

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Блинова Светлана Павловна
Должность: Директор колледжа
Дата подписания: 22.09.2025 10:08:42
Уникальный программный ключ:
0314c6dbf971f61282da74d9ff82f8c839276729

Министерство науки и образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Заполярье государственный университет им. Н.М. Федоровского»
Политехнический колледж

Комплект контрольно-оценочных средств
для оценки результатов освоения
учебной дисциплины

«Математика»

1 КУРС

для специальности:
40.02.04 Юриспруденция

Комплект оценочных средств учебной дисциплины «Математика» разработан на основе актуализированного Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 40.02.04 Юриспруденция в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Математика»

Организация-разработчик: Политехнический колледж ФГБОУ ВО «Заполярный государственный университет им. Н.М. Федоровского»

Разработчик:

Заковряшина Ирина Сергеевна, преподаватель

Рассмотрен на заседании цикловой комиссии социально-экономических и правовых дисциплин

Председатель комиссии _____ Н.М. Давтаева

Утвержден методическим советом политехнического колледжа ФГБОУ ВО «Заполярный государственный университет им. Н.М. Федоровского»

Протокол заседания методического совета № 4 от « 18 » 02 2026 г.

Зам. директора по УМР

_____ Е.В. Горпинченко

СОДЕРЖАНИЕ

	стр.
1 ПАСПОРТ КОМПЛЕКТА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ	4
2 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ, ПОДЛЕЖАЩИЕ ПРОВЕРКЕ	5
3 ОЦЕНКА ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	8
4 КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ И УМЕНИЙ СТУДЕНТОВ	46
5 УСЛОВИЯ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	47

1 ПАСПОРТ КОМПЛЕКТА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Комплект оценочных средств (ФОС) предназначен для проверки результатов освоения учебной дисциплины «Математика» основной профессиональной образовательной программы по специальности 40.02.04 «Юриспруденция».

Комплект контрольно-оценочных средств включает контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме дифференцированного зачета.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен обладать предусмотренными ФГОС СПО по специальности следующими умениями, знаниями, которые формируют профессиональную компетенцию, и общими компетенциями:

Общие компетенции

- ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;
- ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;
- ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде;
- ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;
- ОК 06. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения.

Проверка знаний и умений, сформированных после освоения образовательных программ среднего общего образования, осуществляется при помощи заданий входного контроля в форме тестирования с учетом возможности выбора заданий разного уровня.

2 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ, ПОДЛЕЖАЩИЕ ПРОВЕРКЕ

В результате аттестации по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих умений и знаний, а также динамика формирования общих компетенций:

Умения и знания:	Темы практических занятий	Форма контроля и оценивания
– ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам; – ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности; – ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде; – ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста; – ОК 06. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения.	Практическое занятие 1 Подготовка презентаций по теме «Роль математики в современном мире»	Оценка выполнения практического занятия
– ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам; – ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности; – ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде;	Практическое занятие 2 Преобразование выражений	Оценка выполнения практического занятия
– ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности; – ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде; – ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;	Практическое занятие 3 Преобразование выражений	Оценка выполнения практического занятия
– ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности; – ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде; – ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;	Практическое занятие 4 Преобразование выражений	Оценка выполнения практического занятия

– ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности; – ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде;	Практическое занятие 5 Преобразование выражений	Оценка выполнения практического занятия
– ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности; – ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде; – ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;	Практическое занятие 6 Преобразование выражений	Оценка выполнения практического занятия
– ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам; – ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;	Практическое занятие 7 Преобразование выражений	Оценка выполнения практического занятия
– ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам; – ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности; – ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде; – ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;	Практическое занятие 8 Преобразование выражений	Оценка выполнения практического занятия
– ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам; – ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;	Практическое занятие 9 Преобразование выражений	Оценка выполнения практического занятия
– ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности; – ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде; – ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;	Практическое занятие 10 Преобразование выражений	Оценка выполнения практического занятия
– ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам; – ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности; – ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде;	Практическое занятие 11 Преобразование выражений	Оценка выполнения практического занятия

– ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности; – ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде; – ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;	Практическое занятие 12 Преобразование выражений	Оценка выполнения практического занятия
– ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам; – ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности; – ОК 06. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения.	Практическое занятие 13 Преобразование выражений	Оценка выполнения практического занятия
– ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам; – ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;	Практическое занятие 14 Преобразование выражений	Оценка выполнения практического занятия
– ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности; – ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде;	Практическое занятие 15 Преобразование выражений	Оценка выполнения практического занятия
– ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде; – ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;	Практическое занятие 16 Преобразование выражений	Оценка выполнения практического занятия
– ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности; – ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;	Практическое занятие 17 Преобразование выражений	Оценка выполнения практического занятия
– ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам; – ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;	Практическое занятие 18 Преобразование выражений	Оценка выполнения практического занятия
– ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности; – ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде;	Практическое занятие 19 Преобразование выражений	Оценка выполнения практического занятия

3. ОЦЕНКА ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ:

Предметом оценки служат умения и знания, предусмотренные ФГОС по дисциплине Аудит, направленные на формирование общих и профессиональных компетенций.

Текущий и рубежный контроль осуществляется в форме:

- устного опроса;
- письменных контрольных (проверочных) работ;
- контроля выполнения лабораторных работ или практических занятий;
- тестового контроля;
- контроля выполнения внеаудиторной самостоятельной работы (сочинение, реферат, доклад, презентация, интеллектуальные карты, творческие работы различного характера).

№	Наименование оценочного средства	Характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1	Устный опрос	Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по изучаемой теме	Вопросы по темам дисциплины
2	Доклады, сообщения	Продукт самостоятельной работы обучающегося, представляющий собой публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной темы	Темы докладов и сообщений
3	Тестовые задания	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося	Фонд тестовых заданий
4	Практическая работа (решение задач)	Это средство раскрытия связи между данными и искомым, заданные условием задачи, на основе чего надо выбрать, а затем выполнить действия, в том числе арифметические, и дать ответ на вопрос задачи	Фонд практических заданий
5	Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий

Тема: Введение. Математика в науке, технике, экономике

Задание: подготовить презентацию на любую из выбранных тем:

- 1 «Математик, которого я знаю»
- 2 Математика в моей профессии
- 3 Математическая статистика в реальной жизни
- 4 Математика в юриспруденции
- 5 Великие математики и их открытия
- 6 Возникновение чисел
- 7 Древние меры длины
- 8 Счёты
- 9 Старинные русские меры или старинная математика
- 10 Геометрия Лобачевского
- 11 Многомерные пространства
- 12 Замечательные кривые
- 13 Нейронные сети
- 14 Бинарная система счисления
- 15 Системы быстрого счёта

Тема: Степени и корни. Степенные функции.

Задание:

Вычислить:

1) $\sqrt{63} \cdot \sqrt{28}$; 2) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5}$; 3) $\sqrt{50} : \sqrt{8}$; 4) $\sqrt{12} : \sqrt{27}$.

Сравнить числовые значения выражений:

1) $\sqrt{3,9} + \sqrt{8}$ и $\sqrt{1,1} + \sqrt{17}$; 2) $\sqrt{11} - \sqrt{2,1}$ и $\sqrt{10} - \sqrt{3,1}$.

Вычислите: $\sqrt{65^2 - 33^2}$; 2) $\sqrt{(\sqrt{16} - 6\sqrt{7} + \sqrt{7}) \cdot 3}$;

Найдите значение выражения $(\sqrt{14} - \sqrt{7})(\sqrt{14} + \sqrt{7})$.

Вычислите: $\frac{\sqrt{0,2} \cdot \sqrt{7,5}}{\sqrt{0,06}}$

Найдите значение выражения $\frac{(2\sqrt{2} + \sqrt{14})^2}{11 + 4\sqrt{7}}$

Найдите значение выражения $\frac{10\sqrt{p}-12}{\sqrt{p}} + \frac{12\sqrt{p}}{p}$ при $p > 0$.

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{d}}{\sqrt[18]{d} \cdot \sqrt[9]{d}}$ при $d = 216$.

Найдите значение выражения $\frac{15 \cdot \sqrt[84]{f} \cdot \sqrt[60]{f}}{\sqrt[35]{f}}$ при $f = 9$

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{64 \sqrt[4]{c}}}{\sqrt[8]{c}}$ при $c = 2.2$.

Найдите значение выражения $\frac{10 \sqrt[3]{s}}{\sqrt{25 \sqrt[15]{s}}}$ при $s = 0.8$

Найдите значение выражения $(\frac{4 \sqrt[4]{3} \cdot 4 \sqrt[4]{4}}{\sqrt[36]{4}})^7$

Найдите значение выражения $0.75^{\frac{1}{7}} \cdot 6^{\frac{6}{7}} \cdot 2^{\frac{3}{7}}$

Найдите значение выражения $11^{35} \cdot 5^{32} : 55^{34}$

Найдите значение выражения $13^{\sqrt{2}+34} \cdot 13^{-33-\sqrt{2}}$

Найдите значение выражения $5b^3 \cdot b^3 : (3b^{-2})^{-3}$ при $b = 2.9$.

Найдите значение выражения $(29a^{-29})^2 : (50a^{-58})$ при $a = 9.4$.

Найдите значение выражения $(21n)^2 : n^{35} \cdot n^{33}$ при $n = 9.7$.

Найдите значение выражения $\frac{-22y^{63}f^{21} - (y^9f^3)^7}{-46y^{63}f^{21}}$ при $y = 46, f = 2$.

Найдите значение выражения $\frac{v^{27}}{v^{-27} \cdot v^{54}}$ при $v = \frac{1}{9}$.

Найдите значение выражения $\frac{5a^{\frac{8}{15}}}{a^{\frac{1}{12}} a^{\frac{9}{20}}}$ при $a = 86$

Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt[8]{2m^7})^{64}}{m^{64}}$ при $m = 2$

Найдите значение выражения $\frac{(9v)^{3.5}}{v^3 \sqrt{v}}$ при $v = 33$.

Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{42} s^{-2})^4 \cdot \sqrt{s}}{s^{-5.5}}$ при $s = 3$.

Найдите значение выражения $\frac{(a^4)^{-10}}{a^{-46}}$ при $a = 2$.

Найдите значение выражения $\frac{n^3 \cdot n^{-18}}{n^{-16}}$ при $n = 3$.

Найдите значение выражения $\frac{m^7}{(m \sqrt{2})^4 \sqrt{2}}$ при $m = 2$.

