не перейдет из него за время Δt во второе и третье состояния, плюс вероятности того, что система находилась во втором и третьем состоянии и перейдет из них в первое состояние.

3.2 Решение уравнений, описывающих вероятности состояний системы

Случай 1. Вероятности отказов и восстановлений заданы в виде функций интенсивностей. Тогда с достаточной для практических целей точностью можно принять

$$\left.\begin{aligned} &P_{ij}(\Delta t)=\lambda_{ij}\Delta t\\ &1-P_{ij}(\Delta t)=\exp\left\{-\lambda_{ij}\Delta t\right\}=1-\lambda_{ij}\Delta t\\ &1-\left[P_{ij}(\Delta t)+P_{ik}(\Delta t)\right]=1-(\lambda_{ij}+\lambda_{ik})\Delta t \end{aligned}\right\} \quad (3.3)$$

Подставив (3.3) в (3.2), получим

$$\left.\begin{aligned} &P_1(t+\Delta t)=P_1(t)-P_1(t)(\lambda_{12}+\lambda_{13})\Delta t+P_2(t)\lambda_{21}\Delta t+P_3(t)\lambda_{31}(\Delta t)\\ &P_2(t+\Delta t)=P_2(t)-P_2(t)(\lambda_{21}+\lambda_{24})\Delta t+P_4(t)\lambda_{42}\Delta t+P_1(t)\lambda_{12}(\Delta t)\\ &P_3(t+\Delta t)=P_3(t)-P_3(t)(\lambda_{31}+\lambda_{34})\Delta t+P_4(t)\lambda_{43}\Delta t+P_1(t)\lambda_{13}(\Delta t)\\ &P_4(t+\Delta t)=P_4(t)-P_4(t)(\lambda_{42}+\lambda_{43})\Delta t+P_3(t)\lambda_{34}\Delta t+P_2(t)\lambda_{24}(\Delta t) \end{aligned}\right\} \quad (3.4)$$

Так как

$$\lim \frac{P_i(t+\Delta t)-P_i(t)}{\Delta t}=P_i'(t)$$

То (3.4) имеет вид

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dP_1(t)}{dt}=-P_1(t)(\lambda_{12}+\lambda_{13})+P_2(t)\lambda_{21}+P_3(t)\lambda_{31}\\ &\frac{dP_2(t)}{dt}=-P_2(t)(\lambda_{21}+\lambda_{24})+P_4(t)\lambda_{42}+P_1(t)\lambda_{12}\\ &\frac{dP_3(t)}{dt}=-P_3(t)(\lambda_{31}+\lambda_{34})+P_4(t)\lambda_{43}+P_1(t)\lambda_{13}\\ &\frac{dP_4(t)}{dt}=-P_4(t)(\lambda_{42}+\lambda_{43})+P_3(t)\lambda_{34}+P_2(t)\lambda_{24} \end{aligned}\right\} \quad (3.5)$$

Существует правило, позволяющее записывать уравнение вида (3.5) непосредственно по графу состояния: в левой части уравнения записать dP_k/dt (где $P_k(t)$ - вероятность *k*-го состояния) и в правой части столько членов, сколько стрелок связано с данным состоянием. Если стрелка направлена в данное состояние, то ставится плюс, если из данного состояния,

- минус. Каждый член равен плотности вероятности потока событий λ, переводящего систему по данной стрелке, умноженной на вероятность того решения, из которого исходит стрелка.

Решение системы уравнений (3.5) можно провести с использованием преобразования Лапласа. Это позволяет преобразовать систему дифференциальных уравнений в систему алгебраических.

В качестве примера расчета надежности восстанавливаемого объекта с использованием графа перехода рассмотрим систему, изображенную на рис. 3.

