

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Крюков Вадим Николаевич

Должность: Проректор по образовательной деятельности и молодежной политике

Дата подписания: 25.06.2026 10:51:23

Уникальный программный ключ:

1b0adb7fd710f6a0705d90c58682bd0c5f2f25b2

Министерство науки и высшего образования РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Заполярный государственный университет им. Н. М. Федоровского»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

«Аналитическая геометрия и линейная алгебра»

Уровень образования: *бакалавр*

Кафедра «Физико-математические дисциплины»
наименование кафедры

Разработчик ФОС:

Ст. преподаватель

(должность, степень, ученое звание)

(подпись)

Иванова З.Н.

(ФИО)

Оценочные материалы по дисциплине рассмотрены и одобрены на заседании кафедры,
протокол № 9 от 10.06.2026

Заведующий кафедрой _____ А. В. Фадеенков

Фонд оценочных средств по дисциплине «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» для текущей/ промежуточной аттестации разработан в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 22.03.02 «Металлургия», профиль «Прогрессивные технологии металлургии цветных металлов» на основе Рабочей программы дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра», утвержденной решением ученого совета № от «» г., Положения о формировании Фонда оценочных средств по дисциплине (ФОС), Положения о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся ЗГУ, Положения о государственной итоговой аттестации (ГИА) выпускников по образовательным программам высшего образования в ЗГУ им. Н.М. Федоровского.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами образовательной программы

Таблица 1 – Компетенции и индикаторы их достижения

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения и планируемые результаты обучения по дисциплине
Универсальные	
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	УК-1.1. Осуществляет поиск, критический анализ и синтез информации, необходимой для решения поставленных задач УК-1.2. Применяет системный подход для решения поставленных задач
Общепрофессиональные	
ОПК-1. Способен решать задачи профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания	ОПК-1.1 Понимает фундаментальные основы естественнонаучных дисциплин ОПК-1.2 Использует основные законы естественнонаучных дисциплин при решении стандартных задач в профессиональной деятельности

Таблица 2. Паспорт фонда оценочных средств

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Формируемая компетенция	Наименование оценочного средства	Форма оценивания
1. Элементы матричного исчисления: Матрицы. Определители	УК-1, ОПК-1	Тест, контрольная работа (типовой расчет №1)	Письменно
2. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ): Решение СЛАУ методом Крамера, матричным методом, методом Гаусса.	УК-1, ОПК-1	Тест, контрольная работа (типовой расчет №2)	Письменно
3. Векторная алгебра	УК-1, ОПК-1	Тест, контрольная работа (типовой расчет №3)	Письменно
4. Прямая на плоскости	УК-1, ОПК-1	Тест, контрольная работа (типовой расчет №4)	Письменно
5. Кривые второго порядка	УК-1, ОПК-1	Тест, контрольная работа (типовой расчет №5)	Письменно
6. Прямая и плоскость в пространстве. Поверхности второго порядка.	УК-1, ОПК-1	Тест, контрольная работа (типовой расчет №6)	Письменно

2. Перечень контрольно-оценочных средств (КОС)

Для определения качества освоения обучающимися учебного материала по дисциплине используются следующие контрольно-оценочные средства текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся:

Таблица 3. Перечень контрольно-оценочных средств

	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания*	Критерии оценивания**
1.	<i>Текущий контроль качества</i>			
1.1	Тестовые задания	1 семестр	Достигнут/ не достигнут пороговый уровень освоения компетенции	Зачтено/ не зачтено
1.2	Контрольная работа «Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии»: Типовой расчет №1 «Матрицы. Определители»; Типовой расчет №2 «Системы линейных алгебраических уравнений»; Типовой расчет №3 «Векторная алгебра»; Типовой расчет №4 «Прямая на плоскости»;	1 семестр	Достигнут/ не достигнут пороговый уровень освоения компетенции	Зачтено/ не зачтено