Упростите выражение:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \left(\frac{a}{b^2 - ab} + \frac{b}{a^2 - ab} \right) \cdot \frac{ab}{b - a}; & \text{б)} \left(\frac{x}{xy - y^2} - \frac{y}{x^2 - xy} \right) \div \frac{x^2 - y^2}{8xy}; \\ \text{в)} \frac{42}{4a^2 - 9} + \frac{8}{2a + 3} - \frac{7}{2a - 3}; & \text{г)} \frac{4}{a - b} + \frac{9}{a + b} - \frac{8}{a^2 - b^2}. \end{array}$$

Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{llll} \text{а)} \frac{12^5}{2^3 \cdot 3^4} \cdot \frac{10^5}{2^6 \cdot 5^7}; & \text{б)} \frac{2^8 \cdot 7^9}{14^{10}} \div \frac{26^5}{13^6 \cdot 8^4}; & \text{в)} \frac{14^{10} \cdot 7^9}{2^8 \cdot 7^9} \div \frac{13^6 \cdot 8^4}{26^5}; & \text{г)} \frac{12^5}{2^3 \cdot 3^4} \div \frac{10^5}{2^6 \cdot 5^7}. \end{array}$$

Упростите:

$$\begin{array}{llll} \text{а)} \sqrt[8]{\sqrt{11}}; & \text{б)} \sqrt[3]{27 \cdot 64}; & \text{в)} \frac{\sqrt[3]{250}}{\sqrt[3]{2}}; & \text{г)} \sqrt{75 \cdot 48}. \end{array}$$

Вычислите:

$$\begin{array}{llll} \text{а)} 9^{\frac{3}{2}} + 27^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{-3}{4}}; & \text{б)} \sqrt[3]{3\frac{3}{8}} + \sqrt[4]{18} \cdot \sqrt[4]{4\frac{1}{2}} - \sqrt{\sqrt{256}}; & \text{в)} 6^{\frac{1}{3}} \cdot 18^{\frac{1}{3}} \cdot 4^{\frac{1}{6}}; \\ \text{г)} 25^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{-1}{2}} - 81^{\frac{3}{4}}; & \text{д)} -\frac{1}{3} \sqrt[4]{81} + \sqrt[4]{625}; & \text{е)} 9^{\frac{3}{2}} + 27^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{-3}{4}}; & \text{ж)} 4 \cdot 81^{\frac{1}{4}} + 0,5^0. \end{array}$$

Допишите правую часть равенств:

$$\begin{array}{llll} \text{а)} a^p : a^g = \dots; & \text{б)} (a^{x1})^{x2} = \dots; & \text{в)} \sqrt{\frac{a}{b}} = \dots; & \text{г)} \sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = \dots. \end{array}$$

Допишите правую часть равенств:

$$\begin{array}{llll} \text{а)} (ab)^p = \dots; & \text{б)} a^{x1} \cdot a^{x2} = \dots; & \text{в)} \sqrt{a} \sqrt{b} = \dots; & \text{г)} \sqrt[n]{a^n} = \dots. \end{array}$$

Вычислите:

$$\begin{array}{llll} \text{а)} 2^{-1}; & \text{б)} 1^{-7}; & \text{в)} 27^{\frac{1}{3}}; & \text{г)} 27^{\frac{2}{3}}; \text{д)} \left(\left(\frac{125}{8} \right)^{\frac{2}{3}} \right)^{-\frac{1}{2}}; \\ & & & \text{е)} 9 \cdot 0,027^{-\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{125} \right)^{-\frac{1}{3}}; \\ & & & \text{ж)} \frac{25 \cdot \left(\frac{1}{5} \right)^{-2}}{625 \cdot 5^{-3}}; \\ & & \text{з)} 48^{\frac{2}{5}} \cdot \left(\frac{4}{9} \right)^{\frac{1}{5}}; & \text{и)} \frac{a^3 \cdot a^{-7}}{a^{-2}} \text{ при } a = 2; \\ & & & \text{к)} \frac{a^{-9}}{a^{-2} \cdot a^{-5}} \text{ при } a = \frac{1}{2}. \end{array}$$

Вычислите:

- 1). $2\sqrt{5} - 2\sqrt{45} + 2\sqrt{20}$; 2). $(\sqrt{10} - 1) \cdot (\sqrt{10} + 1)$; 3). $(\sqrt{3 + \sqrt{5}} - \sqrt{3 - \sqrt{5}})^2$; 4). $(\sqrt{6 - \sqrt{11}} + \sqrt{6 + \sqrt{11}})^2$;
- 5). $\sqrt{125} \cdot 5^{\frac{1}{2}} - \sqrt[3]{216}$; 6). $3^{\frac{4}{3}} \cdot \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{48}$; 7). $\sqrt{16 - \sqrt{31}} \cdot \sqrt{\sqrt{31} + 16}$; 8). $\sqrt[3]{81} \cdot \sqrt{49} \cdot \sqrt[3]{24}$;
- 9). $\sqrt{125} \cdot \sqrt[5]{32} - 5^{\frac{1}{2}}$; 10). $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$; 11). $\sqrt{10 - 2\sqrt{21}}$; 12). $\sqrt{8 - \sqrt{15}}$;
- 13). $\sqrt{29 - 12\sqrt{5}} - \sqrt{29 + 12\sqrt{5}}$; 14). $\sqrt[3]{\sqrt{52} - 5} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{52} + 5}$; 15). $\sqrt[4]{28 - 16\sqrt{3}}$; 16). $\sqrt[8]{97 - 56\sqrt{3}}$;
- 17). $\sqrt{6 - \sqrt{17 - 12\sqrt{2}}}$; 18). $\sqrt{3 + \sqrt{5 - \sqrt{13 + \sqrt{48}}}}$; 19). $\sqrt[3]{29\sqrt{2} - 45} - \sqrt[3]{29\sqrt{2} + 45}$;
- 20). $(\sqrt[6]{5 + 2\sqrt{6}} + \sqrt[3]{\sqrt{3} + \sqrt{2}}) \cdot \sqrt[3]{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$.

Тема: Показательная и логарифмическая функции

Вопросы для проверки готовности студентов к практическому занятию

1. Что называется степенью числа a ?
2. Перечислить основные свойства степеней.
3. Что называется корнем n -ной степени из числа a ?
4. Что называется арифметическим корнем n -ной степени из числа a ?
5. Перечислить основные свойства корней.
6. Что называется логарифмом числа b по основанию a ?
7. Какие условия должны выполняться для чисел a и b ?
8. Перечислить основные свойства логарифмов.
9. Что называется десятичным и натуральным логарифмом?

Задания для практического занятия:

Вычислить:

1. 1) $\log_2 16$; 2) $\log_2 64$; 3) $\log_2 2$; 4) $\log_2 1$.
2. 1) $\log_2 \frac{1}{2}$; 2) $\log_2 \frac{1}{8}$; 3) $\log_2 \sqrt{2}$; 4) $\log_2 \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$.
3. 1) $\log_3 27$; 2) $\log_3 81$; 3) $\log_3 3$; 4) $\log_3 1$.
4. 1) $\log_3 \frac{1}{9}$; 2) $\log_3 \frac{1}{3}$; 3) $\log_3 \sqrt[4]{3}$; 4) $\log_3 \frac{1}{\sqrt[4]{3}}$.
5. 1) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{32}$; 2) $\log_{\frac{1}{2}} 4$; 3) $\log_{0,5} 0,125$;
4) $\log_{0,5} \frac{1}{2}$; 5) $\log_{0,5} 1$; 6) $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{2}$.
6. 1) $\log_5 625$; 2) $\log_6 216$; 3) $\log_4 \frac{1}{16}$; 4) $\log_5 \frac{1}{125}$.
7. 1) $\log_{\frac{1}{5}} 125$; 2) $\log_{\frac{1}{3}} 27$; 3) $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{64}$; 4) $\log_{\frac{1}{6}} 36$.

8. Решить уравнение:

$$\begin{array}{lll} 1) \log_6 x = 3; & 2) \log_5 x = 4; & 3) \log_2 (5 - x) = 3; \\ 4) \log_3 (x + 2) = 3; & 5) \log_{\frac{1}{6}} (0,5 + x) = -1. & \end{array}$$

9. Вычислить:

$$\begin{array}{ll} 1) \log_{10} 5 + \log_{10} 2; & 2) \log_{10} 8 + \log_{10} 125; \\ 3) \log_{12} 2 + \log_{12} 72; & 4) \log_3 6 + \log_3 \frac{3}{2}. \end{array}$$

10. Вычислить:

$$\begin{array}{ll} 1) \log_{13} \sqrt[5]{169}; & 2) \log_{11} \sqrt[3]{121}; \\ 3) \log_{\frac{1}{3}} \sqrt[4]{243}; & 4) \log_2 \frac{1}{\sqrt[6]{128}}. \end{array}$$

11.

Вычислить:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{\log_2 24 - \frac{1}{2} \log_2 72}{\log_3 18 - \frac{1}{3} \log_3 72}; & 2) \frac{\log_7 14 - \frac{1}{3} \log_7 56}{\log_6 30 - \frac{1}{2} \log_6 150}; \\ 3) \frac{\log_2 4 + \log_2 \sqrt{10}}{\log_2 20 + 3 \log_2 2}; & 4) \frac{3 \log_7 2 - \frac{1}{2} \log_7 64}{4 \log_5 2 + \frac{1}{3} \log_5 27}. \end{array}$$

12. Вычислить самостоятельно по вариантам:

Вариант 1

1. Вычислить значение выражения.

$$\begin{array}{llll} a) (27 \cdot 3^{-4})^2 & б) (10^8)^2 \cdot 100^{-6} & в) (1,2 \cdot 10^{-3}) \cdot (3 \cdot 10^5) & г) 3^7 \cdot 11^6 : 33^5 \\ д) \frac{6^{-4} \cdot 6^{-9}}{6^{-12}} & е) \frac{3^{-2} \cdot 5^{-3}}{15^{-3}} & ж) \frac{7,2 \cdot 10^7}{12 \cdot 10^8} & з) \frac{2^6 \cdot 3^{16}}{18^7} \end{array}$$

2. Упростить выражение и найти его значение при заданном значении переменной.

$$a) \frac{a^{-6}}{a^{-3} \cdot a^{-2}}, a = \frac{2}{3}, \quad б) \frac{(x^2)^3}{x^8}, x = \frac{3}{4}, \quad в) (c^6 \cdot c^{-3})^{-1}, c = \frac{1}{3}, \quad г) \frac{x^{-3} \cdot x^2}{x}, x = 13$$

3. Вычислить:

$$1) \log_{12} 2 + \log_{12} 72, \quad 2) \log_{\frac{1}{3}} 54 - \log_{\frac{1}{3}} 2, \quad 3) \log_{\frac{1}{25}} 125 - \log_8 \frac{1}{32}, \quad 4) \frac{\log_3 8}{\log_3 16}$$

$$5) \log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 20, \quad 6) \frac{\log_7 8}{\log_7 15 - \log_7 30}, \quad 7) \log_2 32 - \log_3 \frac{1}{27} - \log_{32} \sqrt{32}$$