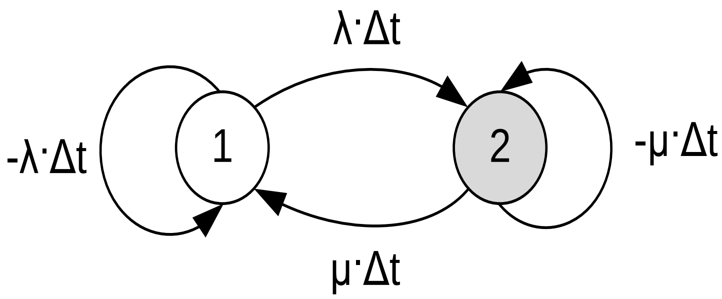


Рис. 3. Граф переходов объектов

Запишем систему дифференциальных уравнений, описывающих поведение системы во времени

$$\left.\begin{aligned} \frac{dP_1(t)}{dt} &= -\lambda P_1(t) + \mu P_2(t) \\ \frac{dP_2(t)}{dt} &= -\lambda P_1(t) - \mu P_2(t) \end{aligned}\right\} (3.6)$$

Произведем переход к изображению по Лапласу и определим $P_1(z)$

$$zP_1(z) + \lambda P_1(z) - \mu P_2(z) = 1$$
$$zP_2(z) - \lambda P_1(z) + \mu P_2(z) = 0$$
$$P_1(z) = (z+\mu)/[z(z+\lambda+\mu)]$$

Для того чтобы привести выражение $P_1(t)$ к табличному, умножим и разделим правую часть на постоянную величину $(\lambda+\mu)$. В результате получим

$$P_1(z) = \frac{(z+\mu)(\lambda+\mu)}{z(z+\lambda+\mu)(\lambda+\mu)} = \frac{1}{z}\frac{\mu}{\lambda+\mu} + \frac{\lambda}{\lambda+\mu}\frac{1}{z+\lambda+\mu}$$

$$P_1(t) = \frac{\mu}{\lambda+\mu} + \frac{\lambda}{\lambda+\mu} e^{-(\lambda+\mu)t} \quad (3.7)$$

Правая часть формулы (3.7) состоит из постоянной и убывающей с течением времени частей. Постоянную часть называют стационарным коэффициентом готовности.

Расчет надежности, связанный с решением дифференциальных уравнений, весьма трудоемок, особенно, если его вести вручную. Поэтому существуют приемы, упрощающие расчет.

Исследования характеристик надежности, формируемых под воздействием потока отказов и восстановления, позволяют сделать вывод о том, что при существующих соотношениях λ и μ сравнительно быстро наступает период установившегося режима, когда вероятности состояний объекта становятся постоянными, т.е. $dP_i(t)/dt = 0$.

Тогда система дифференциальных уравнений (3.5) становится системой алгебраических уравнений. Например, система уравнений (3.6) трансформируется в следующую систему алгебраических уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &0 = -\lambda P_1(t) + \mu P_2(t) \\ &0 = \lambda P_1(t) - \mu P_2(t) \\ &P_1(t) + P_2(t) = 1 \end{aligned}\right\} (3.8)$$

Решив систему (3.8), получаем установившийся коэффициент готовности

$$P_1 = K_r = \frac{\mu}{\lambda+\mu}$$

Граф переходов с учетом восстановления в общем случае представлен на рис. 4.

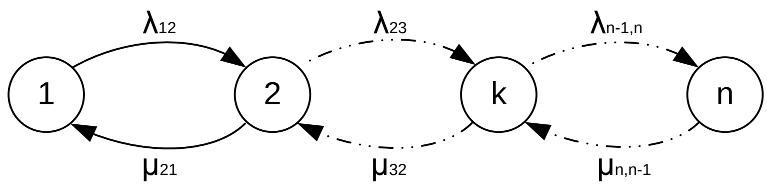


Рис. 4. Граф переходов системы с восстановлением

Для облегчения расчетов можно пользоваться следующим правилом. Если состояния заданы графом, имеющим вид рис. 4, тогда расчет надежности производится в следующей последовательности:

1. Записать уравнения состояний для каждого состояния по правилу: в левой части написать нуль, а правой части — столько членов, сколько стрелок связано с данным состоянием (каждой стрелке должно соответствовать слагаемое, представляющее собой произведение интенсивности перехода на вероятность того состояния, из которого происходит переход; выходящей стрелке соответствует минус, входящей — плюс).