	Типовой расчет №5 «Кривые второго порядка»; Типовой расчет №6 «Прямая и плоскость в пространстве»			
<i>Промежуточная аттестация</i>				
2.1	Билеты к зачету	1 семестр	Освоил/ не освоил компетенцию*	<u>По 4-х бальной шкале:</u>
2.2	Вопросы к зачету с оценкой	1 семестр	Освоил/ не освоил компетенцию*	
*Примерная шкала оценивания результатов обучения по дисциплине: 0 – 64 % от максимально возможной суммы баллов – «не зачтено» (недостаточный уровень для текущей/ промежуточной аттестации по дисциплине); 65 – 100 % от максимально возможной суммы баллов - «зачтено»				
**Критерии оценки результатов обучения по дисциплине: <u>По 4-х бальной шкале:</u> <i>освоил компетенцию – выставляется отметка отлично («5»), хорошо («4»), удовлетворительно («3»), не освоил компетенцию- выставляется отметка неудовлетворительно («2»).</i>				

****Критерии промежуточной аттестации**

Критерии выставления оценки по 4-балльной шкале оценивания для экзамена или «зачтено с «оценкой»:

- оценки «отлично» заслуживает обучающийся, обнаруживший всесторонние, глубокие знания учебного материала и умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой; изучивший основную литературу и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой обучения; безусловно отвечавший не только на вопросы билета, но и на дополнительные вопросы; проявивший творческие способности в использовании учебного материала;

- оценки «хорошо» заслуживает обучающийся, обнаруживший полные знания учебного материала, успешно выполнивший предусмотренные программой задания, изучивший основную литературу, отвечавший на все вопросы билета;

- оценки «удовлетворительно» заслуживает обучающийся, обнаруживший знания в объёме, необходимом для дальнейшей учёбы и работы по профессии, справившийся с выполнением заданий, знакомый с основной литературой, допустивший погрешности в ответе и при выполнении заданий, но обладающий достаточными знаниями для их устранения под руководством преподавателя;

- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных рабочей программой заданий, которые не позволят ему продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций в ходе освоения образовательной программы

(Полный комплект оценочных средств, включающий все варианты заданий (тестов, контрольных работ и методические указания к их выполнению и др.), предлагаемых обучающемуся, содержится в рабочих программах дисциплин (РПД) и хранится на кафедре в бумажном виде, размещены в электронном виде на официальном сайте университета в сети «Интернет» (www.norvuz.ru) в разделе «Университет/Сведения об образовательной организации/Образование/Документы, регламентирующие образовательный процесс»)

3.1 Задания для текущего контроля успеваемости

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

«Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии».

для студентов очной формы обучения

Контрольная работа для студентов очной формы обучения состоит из типовых расчетов (ТР) по ключевым темам дисциплины, которые включают в себя вариативные задания на формирование основных умений и навыков дисциплины. Аттестация «зачтено с оценкой» по контрольной работе выставляется студенту, если он защитил все типовые расчеты по курсу.

Защита выполненных типовых расчетов проводится в форме собеседования, предусматривает решение практических задач и призвана выявить уровень знаний студента по теме защищаемого ТР. Студенты, не выполнившие типовые расчеты, к их защите не допускаются. Типовой расчет считается выполненным, если правильно решены все задачи и найдены все ответы; типовой расчет считается защищенным, если студент ответил на все вопросы преподавателя. Прием защит ТР проводится преподавателями, осуществляющими проведение практических или лекционных занятий.