4. Вычислить:

$$1) \frac{3 \log_7 2 - \log_7 24}{\log_7 3 + \log_7 9}, \quad 2) \frac{3 \lg 2 + \lg 0,25}{\lg 14 - \lg 7}, \quad 3) \frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}}, \quad 4) 10^{2 + \lg 3},$$

$$5) 1000^{\lg 2}, \quad 6) (\log_2 12 - \log_2 3 + 3^{\log_3 8})^{\lg 5},$$

$$7) \log_2 (7 - 4\sqrt{3}) + \log_2 (7 + 4\sqrt{3}), \quad 8) \log_2 (\log_3 81) \quad 9) 25^{\log_5 7},$$

$$10) \log_{216} 27 + \log_{36} 16 + \log_6 3, \quad 11) \log_{\sqrt[3]{32}} \frac{1}{8}$$

5. Найти x:

$$1) \log_{\frac{1}{3}} x = -2, \quad 2) \log_{\sqrt{2}} x = 1, \quad 3) \log_{0,2} x = -3, \quad 4) \log_x \frac{1}{9} = 2, \quad 5) \log_x 6 = -1 \quad 6) \log_x 8 = 3;$$

$$7) \log_x 5 = 3; \quad 8) \log_x \sqrt{7} = \frac{1}{2}; \quad 9) \log_x 53 = 2; \quad 10) \log_5 x = 2 \log_5 3 + 4 \log_{25} 2$$

Вариант 2

1. Вычислить значение выражения.

$$a) 16 \cdot (2^{-3})^2 \quad б) (10^{-10} \cdot 100^6)^{-1} \quad в) (1,6 \cdot 10^{-5}) \cdot (4 \cdot 10^8) \quad г) 5^7 \cdot 3^5 : 15^4$$

$$д) \frac{7^{-7} \cdot 7^{-8}}{7^{-13}} \quad е) \frac{6^{-4}}{2^{-6} \cdot 3^{-4}} \quad ж) \frac{6,4 \cdot 10^{12}}{8 \cdot 10^{13}} \quad з) \frac{2^9 \cdot 5^7}{20^5}$$

2. Упростить выражение и найти его значение при заданном значении переменной.

$$a) \frac{a^{-9}}{a^{-2} \cdot a^{-5}}, a = \frac{1}{2}, \quad б) \frac{x^{11}}{(x^3)^4}, x = \frac{2}{3}, \quad в) c^7 \cdot (c^{-5})^2, c = \frac{1}{5}, \quad г) \frac{x \cdot x^{-6}}{x^{-3}}, x = 11$$

3. Вычислить:

$$\begin{aligned} &1) \log_3 6 + \log_3 1,5, \quad 2) \log_{\frac{1}{5}} 75 - \log_{\frac{1}{5}} 3, \quad 3) \log_9 \frac{1}{27} - \log_{\frac{1}{8}} 16, \quad 4) \frac{\log_5 81}{\log_5 27} \\ &5) \log_9 15 + \log_9 18 - \log_9 10, \quad 6) \frac{\log_{11} 32}{\log_{11} 13 - \log_{11} 26}, \quad 7) \log_{\frac{1}{2}} 8 - \log_2 8 - \log_{\sqrt{15}} 15 \end{aligned}$$

4. Вычислить:

$$\begin{aligned} &1) \frac{4 \log_5 2 - \log_5 32}{\log_5 16 + \log_5 4}, \quad 2) \frac{4 \lg 3 + \lg 1/9}{\lg 24 - \lg 8}, \quad 3) \frac{3^{\log_7 98}}{3^{\log_7 2}}, \quad 4) 10^{3 - \lg 4}, \\ &5) 100^{\lg 7}, \quad 6) (\log_6 2 + \log_6 3 + 2^{\log_2 4})^{\log_5 7}, \\ &7) \log_3 (5 + 2\sqrt{6}) + \log_3 (5 - 2\sqrt{6}), \quad 8) \log_3 (\log_2 512), \quad 9) 16^{\log_4 10}, \\ &10) \log_{27} 8 + \log_9 36 + \log_3 0,25, \quad 11) \log_{\frac{1}{125}} \sqrt[8]{25} \end{aligned}$$

5. Найти x:

$$\begin{aligned} &1) \log_{\frac{1}{4}} x = -1, \quad 2) \log_{\sqrt{5}} x = 0, \quad 3) \log_{0,1} x = -2, \quad 4) \log_x \frac{1}{27} = 3, \quad 5) \log_x \frac{1}{7} = -1, \quad 6) \log_x 16 = 2; \\ &7) \log_x 3 = 4; \quad 8) \log_x \sqrt{3} = \frac{1}{2}; \quad 9) \log_x 91 = 2; \quad 10) \log_3 x = 3 \log_3 4 - 9 \log_{27} 2 \end{aligned}$$

Тема: Тригонометрические формулы

Вопросы для проверки готовности студентов к практическому занятию

1. Как определяется угол в тригонометрии?
2. Что такое угол в 1 градус? Что называется углом в 1 радиан?
3. Как перевести угол из одной градусной меры в другую?
4. Как определить координаты точки на единичной окружности?
5. Что называется синусом и косинусом данного угла?
6. Как записываются основное тригонометрическое тождество и следствия из него?
7. Формулы приведения.
8. Формулы двойного и половинного аргумента.

Задания для практического занятия

Вариант 1

1. Перевести углы из радиан в градусы и наоборот, определить четверть.
 $150^\circ, 330^\circ, 135^\circ, 210^\circ, \frac{7\pi}{4}, \frac{3\pi}{8}$

2. Упростить выражение по формулам приведения

$$а) \frac{\sin(\pi + \alpha) \cdot \cos(\pi - \alpha)}{\operatorname{ctg}(\frac{3\pi}{2} - \alpha)}, б) \frac{\sin(\pi - \alpha)}{2 \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)}, в) \operatorname{tg}(\frac{3\pi}{2} + \alpha) \cdot \sin(2\pi - \alpha)$$

3. Вычислить, применяя формулы приведения $12 \cdot \cos \frac{7\pi}{6} \cdot \sin \frac{3\pi}{4} \cdot \operatorname{tg} \frac{5\pi}{6}$

4. Известно, что $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Найти $\cos 2\alpha$, $\sin \frac{\alpha}{2}$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\sec \alpha$

5. Вычислить, применяя тригонометрические формулы.

$$а) \frac{\sin 70^\circ + \sin 10^\circ}{\cos 70^\circ - \cos 10^\circ}, з) \cos 78^\circ \cdot \cos 108^\circ + \sin 78^\circ \cdot \sin 108^\circ$$

$$б) \cos 50^\circ + \sin 160^\circ - \cos 10^\circ, в) \sin \frac{5\pi}{14} \cdot \cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{14} \cdot \sin \frac{\pi}{7}$$

6. Упростить тригонометрическое выражение.

$$а) (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \cdot \cos^3 \alpha, б) \frac{1}{2} \sin \alpha + \cos(\frac{\pi}{6} + \alpha)$$

$$в) \frac{\cos \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha}, з) \frac{\sin 2\alpha - 2 \cos \alpha}{1 + \cos 2\alpha} - \operatorname{tg} \alpha$$

7. Построить график функции $y = \cos x$ и перечислить свойства функции.

Вариант 2

1. Перевести углы из радиан в градусы и наоборот, определить четверть.

$$315^\circ, 144^\circ, 225^\circ, 240^\circ, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{8}$$

2. Упростить выражение по формулам приведения

$$а) \frac{\sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha) \cdot \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)}{\operatorname{tg}(\pi - \alpha)}, б) \frac{2 \cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}{\sin(\pi + \alpha)}, в) \operatorname{ctg}(\pi + \alpha) \cdot \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)$$

3. Вычислить, применяя формулы приведения $20 \cdot \cos \frac{11\pi}{6} \cdot \sin \frac{4\pi}{3} \cdot \operatorname{ctg} \frac{5\pi}{4}$

4. Известно, что $\cos \alpha = -\frac{7}{25}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Найти $\sin 2\alpha$, $\cos \frac{\alpha}{2}$, $\operatorname{ctg} \alpha$, $\cos \operatorname{ec} \alpha$

5. Вычислить, применяя тригонометрические формулы.

$$а) \frac{\sin 55^\circ - \sin 5^\circ}{\cos 55^\circ - \cos 5^\circ}, з) \cos 18^\circ \cdot \cos 78^\circ + \sin 18^\circ \cdot \sin 78^\circ$$

$$б) \cos 70^\circ + \sin 140^\circ - \cos 10^\circ, в) \sin \frac{\pi}{5} \cdot \cos \frac{3\pi}{10} + \cos \frac{\pi}{5} \cdot \sin \frac{3\pi}{10}$$

6. Упростить тригонометрическое выражение:

$$а) (1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha) \cdot \cos^2 \alpha, \quad б) \sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha$$

$$в) \frac{\sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha}, \quad г) \frac{\sin 2\alpha - 2 \cos \alpha}{1 + \cos 2\alpha} - \operatorname{tg} \alpha$$

7. Построить график функции $y = \sin x$ и перечислить свойства функции.

Вариант 3

1. Известно, что $\cos \alpha = -\frac{24}{25}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

Найти значение выражения: а) $4 \sin \alpha - \frac{2}{3} \operatorname{tg} \alpha$, б) $\sin 2\alpha - \cos 2\alpha$

2. Решить уравнение $\cos x - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2 \sin(\pi + x) = 1$

3. Решить тригонометрические уравнения и найти частные решения при данном значении k

А). $\sin 5x = -\frac{1}{2}, k = -1$

Б). $\cos\left(-\frac{x}{7}\right) = 1, k = -1$

В). $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6} - 4x\right) = \sqrt{3}, k = -2$

Г). $\operatorname{ctg}\left(\frac{x}{5} + \frac{2\pi}{3}\right) = -1, k = -1$

4. Решить тригонометрическое уравнение

А). $2 \cos^2 x + 3 \cos x - 2 = 0$

Б). $5 \cos^2 x + 6 \sin x - 6 = 0$

Вариант 4

1. Известно, что $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Найти значение выражения: а) $3 \cos \alpha - \frac{4}{5} \operatorname{ctg} \alpha$, б) $\sin 2\alpha - \cos 2\alpha$

2. Решить уравнение $\sin x + \sin(\pi + x) - 2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1$

3. Решить тригонометрические уравнения и найти частные решения при данном значении k

А). $\cos 3x = -\frac{\sqrt{3}}{2}, k = -1$

Б). $\sin\left(-\frac{x}{6}\right) = 1, k = -1$

$$\text{В). } \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{4} - 2x\right) = \sqrt{3}, k = 1$$

$$\text{Г). } \operatorname{tg}\left(\frac{x}{3} + \frac{2\pi}{5}\right) = -1, k = 1$$

4. Решить тригонометрическое уравнение

$$\text{А). } 4 \sin^2 x + 4 \sin x - 3 = 0$$

$$\text{Б). } 2 \sin^2 x - \cos x - 1 = 0$$

Тема 5: Вычисление пределов функций

Вопросы для проверки готовности студентов к практическому занятию

1. Что называется пределом функции?
2. Каковы свойства пределов (теоремы)?
3. Как устранить неопределенность вида $\frac{0}{0}$
4. Как устранить неопределенность вида $\frac{\infty}{\infty}$
5. Замечательные пределы.