2. Вероятности каждого из состояний определяют выражениями

$$\left.\begin{aligned} &P_2 = \frac{\lambda_{12}}{\mu_{21}} P_1; \\ &P_3 = \frac{\lambda_{23}\lambda_{12}}{\mu_{32}\mu_{21}} P_1; \\ &\dots\ \dots\ \dots\ \dots \\ &P_k = \frac{\lambda_{(k-1)k}\lambda_{(k-2)(k-1)}\cdots\lambda_{12}}{\mu_{k(k-1)}\mu_{(k-1)(k-2)}\cdots\mu_{21}} P_1 \end{aligned}\right\} \quad (3.9)$$

Запись для вероятности *k-го* состояния в (3.9) следует читать так: вероятность k-го состояния равна произведению коэффициента на вероятность первого состояния P_1. Коэффициент равен дроби, числитель которой — произведение интенсивностей отказов, стоящих над стрелками, идущими вправо до k-го состояния, а знаменатель — произведение интенсивностей восстановлений, стоящих над стрелками, идущими влево от k-го состояния до первого.

Случай 2. Характеристики отказов и восстановлений заданы вероятностями отказа $Q(t)$ и восстановления $P_B(\tau)$. В этом случае выражение для вероятности работоспособного состояния записывается следующим образом:

$$P(t+\tau) = [1-Q(t)] + Q(t)P_B(\tau) = P(t) + [1-P(t)]P_B(\tau)$$

т.е. вероятность безотказного состояния за время $(t+\tau)$ с учетом восстановления равна вероятности отсутствия отказов за время t плюс вероятность восстановления за время t при условии, что за время t произошел отказ.

Средняя наработка до отказа восстанавливаемой системы.

Средняя наработка до отказа

$$T_{ср} = \int_0^{\infty} P(t)dt$$

преобразование Лапласа для *P(t)*

$$P(z) = \int_0^{\infty} P(t)e^{-zt}dt$$

Отсюда $T_{ср} = P(z)$ при $z = 0$.

Преобразование Лапласа для *dP(t)/dt*

$$zP(z) - P(t = 0)$$

Если преобразовать (3.5) при z=0 и учесть, что вероятность начального состоянии при $t = 0$ равна единице, а вероятности всех других состояний при $t = 0$ равны нулю, получим следующие уравнения для времени пребывания системы в каждом из работоспособных состояний для графа состояний (см. рис. 2):

$$\begin{aligned}
-1 &= -(\lambda_{12} + \lambda_{13})T_{ср1} + \lambda_{21}T_{ср2} + \lambda_{31}T_{ср3} \\
0 &= -(\lambda_{21} + \lambda_{24})T_{ср2} + \lambda_{12}T_{ср1} \\
0 &= -(\lambda_{31} + \lambda_{34})T_{ср3} + \lambda_{13}T_{ср1}
\end{aligned}$$

Правило написаний уравнений для определения средней наработки до отказа восстанавливаемой системы следующее: после того как получены уравнения для нахождения системы в каждых из возможных работоспособных состояний, в левой части первого уравнения (для исходного состояния) ставится минус единица, во всех уравнениях вместо вероятностей – время пребывания системы в этих состояниях $T_{срi}$ Решением полученной новой системы уравнений определяется $T_{срi}$. Сумма $T_{срi}$ равна значению средней наработки до отказа системы.

Методические указания

Пример 1. В результате опыта получен следующий вариационный ряд времен исправной работы изделия в часах:

2	3	3	5	6
7	8	8	9	9

13	15	16	17	18
20	21	25	28	35
37	53	56	69	77
86	98	119		

Требуется установить закон распределения времени безотказной работы.