ПРИМЕРЫ ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ ПО ТЕМАМ:

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №1 ПО ТЕМЕ «МАТРИЦЫ. ОПРЕДЕЛИТЕЛИ»

<p>1. Вычислить определитель:</p> $\begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & -6 \end{vmatrix}.$ <p>2. Решить уравнение:</p> $\begin{vmatrix} -3 & 2 & 1 \\ x-1 & 0 & 7 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 0.$	<p>3. Найти обратную матрицу:</p> $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ <p>4. Найти ранг матрицы, применяя</p> $\begin{pmatrix} -2 & 3 & -1 & 1 & 6 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ 8 & -3 & 2 & 7 & -8 \\ 0 & 2 & -13 & 4 & -10 \end{pmatrix}$ <p>ЭП:</p>
--	--

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №2 ПО ТЕМЕ «СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ»

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений: а) методом Крамера; б) матричным методом. Выполнить проверку решения.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -2, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

2. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Выполнить проверку решения.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 7, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = -2, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 13, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 + 8x_4 = 11. \end{cases}$$

3. Найти общее решение и фундаментальную систему решений системы однородных линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 8x_3 + 4x_4 + x_5 = 0, \\ x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_3 + 2x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №3 ПО ТЕМЕ «ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА»

Задание 1.

а) Найти координаты единичных векторов, коллинеарных вектору $\vec{a} = -6\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$.

б) Даны векторы $\vec{a} = (3; 1; 2)$ и $\vec{b} = (2; -2; 4)$. Найти координаты, модуль, направляющие косинусы и орт вектора $2\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$.

Задание 2.

а) Вычислить длины диагоналей параллелограмма, построенного на векторах $\vec{m} = 5\vec{a} + 2\vec{b}$ и $\vec{n} = \vec{a} - 3\vec{b}$ и, если $|\vec{a}| = 2\sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 3$, $\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = 45^\circ$.

б) Векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол $\varphi = \frac{2\pi}{3}$; зная, что $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, вычислить $\left(3\vec{a} + 2\vec{b}\right)^2$.

Задание 3.

а) Найти косинус угла между векторами $\vec{a} = (4; 0; 3)$ и $\vec{b} = (2; -2; 1)$.

б) Даны три вектора $\vec{a} = (2; -1; 3)$, $\vec{b} = (1; -3; 2)$, $\vec{c} = (3; 2; -4)$. Найти вектор \vec{d} , удовлетворяющий условиям $\vec{d} \cdot \vec{a} = -5$, $\vec{d} \cdot \vec{b} = -11$, $\vec{d} \cdot \vec{c} = 20$.

Задание 4.

а) Доказать, что четырехугольник с вершинами $A(3; 2; -3)$, $B(2; 4; 6)$, $C(8; 3; 4)$, $D(9; 1; -5)$ есть параллелограмм. Найти длины его диагоналей.

б) Найти значения m , при которых векторы $\vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{a} - \vec{b}$ перпендикулярны, если $\vec{a} = (2; m; -1)$ и $\vec{b} = (1; -2; -3)$.

в) Найти вектор \vec{a} , коллинеарный вектору $\vec{b} = (3; 2; -1)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = 7$.

Задание 5.

а) Даны векторы $\vec{a} = (1; -2; 2)$ и $\vec{b} = (-1; 3; -2)$. Найти векторное произведение $(\vec{a} - 2\vec{b}) \times (2\vec{a} - 3\vec{b})$.

б) Даны векторы $\vec{a} = (-3; 4; -1)$, $\vec{b} = (-1; 2; 3)$, $\vec{c} = (-4; -2; 1)$. Найти направляющие косинусы вектора $2\vec{a} + (\vec{b} \times \vec{c})$.

Задание 6.

а) Установить, образуют ли векторы $\vec{a} = (2; 3; -1)$, $\vec{b} = (1; -1; 3)$, $\vec{c} = (1; 9; -11)$ базис?

б) Вычислить высоту пирамиды $ABCD$, опущенную на грань ABC , если $A(0; 0; 0)$, $B(5; 2; 0)$, $C(2; 5; 0)$, $D(1; 2; 4)$

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №4 ПО ТЕМЕ «ПРЯМАЯ НА ПЛОСКОСТИ»

Даны вершины треугольника ABC : $A(-2; 4)$ $B(3; 1)$ $C(10; 7)$.