Задания для практического занятия

Вариант 1

Вычислить пределы:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x - 4}{5 + 3x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{25 - x^2}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{7 - 4x}{2\sqrt{x} - 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 5x - 8}{7x - x^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 + 5x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x - 3}}{x^2 - 49}$$

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{9x - x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{9 - x^2}{3 + 2x - x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 4x^2}{8x + 2 - 4x^5}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{\sqrt{1 - x} - \sqrt{3}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{2x + 12} - \sqrt{3x + 17}}{x^2 + 8x + 15}$$

Вариант 2

Вычислить пределы:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{8x - 3}{9x + 8}$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x + x^2}{7x - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 16} \frac{3 - 2x}{\sqrt{x} - 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 5x - 7x^3}{x^3 + 5x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{9 - x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 36}{2 - \sqrt{10 - x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 5x}{\sqrt{1 - x} - \sqrt{6}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{49 - x^2}{7 + 6x - x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{13 - 2x + 5x^4}{7x^2 - 14x + 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 4x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{2x + 9} - \sqrt{3x + 13}}{x^2 + 6x + 8}$$

Тема 6: Нахождение производной функций

Вопросы для проверки готовности студентов к практическому занятию

1. Дать определение производной функции в точке?
2. Удобно ли вычислять таким образом производную функции в точке?
3. Каковы правила и формулы нахождения производной функции?
4. Как найти производную сложной функции?

Задания для практического занятия

Вариант 1

1. Найти производные следующих функций.

А). $f(x) = 3x^8 - 8x^3 + 7x^2 - 2x + 1$

$$\text{Б). } f(x) = -\frac{8\sqrt{x}}{11} + \frac{4}{x} \quad \text{В). } f(x) = 3 \operatorname{ctg} x - \frac{7 \cos x}{8}$$

$$\text{Г). } f(x) = \frac{9}{x^9} \quad f(x) = \frac{2\sqrt[3]{x^2}}{9} \quad f(x) = \frac{2}{\sqrt[4]{x}}$$

2. Решить уравнение $f'(x) = 0$

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - 3x^2 - 7x + 1$$

3. Решить неравенство $f''(x) \leq 0$

$$f(x) = 4x^2 - \frac{2x^3}{3} + \frac{2x}{5} - 2$$

4. Решить неравенство $f'(x) \leq 0$ $f(x) = \frac{5x^2}{2x - 5}$

Вариант 2

1. Найти производные следующих функций.

$$\text{А). } f(x) = -11x^5 + 8x^4 - 9x - 2$$

$$\text{Б). } f(x) = \frac{5\sqrt{x}}{6} - \frac{11}{x} \quad \text{В). } f(x) = \frac{8 \cos x}{9} - \frac{\operatorname{tg} x}{3}$$

$$\text{Г). } f(x) = -\frac{13}{x^{13}} \quad f(x) = \frac{3\sqrt[4]{x^3}}{8} \quad f(x) = \frac{5}{\sqrt[5]{x}}$$

2. Решить уравнение $f'(x) = 0$

$$f(x) = 9x - 2 + 4x^2 - \frac{x^3}{3}$$

3. Решить неравенство $f''(x) \leq 0$

$$f(x) = \frac{5x^2}{2} + \frac{4x^3}{3} - \frac{5x}{6} + 4$$

4. Решить неравенство $f'(x) \leq 0$ $f(x) = \frac{3x^2}{2x-3}$

Тема 7: Применение производной для решения задач

Вопросы для проверки готовности студентов к практическому занятию

1. Какая точка называется точкой максимума и точкой минимума функции?
2. Каким образом применяется производная функции при исследовании функции на монотонность и экстремумы?
3. Какая точка называется точкой перегиба?
4. Каким образом применяется производная функции при исследовании графика функции на выпуклость и вогнутость и нахождение точек перегиба?
5. В чем заключается геометрический смысл производной?
6. В чем заключается физический смысл производной?
7. Как составить уравнение касательной и нормали к графику функции в данной точке?
8. Какова схема полного исследования функции?
9. Как найти асимптоты для графика функции? Какими могут быть асимптоты?

Задания для практического занятия

Вариант 1

1. Найти производные следующих функций и вычислить

А). $f(x) = -6x^7 + 3x^5 + 5x^2 - 7x - 3$, $f'(-2)$

Б). $f(x) = \frac{2\sqrt{x}}{3} - \frac{6}{x}$, $f'(1)$ В). $f(x) = \frac{5 \cos x}{4} - \frac{\operatorname{tg} x}{2}$, $f'(0)$

Г). $f(x) = -\frac{8}{x^5}$ $f(x) = \frac{7\sqrt[5]{x^4}}{4}$ $f(x) = \frac{3}{\sqrt[6]{x}}$, $f'(1)$

2. Написать уравнения А). касательной, Б). нормали, проведённых к графику данной функции в данной точке.

А). $f(x) = \frac{3x-2}{3-x}$, $x_0 = 2$

Б). $f(x) = 4\sqrt{x}$, $x_0 = 4$

3. Найти экстремумы функции.

$$\text{А). } f(x) = \frac{x^6}{6} + \frac{2x^5}{5} + \frac{x^4}{4} - 3 \quad \text{Б). } f(x) = \frac{x^3}{2-x}$$

4. Найти координаты точки перегиба графика функции.

$$f(x) = \frac{x^5}{20} + \frac{x^4}{4} + 3x - 2 \quad \text{Б). } f(x) = \frac{x^2 - 1}{3x}$$

5. Тело, массой 3 кг, движется прямолинейно по закону

$$x(t) = \frac{2t^3}{3} - \frac{t^2}{2} - 6t + 1$$

Найти действующую силу F и кинетическую энергию E тела через 4 секунды после начала движения. Через сколько секунд после начала движения точка остановится? Какое расстояние точка прошла к этому моменту времени?

6. Исследовать функцию по общей схеме и построить ее график

$$\text{А). } f(x) = \frac{x^3}{3} - 81x \quad \text{Б). } f(x) = 1 + 6x + \frac{5x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \quad \text{В). } f(x) = \frac{x^2}{x+3}$$

Вариант 2

1. Найти производные следующих функций.

$$\text{А). } f(x) = 5x^6 - 3x^4 + 9x^2 - 4x + 3, \quad f'(-2)$$

$$\text{Б). } f(x) = -\frac{3\sqrt{x}}{4} + \frac{8}{x}, \quad f'(1) \quad \text{В). } f(x) = 6 \operatorname{ctg} x - \frac{2 \sin x}{3}, \quad f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{Г). } f(x) = \frac{7}{x^6} \quad f(x) = \frac{3\sqrt[7]{x^4}}{4} \quad f(x) = \frac{6}{\sqrt[5]{x}}, \quad f'(1)$$

2. Написать уравнения А). касательной, Б). нормали, проведённых к графику данной функции в данной точке.

$$\text{А). } f(x) = \frac{2x-5}{5-x}, \quad x_0 = 4 \quad \text{Б). } f(x) = 6\sqrt{x}, \quad x_0 = 9$$

3. Найти экстремумы функции.

А). $f(x) = \frac{x^6}{6} - \frac{4x^5}{5} + x^4 - 5$ Б). $f(x) = \frac{x^3}{3-x}$

4. Найти координаты точки перегиба графика функции.

$f(x) = \frac{x^5}{20} - \frac{x^4}{4} - 2x + 1$ Б). $f(x) = \frac{x^2 - 4}{2x}$

5. Тело, массой 4 кг, движется прямолинейно по закону

$$x(t) = \frac{4t^3}{3} + \frac{t^2}{2} - 5t + 2$$

Найти действующую силу F и кинетическую энергию E тела через 3 секунды после начала движения. Через сколько секунд после начала движения точка остановится? Какое расстояние точка прошла к этому моменту времени?

6. Исследовать функцию по общей схеме и построить ее график

А). $f(x) = \frac{x^3}{3} - 25x$ Б). $f(x) = 2 + 6x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}$ В). $f(x) = \frac{x^2}{x+2}$

Тема 8: Определенный интеграл и его применение

Вопросы для проверки готовности студентов к практическому занятию

1. Что называется первообразной для данной функции?
2. Что называется неопределенным интегралом от функции?
3. Как вычисляется определенный интеграл?
4. Каковы основные свойства определенного интеграла?
5. Что называется криволинейной трапецией?
6. Как вычислить площадь криволинейной трапеции?
7. Как вычислить объем тела вращения?

Задания для практического занятия

Вариант 1

1. Проверить, является ли функция $F(x)$ первообразной для функции $f(x)$

$f(x) = -\frac{7}{8} \cos x + 5x^3 - 3$ $F(x) = -\frac{7 \sin x}{8} + 2,5x^2 - 3x + 3,4$

2. Для функции $f(x)=16x^3-3$ найти ту первообразную, график которой проходит через точку $M(-1; 5)$? Проходит ли график найденной первообразной через точку $N(2; -9)$?

Сравнить $F(-3)$ и $F(1)$.

3. Вычислить определённые интегралы:

$$\begin{array}{lll} \text{а)} \int_4^{25} \frac{12 dx}{\sqrt{x}} & \text{б)} \int_{-1}^2 \frac{3}{x^5} dx & \text{в)} \int_1^{16} \frac{5}{2\sqrt[4]{x^3}} dx \\ \text{г)} \int_{-1}^2 (2 + 6x - 9x^2) dx & \text{д)} \int_{-8}^1 \frac{20\sqrt[3]{x}}{3} dx & \end{array}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$\begin{array}{l} \text{а)} y = 8 - x^2, \quad y = 0, \quad x = -2, \quad x = 1 \\ \text{б)} y = 5 - 4x, \quad y = 0, \quad x = 3 \\ \text{в)} y = x^2 - 4x - 5, \quad y = 0 \end{array}$$

Вариант 2

1. Проверить, является ли функция $F(x)$ первообразной для функции $f(x)$

$$f(x) = \frac{2}{9} \sin x - 4x^4 + 5 \quad F(x) = -\frac{2 \cos x}{9} - 1,5x^3 + 5x - 0,9$$

2. Для функции $f(x)=8x^3-3$ найти ту первообразную, график которой проходит через точку $M(-1;- 5)$? Проходит ли график найденной первообразной через точку $N(2; 7)$?

Сравнить $F(-2)$ и $F(3)$.