Решение:

1. Используя данные и вычислив $\sum_{(i)} n_i = 28$, заполняем табл. 5.4 по форме табл. 5.1

2. Проверяем согласие эксперментального распределения с экспоненциальным распределением. Наносим экспериментальные данные на координатную сетку (рис. П.6.1). Получаем расположение точек, показанное на рис. 5.5.

3. Проводим через отметку прямую линию таким образом, чтобы отклонения точек от прямой были минимальными. Убеждаемся в возможности линейной интерполяции. Находим и снимаем наибольшее отклонение. В нашем случае D = 0,09.

4. Рассчитываем критерий согласия Колмогорова:

$$D\sqrt{k} = 0.09\,\sqrt{28} = 0.48$$
$$0.48 < 1.00$$

Таблица экспериментальных данных к примеру 5.1

t_i	n_i	Hi	$\frac{Hi}{\sum n_i}$	$1-\frac{Hi}{\sum n_i}$
2	1	1	0.04	0.96
3	2	3	0.11	0.89
5	1	4	0.14	0.86
6	1	5	0.18	0.82
7	1	6	0.21	0.79
8	2	8	0.29	0.71
9	2	10	0.36	0.64
13	1	11	0.39	0.61
15	1	12	0.43	0.57
16	1	13	0.47	0.53
17	1	14	0.50	0.50
18	1	15	0.54	0.46
20	1	16	0.57	0.43
21	1	17	0.61	0.39

Исходные данные к примеру 5.2

t_i	n_i	Hi	$\frac{Hi}{\sum n_i}$	$1-\frac{Hi}{\sum n_i}$
115	1	1	0.04	0.96
232	1	2	0.08	0.92
328	1	3	0.12	0.88
368	1	4	0.16	0.84
393	1	5	0.21	0.79
404	1	6	0.25	0.75
421	1	7	0.29	0.71
457	1	8	0.34	0.66
483	1	9	0.39	0.61
511	1	10	0.44	0.56
527	1	11	0.50	0.50
540	1	12	0.54	0.46
544	1	13	0.58	0.42
572	1	14	0.62	0.38

25	1	18	0.64	0.36
28	1	19	0.68	0.32
35	1	20	0.72	0.28
37	1	21	0.75	0.25
53	1	22	0.79	0.21
56	1	23	0.82	0.18
69	1	24	0.86	0.14
77	1	25	0.89	0.11
86	1	26	0.93	0.07
98	1	27	0.96	0.04
119	1	28	1.00	0.00

598	1	15	0.66	0.34
605	1	16	0.70	0.30
619	1	17	0.74	0.26
633	1	18	0.78	0.22
660	1	19	0.83	0.17
681	1	20	0.87	0.13
736	1	21	0.91	0.09
791	1	22	0.95	0.05
942	1	23	1.00	0.00

Содержание работы:

1. Тема работы.
2. Задание.
3. Формулы и расчеты.
4. Заключение.

Контрольные вопросы:

1. Влияние периодичности диагностических циклов на показатели надежности восстанавливаемых систем?
2. Коэффициент готовности системы?
3. Алгоритмы диагностирования?

Список использованных источников и литературы

Основные источники:

1. Учебно-методическое пособие по курсу Диагностика и надежность автоматизированных систем. Издание: Московский технический университет связи и информатики, 2015 г.
2. Статистическое моделирование надежности работы системы на ЭВМ. Издание: Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2010 г.
3. Порядок создания, модернизации и сопровождения АСУТП. Издательство: Инфра-Инженерия, 2013 г.

Дополнительные источники:

1. Практикум по основам теории надежности. Издательство: Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте, 2013 г.
2. Справочник инженера по АСУТП. Проектирование и разработка. Издательство: Инфра-Инженерия, 2016 г.

Интернет-ресурсы:

1. www.owen.ru
2. www.cta.ru
3. www.prosoft.ru
4. www.siemens.ru
5. www.asutp.ru