Найти:

- уравнение стороны AB ;
- уравнение высоты CN ;
- уравнение медианы AM ;
- точку N пересечения медианы AM и высоты CH ;
- уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB ;
- расстояние от точки C до прямой AB ;
- сделать чертеж.

$A(-2; 4)$ $B(3; 1)$ $C(10; 7)$

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ № 5 ПО ТЕМЕ «КРИВЫЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА»

Составить канонические уравнения:

- эллипса;
- гиперболы;
- параболы,

где A, B – точки, лежащие на кривой, F – фокус, a – большая (действительная) полуось, b – малая (мнимая) полуось, ε – эксцентриситет, $y = +kx$ – уравнения асимптот гиперболы, D – директрисса кривой, $2c$ – фокусное расстояние.

- $b=15$; $F(-10; 0)$;
- $a=13$; $\varepsilon = \frac{14}{13}$;
- $D: x = -4$.

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №6 ПО ТЕМЕ «ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ В ПРОСТРАНСТВЕ»

Даны четыре точки:

$A_1(3, 1, 4)$ $A_2(-1, 6, 1)$ $A_3(-1, 1, 6)$ $A_4(0, 4, -1)$

Составить уравнения:

- плоскости $A_1A_2A_3$,
- прямой A_1A_2 ;
- прямой A_4M_1 перпендикулярной к плоскости $A_1A_2A_3$;
- прямой A_3N , параллельной прямой A_1A_2 ;
- плоскости, проходящей через точку A_4 перпендикулярно к прямой A_1A_2 .

Вычислить:

- синус угла между прямой A_1A_4 и плоскостью $A_1A_2A_3$;
- косинус угла между координатной плоскостью Oxy и плоскостью $A_1A_2A_3$.

$A_1(3, 1, 4)$ $A_2(-1, 6, 1)$ $A_3(-1, 1, 6)$ $A_4(0, 4, -1)$

Примеры тестовых заданий по всему курсу

Спецификация комплекта оценочных материалов

Количество заданий в комплекте оценочных материалов

Код компетенции	Наименование компетенции	Количество заданий
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	15
ОПК-1	Способен решать задачи профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания	15
Всего		30

Распределение заданий по типу и уровням сложности

Код компетенции	Индикатор сформированности компетенции	Номер задания	Тип задания	Уровень сложности задания	Время выполнения (мин)
УК-1	УК-1.1. Осуществляет поиск, критический анализ и синтез информации, необходимой для решения поставленных задач УК-1.2. Применяет системный подход для решения поставленных задач	1.	Задание открытого типа с развернутым ответом	Средний	3
		2.	Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа	Низкий	2
		3.	Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа	Средний	3
		4.	Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа	высокий	10
		5.	Задание закрытого типа на	Средний	3

			установление соответствия		
		6.	Задание комбинированного типа с выбором нескольких верных ответов из предложенных	Низкий	2
		7.	Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа из четырех предложенных и обоснованием выбора	Низкий	2
		8.	Задание закрытого типа на установление последовательности	Средний	3
		9.	Задание открытого типа с развернутым ответом	Средний	5
		10.	Задание закрытого типа на установление последовательности	Средний	3
		11.	Задание открытого типа с развернутым ответом	Средний	5
		12.	Задание открытого типа с развернутым ответом	Средний	5
		13.	Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа	Средний	3
		14.	Задание закрытого типа на установление соответствия	Низкий	2
		15.	Задание открытого типа с развернутым ответом	Высокий	10

ОПК-1.	ОПК-1.1 Понимает фундаментальные основы естественнонаучных дисциплин ОПК-1.2 Использует основные законы естественнонаучных дисциплин при решении стандартных задач в профессиональной деятельности	16.	Задание открытого типа с развернутым ответом	Средний	5
		17.	Задание открытого типа с развернутым ответом	Средний	5
		18.	Задание открытого типа с развернутым ответом	Средний	5
		19.	Задание открытого типа с развернутым ответом	Средний	5
		20.	Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа	Средний	5
		21.	Задание закрытого типа на установление соответствия	Высокий	10
		22.	Задание открытого типа с развернутым ответом	Высокий	10
		23.	Задание закрытого типа на установление соответствия	Средний	3
		24.	Задание закрытого типа на установление соответствия	Средний	5
		25.	Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа	Средний	5
		26.	Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа	Средний	3
27.	Задание комбинированного типа с выбором	Средний	5		