3. Вычислить определённые интегралы:

$$\begin{array}{lll} \text{а)} \int_{16}^{36} \frac{10 dx}{\sqrt{x}} & \text{б)} \int_{-3}^2 \frac{9}{x^4} dx & \text{в)} \int_{-1}^{32} \frac{3}{5\sqrt[5]{x^4}} dx \\ \text{г)} \int_{-2}^1 (8x - 3 - 12x^2) dx & \text{д)} \int_1^{16} \frac{15\sqrt[4]{x}}{4} dx & \end{array}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$\begin{array}{l} \text{а)} y = 7 - x^2, \quad y = 0, \quad x = -1, \quad x = 2 \\ \text{б)} y = 4x - 3, \quad y = 0, \quad x = 3 \\ \text{в)} y = x^2 - 2x - 3, \quad y = 0 \end{array}$$

Вопросы для проверки готовности студентов к практическому занятию

1. Что такое опыт, событие?
2. Какое событие называется достоверным, невозможным, случайным?
3. Как вычислить вероятность события?
4. Каковы свойства вероятности?

Задания для практического занятия

Вариант 1

1. Вычислить:

$$а) \frac{P_{10} + P_{12}}{P_{13}}, \quad б) C_{11}^8, \quad в) C_7^5, \quad г) A_7^4, \quad д) A_{25}^3, \quad е) \overline{C_7^{10}}, \quad ж) \overline{C_6^5}$$

2. Бросают игральную кость. Найти вероятность того, что: а) выпадет 2 очка, б) выпадет нечётное количество очков, в) выпадет не 3 и не 4. Описать событие, опыт, найти вероятности этих событий.
3. Имеется ящик с одинаковыми по весу шарами. Шар открывается, оттуда достаётся одна из фигур. В ящике имеется 6 шаров с кубами, 3 шара с пирамидами, 2 с конусами, 4 с цилиндрами, 5 с шарами. Найти вероятность того, что извлечённый наугад шар содержит внутри себя: а) шар, б) многогранник, в) тело вращения, г) не цилиндр и не куб. Описать опыт, события и найти вероятности этих событий.
4. В ящике имеется 50 одинаковых деталей, из них 5 окрашенных. Наудачу вынимают одну деталь. Найти вероятность того, что извлеченная деталь окажется окрашенной.
5. Контролер, проверяя качество 500 изделий, установил, что 10 из них относятся ко второму сорту, а остальные - к первому. Найдите вероятность выбора изделия второго сорта.
6. В коробке лежат 200 белых, 100 красных и 50 зеленых шаров. Наудачу вынимается один шар. Чему равны вероятности получить шар белого, красного или зеленого цвета?
7. Наташа купила лотерейный билет, который участвует в розыгрыше 100 призов на 50000 билетов, а Лена – билет, который участвует в розыгрыше трех призов на 70000. У кого больше шансов выиграть?
8. Из коробки, в которой осталось 5 конфет с фруктовой начинкой и 3 - с начинкой пралине, достают одну конфету. Какова вероятность, что она будет с начинкой пралине?
9. В коробке 4 синих, 3 белых и 2 желтых фишки. Они тщательно перемешиваются, и наудачу извлекается одна из них. Найдите вероятность того, что она окажется: а) белой; б) желтой; в) не желтой.

Вариант 2

1. Вычислить:

$$а) \frac{P_9 + P_{11}}{P_{10}}, б) C_6^3, в) C_{12}^7, г) A_8^3, д) A_{30}^3, е) \overline{C_6^{11}}, ж) \overline{C_7^4}$$

2. Имеется колода из 36 карт. Вытаскивают наугад карту. Найти вероятность того, что а) карта окажется король пики, б) карта окажется червовой масти, в) карта окажется не дама. Описать событие, опыт, найти вероятности этих событий.
3. Имеется ящик с одинаковыми на ощупь карточками, на которых изображены фигуры. Карточек с кругами 10, с квадратами 12, с прямоугольниками 5, с треугольниками 3. Найти вероятность того, что на извлечённой наугад карточке изображен: а) треугольник, б) четырёхугольник, в) не круг, г) правильный многоугольник. Описать опыт, события и найти вероятности этих событий.
4. На завод привезли партию из 1000 подшипников. Случайно в эту партию попало 30 подшипников, не удовлетворяющих стандарту. Определить вероятность $P(A)$ того, что взятый наудачу подшипник окажется стандартным.
5. Набирая номер телефона, абонент забыл одну цифру и набрал ее наудачу. Найти вероятность того, что набрана нужная цифра.
6. Лотерея состоит из 1000 билетов, среди них 200 выигрышных. Наугад вынимается один билет из 1000. Чему равна вероятность того, что этот билет выигрышный?
7. Бросается игральная кость. Чему равны вероятности следующих событий: $A = \{\text{выпала грань с 6 очками}\}$, $B = \{\text{выпала грань с четным числом очков}\}$, $C = \{\text{выпала грань с числом очков, делящимся на 3}\}$?
8. В коробке лежат 10 одинаковых шаров, на каждом из которых написан его номер от 1 до 10. Найдите вероятность следующих событий: а) извлекли шар № 7; б) номер извлеченного шара – четное число; в) номер извлеченного шара кратен 3.
9. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит а) цифры 1, б) цифры 0.

Тема 10: Статистика

Задания для решения:

1. Случайная величина X распределена по закону

2	4	6	8	10
1/4	1/8	1/4	1/8	1/4

Найти $M(X)$; $D(X)$.

2. Случайная величина X распределена по закону

0	0,5	10	3	1
0,1	0,2	0,3	0,2	0,2

Найти $M(X)$; $D(X)$.

Тема 11: Планиметрия

Задание 1 (на построение).

1. Постройте окружность радиуса 4 см с центром O . Отметьте на ней точку A . Через A проведите хорду AB длиной 6 см. Найдите расстояние от центра O до хорды AB (построение и вычисление). Подсказка: расстояние от центра до хорды равно гипотенузе в прямоугольном треугольнике, образованном половиной хорды.

Задание 2 (на вписанный угол).

1. На окружности отмечены точки A , B , C . Центр O . Изобразите центральный угол AOC и соответствующий вписанный угол ABC . Докажите, что $\angle ABC = 1/2 \angle AOC$; вычислите угол ABC , если $\angle AOC = 96^\circ$.

Задание 3 (на вписанный четырехугольник).

1. На окружности вписан четырехугольник $ABCD$. Известно, что $\angle A = 70^\circ$, $\angle C = 110^\circ$. Найдите углы B и D . Обоснуйте. Подсказка: сумма противоположных углов $= 180^\circ$.

Задание 4.

1. Дан равнобедренный треугольник ABC ($AB = AC$). Вписанная окружность касается стороны BC в точке T . Известно, что $\angle A = 40^\circ$. Найдите углы при вершинах B и C и углы, которые образует точка касания T с вершинами (короткое рассуждение, чертёж и ответ). Подсказка: в равнобедренном треугольнике углы при основании равны; свойства касательной и радиуса (радиус к точке касания перпендикулярен касательной).

Задание 5

Дано: окружность с центром O и три точки на окружности: A, B, C . Какие из следующих утверждений могут быть верны одновременно? (Выберите все подходящие варианты.)

- 1) Хорда AB равна хорде AC .
- 2) Углы AOB и AOC , опирающиеся на дуги AB и AC , равны.
- 3) Если точке A соответствует точка B так, что AB — диаметр, то B и C лежат на одной прямой с O .
- 4) Если точка O лежит на медиане треугольника ABC , то этот треугольник равнобедренный.

Задание 6.

В треугольнике ABC известно: $AB = AC = 6$ см, $BC = 8$ см.

- a) Постройте в тетради схематичный рисунок треугольника (вспомните симметрию равнобедренного треугольника).
- b) Найдите высоту, опущенную из вершины A на сторону BC .
- c) Найдите радиус вписанной окружности этого треугольника (вписанный радиус).

(Запишите вычисления и ответы с единицами.)

Ответьте на вопросы:

1. Дайте определение: окружность, круг, радиус, диаметр, хорда, касательная, вписанный угол, центральный угол, вписанный / описанный многоугольник.
2. Постройте окружность с центром O и радиусом 4 см. Через точку A на окружности постройте хорду длиной 6 см. Найдите расстояние от O до хорды. (Подсказка: рассмотрите треугольник, образованный центром и половиной хорды.)
3. Докажите, что вписанный угол равен половине соответствующего центрального угла. Приведите пример вычисления при $AOC = 96^\circ$.
4. Дано вписанный четырехугольник $ABCD$, угол $A = 70^\circ$, угол $C = 110^\circ$. Найдите углы B и D .
5. Равнобедренный треугольник ABC , $AB = AC$, угол $A = 40^\circ$. Вписанная окружность касается BC в точке T . Найдите углы B и C .

Тема 12: Параллельность прямых и плоскостей

Задания для решения:

1. (Вариант с выбором одного правильного ответа) Даны две прямые $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$, лежащие в одной плоскости. Известно, что $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$. Тогда верно: А) любые две точки на $\mathbf{a}$ равноудалены от $\mathbf{b}$; В) каждая прямая, проходящая через точку $\mathbf{A} \in \mathbf{a}$ и перпендикулярная $\mathbf{b}$, перпендикулярна $\mathbf{a}$; С) любая прямая, параллельная $\mathbf{a}$, лежит в той же плоскости; D) если прямая $\mathbf{c}$ не пересекает $\mathbf{a}$, то $\mathbf{c} \parallel \mathbf{a}$. (Выберите один правильный вариант.)
2. (Вариант с несколькими правильными ответами) В пространстве даны прямая $\mathbf{a}$ и плоскость α . Какие утверждения могут быть истинны одновременно? Отметьте все верные варианты: А) $\mathbf{a} \parallel \alpha$; В) $\mathbf{a} \subset \alpha$; С) $\mathbf{a} \cap \alpha = \emptyset$; D) $\mathbf{a}$ пересекает α в одной точке.
3. (Задача на признак параллельности прямой и плоскости) Прямая $\mathbf{a}$ параллельна прямой $\mathbf{b}$, лежащей в плоскости α . Докажите, что $\mathbf{a} \parallel \alpha$ или $\mathbf{a} \subset \alpha$. Кратко опишите рассуждение.
4. (Выбор одного правильного ответа, требующий расчёта) В тетраэдре вершины $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$. Известно, что $\mathbf{AB} \parallel \mathbf{CD}$ и $\mathbf{AC} \parallel \mathbf{BD}$. Какое из утверждений верно? А) Ребро $\mathbf{AD}$ параллельно стороне $\mathbf{BC}$; В) Противоположные ребра попарно параллельны и тетраэдр вырожден; С) Противоположные ребра не могут быть параллельны одновременно; D) Ребро $\mathbf{AD}$ перпендикулярно плоскости $\mathbf{BCD}$. (Выберите один правильный вариант.)
5. (Задача на параллельные плоскости) Даны две плоскости α и β . Известно, что в плоскости α лежит прямая $\mathbf{a}$, в плоскости β — прямая $\mathbf{b}$, причём $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$. Докажите, что либо $\alpha \parallel \beta$, либо α и β пересекаются по прямой, параллельной $\mathbf{a}$ (или $\mathbf{b}$). Кратко объясните.

6. (Задача на построение и рассуждение) Через вершину **A** тетраэдра **ABCD** проведена прямая **l**, параллельная плоскости **BCD**. Докажите, что прямая **l** параллельна всем трем ребрам **BC, CD, DB** этой грани. Объясните коротко.
7. (Задача с вычислением угла) В пространстве плоскости **α** и **β** пересекаются по прямой **l**. Через прямую **m** $\subset \alpha$ и прямую **n** $\subset \beta$, обе пересекающие **l** и не совпадающие с ним, проведены под углом: угол между **m** и **l** равен 30° , между **n** и **l** равен 40° .
Найдите возможное значение (или значения) острого угла между плоскостями **α** и **β** .
8. (Задача сложнее, на исследование взаимного расположения) В пространстве дан куб **ABCDEFGH** (сторона **a**). Рассмотрите прямые **AC** (диагональ квадрата основания **ABCD**) и **EG** (диагональ верхнего основания **EFGH**). Определите, параллельны ли эти прямые, скрещивающиеся или пересекаются. Обоснуйте ответ.
9. (Задача с построением перпендикуляра и проверкой параллельности) В плоскости **α** лежит прямая **a**. Через точку **P** $\notin \alpha$ опущен перпендикуляр **PQ** на **α** (**Q** $\in \alpha$). Пусть на плоскости, проходящей через **P** и параллельной **a**, взята прямая **r**, пересекающая плоскость **α** в точке **R**. Докажите, что **R = Q** тогда и только тогда, когда **r** $\perp \alpha$.
10. (Задача повышенной сложности, требуется полное решение) В пространстве даны две скрещивающиеся прямые **a** и **b**. Через каждую из них проведена плоскость: через **a** — **α** , через **b** — **β** . Известно, что **$\alpha \parallel \beta$** . Докажите, что в таком случае существует прямая **c**, параллельная одновременно **a** и **b**. Найдите и опишите её расположение относительно **α** и **β** .

Тема 13: *Перпендикулярность прямых и плоскостей*

Задание 1: написать сказку «Приключения прямой и плоскости в пространстве»

Для этого: повторить конспект темы: «Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикулярность и наклонная. Угол между прямой и плоскостью». Составить план сказки и написать ее. При написании сказки обязательно использовать изученные определения, теоремы и аксиомы стереометрии. Объем работы зависит от собранного материала. Форма отчетности: письменная работа в тетрадях.

Задание 2: изготовить 2 макета на выбор из нижеперечисленных фигур:

конус,

цилиндр,

сфера,

куб,

треугольная призма,

треугольная пирамида (тетраэдр),

прямоугольный параллелепипед,

шестиугольная призма,

четырёхугольная пирамида,

двенадцатигранник (икосаэдр),

октаэдр (шестигранник),

пятиугольная призма,

квадратная пирамида.

Работу сделать из любых подручных материалов.

Одним из способов изготовления правильных многогранников является способ с использованием, так называемых, развёрток.

Если модель поверхности многогранника изготовлена из гибкого нерастяжимого материала (бумаги, тонкого картона и т. п.), то эту модель

можно разрезать по нескольким рёбрам и развернуть так, что она превратится в модель некоторого многоугольника. Этот многоугольник называют развёрткой поверхности многогранника. Для получения модели многогранника удобно сначала изготовить развёртку его поверхности. При этом необходимыми инструментами являются клей и ножницы. Модели многогранников можно сделать, пользуясь одной разверткой, на которой будут расположены все грани. Однако в этом случае все грани будут одного цвета.

Перед выполнением практических заданий необходимо ознакомиться с теоретическим материалом в предложенной учебной литературе, а именно с темой «Понятие призмы, пирамиды, правильного многогранника».

Тема 14: Многогранники

Задания для решения:

- 1 Площадь поверхности куба равна 1922. Найдите его диагональ.
- 2 Объем куба равен 1331. Найдите площадь его поверхности.
- 3 Если каждое ребро куба уменьшить на 13, то его площадь поверхности уменьшится на 3822. Найдите ребро куба.
- 4 Во сколько раз увеличится объем куба, если его ребра увеличить в 9 раз?
- 5 Если каждое ребро куба уменьшить на 1, то его объем уменьшится на 19. Найдите ребро куба.
- 6 Во сколько раз увеличится площадь поверхности куба, если его ребро увеличить в 4 раза?
- 7 Диагональ куба равна 34. Найдите площадь его поверхности.
- 8 Площадь поверхности куба равна 726. Найдите его объем.
- 9 Объем первого куба в 125 раз больше объема второго куба. Во сколько раз площадь поверхности первого куба больше площади поверхности второго куба?
- 10 Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 32 и 10. Площадь поверхности этого параллелепипеда равна 2572. Найдите третье ребро, выходящее из той же вершины.
- 11 Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 6 и 42. Площадь поверхности параллелепипеда равна 1176. Найдите его диагональ.
- 12 Площадь грани прямоугольного параллелепипеда равна 54. Ребро, перпендикулярное этой грани, равно 26. Найдите объем параллелепипеда.

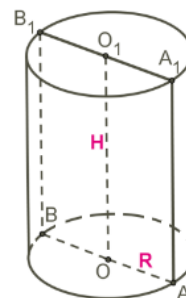
- 13 Объем прямоугольного параллелепипеда равен 6500. Одно из его ребер равно 50. Найдите площадь грани параллелепипеда, перпендикулярной этому ребру.
- 14 Объем прямоугольного параллелепипеда равен 494. Площадь одной его грани равна 247. Найдите ребро параллелепипеда, перпендикулярное этой грани.
- 15 Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 20 и 2. Объем параллелепипеда равен 600. Найдите третье ребро параллелепипеда, выходящее из той же вершины.
- 16 Три ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 16, 2, 2. Найдите ребро равновеликого ему куба.
- 17 Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2, 42. Диагональ параллелепипеда равна 47. Найдите объем параллелепипеда.
- 18 Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 12, 16. Объем параллелепипеда равен 2880. Найдите его диагональ.
- 19 Ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 13, 11, 4. Найдите его площадь поверхности.
- 20 Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 12 и 24. Диагональ параллелепипеда равна 28. Найдите площадь поверхности параллелепипеда.

Тема 15: Цилиндр, конус и шар

Тест

1. Назовите вид цилиндра, изображенного на рисунке

- ☐ простой
- ☐ обычный
- ☐ прямоугольный
- ☐ прямой
- ☐ обыкновенный
- ☐ наклонный



2. Цилиндр нельзя получить вращением...

- ☐ треугольника вокруг одной из сторон
- ☐ квадрата вокруг одной из сторон
- ☐ прямоугольника вокруг одной из сторон

3. Сечение цилиндра имеет форму прямоугольника. Определите его площадь, если радиус основания цилиндра равен 2, а высота цилиндра равна 6.

- ☐ 16
- ☐ 12
- ☐ 8
- ☐ 24

4. Сколько образующих можно провести в цилиндре?

- ☐ одну
- ☐ две
- ☐ три
- ☐ много

5. Цилиндр, осевым сечением которого является квадрат, называется ...

- ☐ прямым
- ☐ наклонным
- ☐ правильным кругом
- ☐ равносторонним

6. Вычислите объем цилиндра, деленного на π . Если его радиус равен 6, а высота 5.

- ☐ 120
- ☐ 180
- ☐ 150
- ☐ 300

7. Объем цилиндра вычисляется по формуле

- ☐ $V = \pi R^2 h$
- ☐ $V = \pi R h$
- ☐ $V = 2\pi R h$

8. Образующая цилиндра – это...

- Ось вращения, с помощью которой получен цилиндр.
- Диаметр оснований цилиндра.
- Отрезок, параллельный оси цилиндра и соединяющий граничные точки его оснований.
- Длина образующей.

9. Дан цилиндр. Радиус основания равен 3. Высота цилиндра 10. Определите площадь боковой поверхности цилиндра деленную на π .

- 120
- 60
- 90
- 180

10. Объем цилиндра равен 28π , высота 7. Найдите диаметр основания.

- 4
- 2
- 14
- 16

Задачи для решения:

- 1 Диаметр основания цилиндра равен 1,2, диагональ осевого сечения равна 1,3. Найди полную площадь цилиндра.
- 2 Диаметр основания цилиндра равен 20, высота 7, а расстояние от центра цилиндра до плоскости, параллельной его оси (секущая плоскость) равно 6. Найди площадь сечения цилиндра.
- 3 Диаметр основания цилиндра равен 2,4, диагональ осевого сечения равна 2,5. Найди полную площадь цилиндра.
- 4 Диаметр основания цилиндра равен 100, высота 20, Найди расстояние от центра цилиндра до плоскости, параллельной его оси (секущая плоскость), если площадь этого сечения цилиндра равна 1600
- 5 Найди диагональ осевого сечения цилиндра, если диаметр его основания равен 6, а высота 8.
- 6 Угол между диагональю осевого сечения и нижним основанием цилиндра равен 60° . Радиус основания равен 25. Найди площадь боковой поверхности цилиндра.

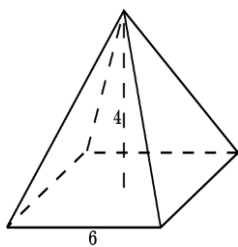
- 7 Найди площадь полной поверхности цилиндра, если радиус основания равен 4, а ось цилиндра – 5.
- 8 Круговой конус: $BA = 17$ см. – образующая конуса, $BO = 15$ см. – высота конуса. Найти: AO – радиус конуса, площадь осевого сечения конуса, площадь полной поверхности конуса, площадь сечения, проходящего через две образующие, угол между которыми равен 60 градусов.
- 9 Круговой конус: $AO = 8$ см. – радиус конуса, $BO = 15$ см. – высота конуса. Найти: BA – образующую конуса, площадь осевого сечения конуса, площадь полной поверхности конуса, площадь сечения, проходящего через две образующие, угол между которыми равен 45 градусов.
- 10 Площадь круга равна 484. Найдите площадь сектора этого круга, центральный угол которого равен 90 градусов.
- 11 Дано два шара. Радиус первого шара в 60 раз больше радиуса второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?

Тема 16: Объемы тел

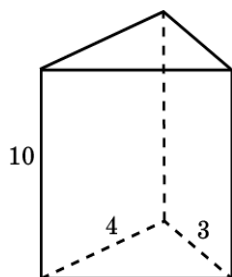
Задания:

1 вариант

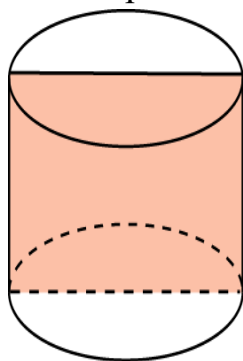
1. Найдите объём правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 6 см и высота 4 см.