			одного верного ответа		
		28.	Задание закрытого типа на установление последовательности	Средний	5
		29.	Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа	Средний	3
		30.	Задание закрытого типа на установление последовательности	Средний	3

ТЕСТ

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$. Вычислить $C = A \cdot B$.

2. Соотношение $AB = BA$ выполняется только для ...

- 1) нулевых матриц
- 2) единичных матриц
- 3) диагональных матриц
- 4) перестановочных матриц

3. Корень уравнения $\begin{vmatrix} 2x + 1 & 3 \\ x - 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$ равен ...

- 1) 7
- 2) -7
- 3) -5
- 4) 1

4. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ равен:

- 1) 8
- 2) 2
- 3) 6
- 4) 1

5. Сопоставьте методы решения систем линейных уравнений с их характеристиками:

Метод	Характеристика
А. Метод Гаусса	1. Основан на вычислении определителей.
Б. Метод Крамера	2. Последовательное исключение переменных.
В. Матричный метод	3. Использование обратной матрицы.

6. Матрица имеет обратную, если...

- 1) Она вырожденная
- 2) Матрица квадратная и её определитель равен нулю
- 3) Число строк равно числу ее столбцов
- 4) Матрица прямоугольная
- 5) Она невырожденная
- 6) Матрица симметричная
- 7) Определитель матрицы отличен от нуля

7. Сколько решений имеет система $\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ 4x + 6y = 12 \end{cases}$?
- 1) Одно решение
 - 2) Нет решений
 - 3) Бесконечно много решений
 - 4) Два решения
8. Расположите этапы решения системы линейных уравнений методом Гаусса в правильной последовательности:
- А. Приведение расширенной матрицы системы к ступенчатому виду с помощью элементарных преобразований строк.
 - Б. Запись системы в виде расширенной матрицы.
 - В. Выполнение обратного хода для нахождения значений неизвестных.
 - Г. Проверка совместности системы по рангу матрицы.
9. Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ методом Крамера.
10. Расположите этапы нахождения обратной матрицы A^{-1} в правильной последовательности:
- А. Вычисление алгебраических дополнений элементов матрицы.
 - Б. Транспонирование матрицы алгебраических дополнений.
 - В. Проверка, что определитель матрицы AA не равен нулю.
 - Г. Деление транспонированной матрицы на определитель AA .
11. Даны точки $A(2;-1;3)$, $B(0;1;-2)$, $C(3;2;1)$. Найти:
1. Координаты вектора BC .
 2. Проекцию вектора AB на вектор AC .
12. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(1;-2)$ параллельно вектору $a=(3;-4)$.
13. Какое уравнение задаёт прямую, проходящую через точки $A(1;2)$ и $B(3;4)$?
- 1) $y=x+1$
 - 2) $y=2x$
 - 3) $y=x-1$
 - 4) $y=-x+3$
14. Установите соответствие между операциями над векторами и их результатами:

Операция	Результат
А. Скалярное произведение	1. Вектор.
Б. Векторное произведение	2. Число.
В. Смешанное произведение	3. Объём параллелепипеда.

15. Даны точки $A(1,2,3)$, $B(4,6,9)$, $C(2,3,5)$. Найдите объём параллелепипеда, построенного на векторах \vec{AB} , \vec{AC} , \vec{AD} , где $D(3,5,7)$.

ОПК-1 Способен решать задачи профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общинженерные знания

16. Векторное произведение двух векторов $\vec{a}=(2; 1; 2)$ и $\vec{b} = (3; 2; 2)$ равно...

17. На плоскости даны два вектора $\vec{p}=(-1;3)$ и $\vec{q}=(3;2)$. Разложить вектор $\vec{a}=(-11; -12)$ по базису \vec{p} и \vec{q} .

18. Даны концы $A(3; -5)$ и $B(-1; 1)$ однородного стержня . Найдите координаты его центра тяжести.

19. Даны координаты вершин треугольника $A(4; -1; 3)$, $B(2; 3; 4)$ и $C(3; 1; 2)$. Найдите координаты точки пересечения медиан треугольника.

20. Площадь треугольника, образованного пересечением прямой $4x+3y+36=0$ с осями координат равна...

- a. 12
- b. 36
- c. 54
- d. 108

21. Сопоставьте операции над векторами с их результатами (даны векторы $a=(1;2)$, $b=(3;-1)$):

Операция	Результат
А. Скалярное произведение $a \cdot b$	1. (4;1)
Б. Векторное произведение $a \times b$ (в 3D)	2. 1
В. Сумма векторов $a+b$	3. (0;0;-7)
Г. Разность векторов $a-b$	4. (-2;3)

22. Какие из следующих операций сохраняют ранг матрицы?

- 1) Перестановка строк
- 2) Умножение строки на ненулевое число
- 3) Добавление к одной строке другой, умноженной на число
- 4) Удаление строки

23. Установите соответствие между геометрическими объектами и их уравнениями:

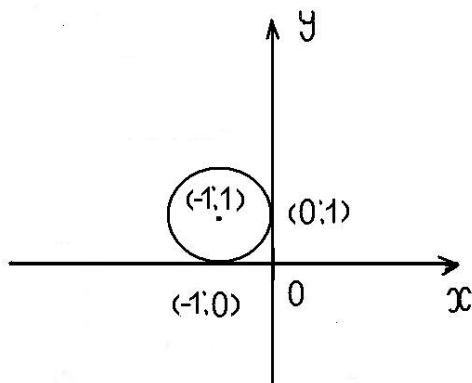
Объект	Уравнение
А. Плоскость в пространстве	1. $Ax+By+Cz+D=0$

Объект	Уравнение
Б. Прямая на плоскости	2. $Ax+By+C=0$
В. Сфера	3. $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$
Г. Окружность на плоскости	4. $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$

24. Установите соответствие между видами уравнений прямой на плоскости и их формулами:

Вид уравнения	Формула
А) Общее уравнение	1) $y = kx + b$
Б) Уравнение с угловым коэффициентом	2) $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$
В) Уравнение через две точки	3) $Ax + By + C = 0$
Г) Уравнение через точку и направляющий вектор	4) $\frac{x-x_0}{a_x} = \frac{y-y_0}{a_y}$
Д) Уравнение в отрезках	5) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$
Е) Нормальное уравнение	6) $x \cos \alpha + y \sin \alpha - p = 0$

25. Каноническое уравнение окружности на рисунке имеет вид...



- 1) $(x + 1)^2 + y^2 = 1$
- 2) $x^2 + (y + 1)^2 = 1$
- 3) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$
- 4) $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$

26. Геометрическое место точек, сумма расстояний которых до двух данных точек, называемых фокусами, есть величина постоянная, называется ...

- 1) гиперболой
- 2) параболой
- 3) эллипсом
- 4) окружностью

27. Прямая отсекает на оси ou отрезок $b=3$ и имеет угловой коэффициент $2/3$. Составить её уравнение.