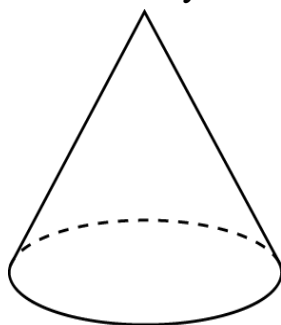
2. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см, высота призмы равна 10 см. Найдите объём данной призмы.



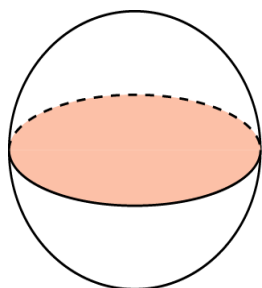
3. Площадь осевого сечения цилиндра равна 4 м^2 . Найдите объем цилиндра.



4. Высота конуса равна 3 см . образующая конуса составляет с плоскостью основания угол в 30° . Найти объем конуса.

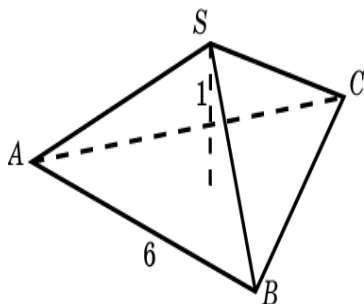


5. Площадь большого круга шара равна 3 см^2 . Найдите объем шара.

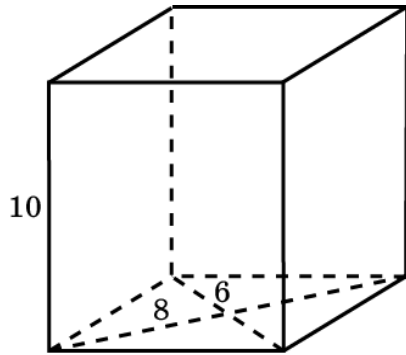


2 вариант

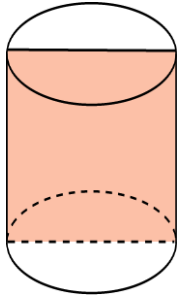
1. Найдите объем правильной треугольной пирамиды со стороной основания 6 см и высотой 1 см .



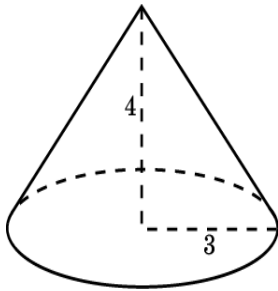
2. Найдите объем прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями 6 см и 8 см и боковым ребром 10 см.



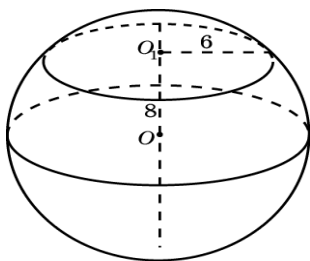
3. Осевое сечение цилиндра - квадрат. Площадь основания равна 1. Найдите объем цилиндра.



4. Радиус основания конуса равен 3 м, высота - 4 м. Найдите площадь и объем конуса.



5. Сечение шара плоскостью, отстоящей от центра шара на расстоянии 8 см, имеет радиус 6 см. Найдите объем шара.



Тема 17: Векторы в пространстве

Задания для решения:

Задание 1. Вне плоскости треугольника ABC взята точка O. Отложите от точки O отрезок:

- а) $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{OB}$; б) $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$; в) $-\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC}$.

Задание 2. Постройте вектор $\vec{x}$, удовлетворяющий равенству: $\vec{x} + \vec{a} - \vec{b} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$

Задание 3. Пусть $\vec{a}$ и $\vec{b}$ -единичные перпендикулярные векторы. Вычислите скалярное произведение $(3\vec{a} - \vec{b}) \cdot (2\vec{b} - 2\vec{a})$.

Задание 4. Базисные векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, длины которых соответственно равны 2 и 3, образуют угол, равный 120° . Вектор $\vec{x}$ образует с векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ углы соответственно равные 30° и 90° . Найдите координаты этого вектора в базисе $(\vec{a}, \vec{b})$, если $|\vec{x}|=1$.

Задание 5. Даны векторы $\vec{a} = (2; 3; -1)$, $\vec{b} = (0; 1; 4)$, $\vec{c} = (1; 0; -3)$. Определите:

- а) координаты вектора: $\vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c}$;
б) длину векторов: $\vec{a} + 3\vec{c}$, $2\vec{b} - \vec{c}$, $\vec{a} \cdot \vec{c}$;
в) углы между векторами: $\vec{a}$ и $\vec{b}$, $\vec{a}$ и $\vec{c}$.

Ответьте на вопросы:

1. Сформулируйте определение вектора.
2. Что понимается под длиной или модулем вектора?
3. Какие векторы называются коллинеарными?
4. Какие векторы называются равными?
5. Что называется нулевым вектором?
6. Какой вектор называется противоположным данному?
7. Что называется суммой (разностью) двух векторов?
8. Перечислите свойства сложения векторов.
9. Что понимается под произведением вектора на число?
10. Перечислите свойства произведения вектора на число.
11. Сформулируйте определение скалярного произведения двух векторов.
12. Перечислите свойства скалярного произведения.
13. Как построить прямоугольную систему координат на плоскости (в пространстве)?
14. Что называется координатами вектора на плоскости (в пространстве)?
15. По каким формулам вычисляется сумма, разность, произведения векторов и угол между ними в координатах?

Тема 18: Метод координат в пространстве

Задачи для решения:

№ 1. Найти длину вектора $\overrightarrow{AB}$, если $A(-4; -3; 1)$ и $B(6; 9; 5)$

№ 2. Найти координаты т. М – середины отрезка АВ, если $A(7; 1; 5)$ и $B(-8; 4; -1)$.

№ 3. Найти $4\vec{a} + 3\vec{b}$, если $\vec{a} = (-1; 4; -3)$, $\vec{b} = (-2; 3; -2)$.

№ 4. Найти скалярное произведение векторов $\vec{a} = (-2; -3; 1)$, $\vec{b} = (-5; 8; -4)$

№ 5. Найти косинус угла между векторами $\vec{a} = (-4; 3; -5)$, $\vec{b} = (-5; -3; 4)$

№6. Найдите скалярное произведение вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b}$ и сделайте вывод, каков угол между этими векторами (острый, прямой, тупой)

Заполните таблицу:

	Векторы	Скалярное произведение векторов	Какой угол между векторами
1	$\vec{a}\{-5;7\}$ $\vec{b}\{2;1\}$		
2	$\vec{a}\{-4;5\}$ $\vec{b}\{15;4\}$		
3	$\vec{a}\{3;1\}$ $\vec{b}\{ \quad ; -6\}$		
4	$\vec{a}\{-22;34\}$ $\vec{b}\{17;11\}$		
5	$\vec{a}\{2;19\}$ $\vec{b}\{13;-6\}$		
6	$\vec{a}\{-15;7\}$ $\vec{b}\{-8;5\}$		

Тема 19: Изображение пространственных фигур

Задание 1:

Построить изображение правильного пятиугольника.

Задание 2:

Решите 5 карточек по выбору.

Карточка №1	Задание 1. Запишите определение: многогранник – это...	Задание 2. Решите задачу: Основанием прямой четырёхугольной призмы является прямоугольник со сторонами 4 см и 5 см. Длина бокового ребра равна 8 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.	Задание 3. Решите задачу: Найти площадь боковой поверхности треугольной пирамиды, у которой высоты боковых граней 7 см, а стороны оснований 4 см, 5 см и 5 см.	Задание 4. Решите задачу: Диагональ осевого сечения цилиндра равна 48 см. Угол между этой диагональю и образующей цилиндра равен 60. Найдите: высоту цилиндра.
Карточка №2	Задание 1. Запишите определение: пирамида – это...	Задание 2. Решите задачу: В прямой четырёхугольной призме основание – квадрат с периметром 28 см, длина бокового ребра 6 см. Найдите полную поверхность призмы.	Задание 3. Решите задачу: Найти площадь боковой поверхности правильной пятиугольной пирамиды, у которой сторона основания 4 см, а апофема 5 см?	Задание 4. Решите задачу: Диагональ осевого сечения цилиндра равна 48 см. Угол между этой диагональю и образующей цилиндра равен 60. Найдите: радиус цилиндра
Карточка №3	Задание 1. Запишите определение: призма – это...	Задание 2. Решите задачу: В основании прямой четырёхугольной призмы - прямоугольник со сторонами 5 см и 7 см. Площадь боковой поверхности призмы равна 144 см ² . Найдите площадь полной поверхности призмы.	Задание 3. Решите задачу: Апофема правильной четырёхугольной пирамиды равна 2а. Высота пирамиды равна $a\sqrt{3}$. Найдите сторону основания пирамиды.	Задание 4. Решите задачу: Диагональ осевого сечения цилиндра равна 48 см. Угол между этой диагональю и образующей цилиндра равен 60. Найдите: площадь основания цилиндра

Карточка №4	Задание 1. Запишите определение: параллелепипед – это...	Задание 2. Решите задачу: Площадь полной поверхности правильной четырёхугольной призмы равна 210 см^2, а площадь её боковой поверхности равна 160 см^2. Найдите чему равна сторона основания и высота ребра.	Задание 3. Решите задачу: Апофема правильной четырёхугольной пирамиды равна $2a$. Высота пирамиды равна $a\sqrt{3}$. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды;	Задание 4. Решите задачу: Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 40 см. Найдите: высоту цилиндра.
Карточка №5	Задание 1. Запишите определение: тетраэдр – это...	Задание 2. Решите задачу: В основании четырёхугольной призмы - прямоугольник со сторонами 5 см и 7 см. Все боковые рёбра призмы равны. Высота равна 9 см. Найдите площадь боковой и полной поверхности призмы.	Задание 3. Решите задачу: Апофема правильной четырёхугольной пирамиды равна $2a$. Высота пирамиды равна $a\sqrt{3}$. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.	Задание 4. Решите задачу: Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 40 см. Найдите: $S_{\text{о}}$ цилиндра.
Карточка №6	Задание 1. Запишите определение: цилиндр – это...	Задание 2. Решите задачу: Дана правильная четырёхугольная призма. Её высота равна 6 см, а периметр основания 32 см. Найдите площадь полной поверхности.	Задание 3. Решите задачу: Основанием пирамиды $DABC$ является прямоугольный треугольник ABC, у которого гипотенуза AB равна 29 см, катет AC равен 21 см. Ребро DA перпендикулярно к плоскости основания и равно 20 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.	Задание 4. Решите задачу: В основании прямой четырёхугольной призмы - прямоугольник со сторонами 5 см и 7 см. Площадь боковой поверхности призмы равна 144 см^2. Вычислите объём призмы.