Ответ : $2x-3y+9=0$

28. Установите порядок нахождения расстояния от точки до плоскости:

1. Записать уравнение плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$
2. Подставить координаты точки (x_0, y_0, z_0)
3. Вычислить $d = \frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$
4. Найти нормальный вектор плоскости

29. Уравнение поверхности второго порядка $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} - \frac{z^2}{36} = -1$ определяет:

- 1) однополостный гиперболоид
- 2) двуполостный гиперболоид
- 3) эллиптический параболоид
- 4) конус

30. Расставьте этапы приведения уравнения поверхности к каноническому виду:

- 1) Нахождение собственных значений матрицы квадратичной формы
- 2) Диагонализация квадратичной формы
- 3) Перенос начала координат (если есть линейные члены)
- 4) Определение типа поверхности

Ключ верных вариантов ответов

№ задания	Верный ответ	Критерии
1.	$\begin{pmatrix} 8 & -2 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$	1 б - полный правильный ответ; 0 б - остальные случаи
2.	4)	1 б - совпадение с верным ответом; 0 б - остальные случаи
3.	1)	1 б - полный правильный ответ; 0 б - все остальные случаи
4.	8)	1 б - полный правильный ответ; 0 б - остальные случаи
5.	А-2 Б-1 В-3	1 б - полный правильный ответ; 0 б - остальные случаи
6.	3) 7)	1 б - совпадение с верным ответом; 0 б - остальные случаи
7.	3)	1 б - совпадение с верным ответом; 0 б - остальные случаи

8.	$B \rightarrow \Gamma \rightarrow A \rightarrow B$	1 б - полный правильный ответ; 0 б - остальные случаи
9.	(1;2)	1 б - полный правильный ответ; 0 б - остальные случаи
10.	$B \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow \Gamma$	1 б - полный правильный ответ; 0 б - остальные случаи
11.	$BC = (3;1;3)$ $\text{Pr}ACAB = 14$	1 б - полный правильный ответ; 0 б - остальные случаи
12.	$4x+3y+2=0$	1 б - полный правильный ответ; 0 б - остальные случаи
13.	1)	1 б - полный правильный ответ; 0 б - остальные случаи
14.	A-2, B-1, B-3	1 б - полный правильный ответ; 0 б - остальные случаи
15.	Объем равен 0. векторы компланарны	1 б - полный правильный ответ; 0 б - остальные случаи
16.	$-2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$	1 б - полный правильный ответ; 0 б - остальные случаи
17.	$p\vec{r} - 3q\vec{r}$	1 б - полный правильный ответ; 0 б - остальные случаи
18.	(1; -2)	1 б - полный правильный ответ; 0 б - остальные случаи
19.	(3;1;3)	1 б - полный правильный ответ; 0 б - остальные случаи
20.	3)	1 б - полный правильный ответ; 0 б - остальные случаи
21.	A — 2, B — 3, B — 1 Г — 4	1 б - полный правильный ответ; 0 б - остальные случаи
22.	1) 2) 3)	1 б - полный правильный ответ; 0 б - остальные случаи
23.	A — 1, B — 2, B — 3, Г — 4	1 б - полный правильный ответ; 0 б - остальные случаи
24.	A-3, B-1, B-2, Г-4, Д-5, Е-6	1 б - полный правильный ответ; 0 б - остальные случаи

25.	4)	1 б - полный правильный ответ; 0 б - остальные случаи
26.	3)	1 б - полный правильный ответ; 0 б - остальные случаи
27.	$2x-3y+9=0$	1 б - полный правильный ответ; 0 б - остальные случаи
28.	$1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 3$	1 б - полный правильный ответ; 0 б - остальные случаи
29.	2)	1 б - полный правильный ответ; 0 б - остальные случаи
30.	$1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 4$	1 б - полный правильный ответ; 0 б - остальные случаи

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА НА ТЕМУ
«Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии».
для студентов очно-заочной и заочной формы обучения

Задание 1

Даны координаты вершин пирамиды A_1, A_2, A_3, A_4 :
 $A_1(4;2;5), A_2(0;7;2), A_3(0;2;7), A_4(1;5;0)$.

Найти: 1) косинус угла между рёбрами A_1A_2 и A_1A_4 ; 2) площадь грани $A_1A_2A_3$; 3) объём пирамиды; 4) уравнения прямой A_1A_2 ; 5) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$.

Задание 2

Решить задачу.

Найти острый угол между прямой $9x + 3y - 7 = 0$ и прямой, проходящей через точки $A(1;-1)$ и $B(5;7)$.

Задание 3

Решить задачу.

Составить уравнение линии, расстояния каждой точки которой от начала координат и от точки $A(5;0)$ относятся как 2:1. Определить полученную линию.

Задание 4

Найти $(2A + B) \cdot (A - B)$, где матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 0 \\ -7 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задание 5

Доказать, что система имеет единственное решение. Решить систему методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 7x_3 - x_4 = 6, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ 3x_1 - 4x_3 - x_4 = 6, \\ x_1 + x_2 + 3x_4 = 3. \end{cases}$$

3.2 Задания для промежуточной аттестации

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ (макет)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № _____

1) Решить систему уравнений, выполнить проверку:

$$\begin{cases} 2x - 4y + z = 3, \\ x - 5y + 3z = -1, \\ x - y + z = 1. \end{cases}$$

2) Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$.

3) Вычислить работу силы $\vec{F} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ при перемещении материальной точки из положения $A(-1; 2; 0)$ в положение $B(2; 1; 3)$.

4) Даны координаты вершин треугольника $A(0; -2)$, $B(1; 1)$ и $C(3; 0)$. Написать уравнение медианы треугольника, проведённой из вершины A .

5) Дан эллипс, каноническое уравнение которого $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Построить эллипс и найти координаты его фокусов.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ С ОЦЕНКОЙ

1. Определение матрицы. Виды матриц. Операции над матрицами. Свойства алгебраических операций над матрицами.
2. Определители второго, третьего порядков и n-го порядка, свойства.
3. Разложение определителя по строке. Алгебраическое дополнение и минор. Формула разложения определителя по строке.
4. Свойства определителя. Система линейных уравнений, ее матричная запись. Совместность, определенность системы линейных уравнений.
5. Правило Крамера, решение систем линейных уравнений.
6. Метод Гаусса. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
7. Определение обратной матрицы. Способы ее нахождения. Критерии обратимости матрицы.
8. Определение ранга матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований строк матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.
9. Определение и примеры поля.
10. Определение и примеры векторного пространства.
11. Линейная комбинация, линейная зависимость и независимость векторов.
12. Определение базиса. Разложение вектора по базису. Координаты вектора

в данном базисе. Матрица перехода от одного базиса к другому и ее свойства.

13. Теорема об элементарных свойствах векторного пространства.
14. Определение размерности векторного пространства. Теорема о размерности.
15. Определение линейного оператора и его матрицы. Ядро и образ линейного оператора.
16. Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования. Характеристический многочлен матрицы линейного преобразования.
17. Определение и свойства скалярного произведения в абстрактном векторном пространстве.
18. Определение и примеры пространств со скалярным произведением. Определение ортогональности векторов, множеств. Теорема об ортогональных множествах.
19. Процессы ортогонализации и нормирования системы векторов.
20. Векторы на плоскости и в пространстве. Проекция вектора на ось, разложение вектора по ортам координатных осей.
21. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов, их выражение через координаты, геометрический смысл, свойства.
22. Уравнение прямой на плоскости: с угловым коэффициентом, общее, каноническое, параметрическое уравнение прямой, проходящей через две точки, уравнение прямой в отрезках. Угол между прямыми, расстояние от точки до прямой на плоскости.
23. Общее и параметрическое уравнение плоскости в пространстве, геометрический смысл коэффициентов в общем уравнении плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три точки. Угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости.
24. Каноническое, параметрическое, общее уравнение прямой в пространстве.
25. Расстояние от точки до плоскости, до прямой.
26. Угол между прямыми, плоскостями, между прямой и плоскостью.
27. Определение эллипса, его свойства.
28. Определение гиперболы, ее свойства.
29. Определение параболы, ее свойства.
30. Классификация кривых второго порядка.
31. Поверхности второго порядка.