Карточка №7	Задание 1. Запишите определение: конус – это...	Задание 2. Решите задачу: Сторона основания правильной четырёхугольной призмы равна 12 см, высота 8 см. Вычислите боковую поверхность.	Задание 3. Решите задачу: Найдите объём правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 3 см, а высота – 4 см.	Задание 4. Решите задачу: Площадь осевого сечения цилиндра равна 10 м^2, а площадь основания – 5 м^2. Найдите высоту цилиндра.
Карточка №8	Задание 1. Запишите определение: диагональ призмы – это...	Задание 2. Решите задачу: Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 72, боковые ребра равны 164. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.	Задание 3. Решите задачу: Найдите объём правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 2 см, а высота – 3 см.	Задание 4. Решите задачу: Площадь полной поверхности правильной четырёхугольной призмы равна 210 см^2, а площадь её боковой поверхности равна 160 см^2. Вычислите объём призмы.
Карточка №9	Задание 1. Запишите определение: прямая призма – это...	Задание 2. Решите задачу: Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8, боковое ребро равно 5. Найдите объём призмы.	Задание 3. Решите задачу: Дана правильная усеченная четырёхугольная пирамида. Длины оснований равны 5 см, 3 см. Апофема $L = 4 \text{ см}$. Найдите площадь боковой поверхности фигуры.	Задание 4. Решите задачу: Высота цилиндра 10см. Радиус основания 3см. Найдите площадь боковой поверхности и объём цилиндра.
Карточка №10	Задание 1. Запишите определение: наклонная призма – это...	Задание 2. Решите задачу: Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 3 и 5. Объём призмы равен 30. Найдите её боковое ребро.	Задание 3. Решите задачу: Основание пирамиды - прямоугольник со сторонами 6 см и 8см. Высота пирамиды равна 12 см и проходит через точку пересечения диагоналей основания. Найдите боковые ребра пирамиды.	Задание 4. Решите задачу: В основании четырёхугольной пирамиды - прямоугольник со сторонами 5 см и 7 см. Все боковые рёбра пирамиды равны. Высота равна 9 см. Найдите объём пирамиды.

Карточка №11	Задание 1. Запишите определение: высота пирамиды – это	Задание 2. Решите задачу: Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 2 см и 3 см. Объем призмы равен 12. Найдите ее боковое ребро.	Задание 3. Решите задачу: Цилиндр получен вращением квадрата со стороной 5 см вокруг одной из его сторон. Найдите объем полученного цилиндра.	Задание 4. Решите задачу: Дана правильная четырехугольная пирамида. Ее высота равна 6 см, а периметр основания 64 см. Найдите объем пирамиды.
Карточка №12	Задание 1. Запишите определение: правильная пирамида – это...	Задание 2. Решите задачу: Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 5 и 8, боковое ребро равно 6. Найдите объем призмы.	Задание 3. Решите задачу: В правильной четырехугольной пирамиде SABCD точка O – центр основания, S – вершина, $SO = 12$, диагональ квадрата 18. Найдите боковое ребро SD.	Задание 4. Решите задачу: Радиус основания цилиндра равен 2 см, высота – 5 см, найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
Карточка №13	Задание 1. Запишите определение: апофема – это...	Задание 2. Решите задачу: Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 4 и 5. Объем призмы равен 40. Найдите ее боковое ребро.	Задание 3. Решите задачу: В правильной треугольной пирамиде SABC K – середина ребра BC, S – вершина. Известно, что $AB = 7$, а площадь боковой поверхности равна 168. Найдите длину отрезка SK.	Задание 4. Решите задачу: Радиус основания цилиндра в два раза меньше образующей, равной 4а. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
Карточка №14	Задание 1. Запишите определение: основания цилиндра – это	Задание 2. Решите задачу: Найти площадь правильной треугольной призмы, сторона основания которой 6 см, а высота - 10 см.	Задание 3. Решите задачу: В правильной четырехугольной пирамиде SABCD точка O – центр основания, S – вершина, $SA=13$, диагональ основания 24. Найдите длину отрезка SO.	Задание 4. Решите задачу: Радиус основания цилиндра равен 8 см, высота – 3 см, найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

Карточка №15	Задание 1. Запишите определение: образующая цилиндра – это...	Задание 2. Решите задачу: В основании прямой треугольной призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 8 и 6 см. Найти боковое ребро призмы, если ее боковая поверхность равна 120 квадратных сантиметров.	Задание 3. Решите задачу: В правильной четырехугольной пирамиде SABCD с основанием ABCD боковое ребро $SC=17$, сторона основания равна $8\sqrt{2}$. Найдите объем пирамиды.	Задание 4. Решите задачу: Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна 12 см, высота 8 см. Вычислите боковую поверхность пирамиды.
Карточка №16	Задание 1. Запишите определение: осевое сечение цилиндра – это...	Задание 2. Решите задачу: В правильной четырехугольной призме площадь основания 144 см^2, а высота 14 см. Найти объем призмы и площадь полной поверхности.	Задание 3. Решите задачу: В правильной четырехугольной пирамиде SABCD точка O – центр основания, S – вершина, $SO=8$, диагональ основания $=30$. Найдите боковое ребро SC.	Задание 4. Решите задачу: Найдите площадь полной поверхности цилиндра, полученного вращением прямоугольника со сторонами 4 см и 7 см вокруг его меньшей стороны.
Карточка №17	Задание 1. Запишите определение: высота цилиндра – это...	Задание 2. Решите задачу: Определите полную поверхность правильной четырехугольной пирамиды, если сторона основания равна 5 см, а высота боковой грани равна 4 см.	Задание 3. Решите задачу: В правильной четырехугольной пирамиде SABCD с основанием ABCD боковое ребро $SC=13$, сторона основания равна $5\sqrt{2}$. Найдите объем пирамиды.	Задание 4. Решите задачу: Найдите радиус цилиндра, если площадь боковой поверхности цилиндра равна $64\pi \text{ м}^2$, а высота – 8 м

Ответьте на вопросы:

1. Верно ли, что через любую точку пространства можно провести множество прямых параллельных данной прямой?
2. Верно ли, что если одна из двух параллельных прямых пересекает плоскость, то и другая тоже пересекает эту плоскость?
3. Верно ли, что две непересекающиеся прямые в пространстве параллельны?
4. Верно ли, что если две прямые параллельны некоторой плоскости, то они параллельны друг другу?

4 Критерии оценивания знаний и умений студентов

Критерии оценки знаний при проведении устного опроса.

«Отлично» ставится, если дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос; показана совокупность осознанных знаний об объекте изучения (свободно оперирует понятиями, терминами и др.); в ответе отслеживается четкая структура, выстроенная в логической последовательности; ответ изложен грамотно с использованием профессиональных терминов;

«Хорошо» ставится, если дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показано умение выделять существенные и несущественные моменты материала; ответ четко структурирован, выстроен в логической последовательности, изложен грамотно, однако были допущены неточности в определении понятий, терминов.

«Удовлетворительно» ставится, если дан не полный ответ на поставленный вопрос, логика и последовательность изложения ответа на вопросы билета имеют некоторые нарушения, допущены несущественные ошибки в изложении теоретического материала и употреблении терминов.

«Неудовлетворительно» ставится, если дан не полный ответ на поставленный вопрос, логика и последовательность изложения имеют нарушения, допущены существенные ошибки в теоретическом материале (фактах, терминах и др.); в ответе отсутствуют выводы, речь неграмотная; сформированность умений не показана.

Критерии оценивания выполнения письменных контрольных работ

- 1 **Оценка «отлично»** ставится, если студент выполнил работу в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, графики, вычисления; правильно решено практическое задание, даны пояснения к решенной задаче.
- 2 **Оценка «хорошо»** ставится, если студент выполнил требования к оценке "5", но допущены 2-3 недочета.
- 3 **Оценка «удовлетворительно»** ставится, если студент выполнил работу не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения практического задания были допущены ошибки.
- 4 **Оценка «неудовлетворительно»** ставится, если студент выполнил работу не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов, задачи решены с грубыми ошибками или не решены.

Критерии оценивания тестовых работ

Оценка за контроль ключевых компетенций учащихся производится по пятибалльной системе. При выполнении заданий ставится отметка:

- «3» - за 50-70% правильно выполненных заданий,
- «4» - за 70-85% правильно выполненных заданий,
- «5» - за правильное выполнение более 85% заданий.

5 Условия для реализации программы учебной дисциплины

Требования к материально-техническому обеспечению.

Реализация учебной дисциплины требует наличия учебного кабинета экономических наук.

Оборудование учебного кабинета:

- посадочные места по количеству студентов;
- рабочее место преподавателя;
- инструктивный и бланковый материал;
- комплект учебно-методической документации.

Технические средства обучения:

Информационное обеспечение обучения: перечень рекомендуемых учебных изданий, интернет-ресурсов и дополнительной литературы:

Основные источники:

- 1 Шепель, О. М. Математика : учебное пособие для СПО / О. М. Шепель. — Санкт-Петербург : Лань, 2025. — 136 с.
- 2 Булдык, Г. М. Математика / Г. М. Булдык. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 156 с.
- 3 Гарбарук, В. В. Финансовая математика : учебное пособие / В. В. Гарбарук, Н. С. Славин. — Санкт-Петербург : ПГУПС, 2024. — 60 с.
- 4 Казакова, О. Н. Математика: практикум : учебное пособие / О. Н. Казакова, Г. В. Теплякова, Т. А. Фомина. — Оренбург : ОГУ, 2024. — 165 с.
- 5 Казакова, О. Н. Математический анализ. Элементы теории вероятностей и математической статистики : учебное пособие / О. Н. Казакова, Г. В. Теплякова, Т. А. Фомина. — Оренбург : ОГУ, 2021. — 157 с.
- 6 Рзаева, М. Д. Математика. Решение текстовых задач : учебное пособие для СПО / М. Д. Рзаева ; под редакцией К. И. Буйлов. — Санкт-Петербург : Лань, 2025. — 116 с.

Дополнительные источники:

- 1 Фабочки «Финансовые инструменты». - М.: ЭКСМО 2022.
- 2 В. Д. Симоненко «Основы предпринимательства». – М.: ВИТА – ПРЕСС 2021.
- 3 Н. И. Берзон «Фондовый рынок». – М.: ВИТА – ПРЕСС 2022.
- Кашин В.А. Налоги и налогообложение – М.: Магистр, 2023.

Интернет-ресурсы:

- 1 <http://www.edu.ru> Федеральный портал «Российское образование»
- 2 <http://window.edu.ru> Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам»

- 3 <http://fcior.edu.ru> Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов
- 4 <http://www.tih.kubsu.ru/informatsionnie-resursi/elektronnie-resursi-nb.html> Электронные библиотечные системы и ресурсы.
- 5 <http://1jur.ru> Система «Юрист»
- 6 <http://1jur.ru> Система «Главбух»
- 7 [http:// www.minfin.ru](http://www.minfin.ru) Министерство финансов РФ
- 8 [http:// www.cbr.ru](http://www.cbr.ru) Центральный банк РФ
- 9 <http://www.nalog.ru> Федеральная налоговая служба
- 10 <http://www.consultant.ru/> справочная система «Консультант Плюс»