

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Крюков Вадим Николаевич

Должность: Проректор по образовательной деятельности и молодежной политике

Дата подписания: 25.06.2026 10:51:24

Уникальный программный ключ:

1b0adb7fd710f6a0705d90c58682bd0c5f2f25b2

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Заплярный государственный университет им. Н. М. Федоровского»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине
Математический анализ

Уровень образования: бакалавриат

Кафедра физико-математических дисциплин

Разработчик ФОС:

_____ Фидарова М.Г.
(должность, степень, ученое звание) (подпись) (ФИО)

Оценочные материалы по дисциплине рассмотрены и одобрены на заседании кафедры, протокол № 9 от «10» июня 2026 г.

Заведующий кафедрой _____ Фаддеенков А.В.

Фонд оценочных средств по дисциплине «*Математический анализ*» для промежуточной аттестации разработан в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 22.03.02 *Металлургия* на основе Рабочей программы дисциплины «*Математический анализ*», Положения о формировании Фонда оценочных средств по дисциплине (ФОС), Положения о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся ЗГУ, Положения о государственной итоговой аттестации (ГИА) выпускников по образовательным программам высшего образования в ЗГУ им. Н.М. Федоровского.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами образовательной программы

Таблица 1 – Компетенции и индикаторы их достижения

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения и планируемые результаты обучения по дисциплине
Универсальные	
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1: Осуществляет поиск, критический анализ и синтез информации, необходимой для решения поставленных задач УК-1.2: Применяет системный подход для решения поставленных задач
	Знать: основные понятия, определения, свойства и методы математического анализа; способы выделения математической структуры прикладной задачи. Уметь: анализировать условие задачи, выбирать математический аппарат, интерпретировать результаты вычислений; применять основные методы математического анализа в рамках дисциплины и для решения задач. Владеть: навыками системного решения задач математического анализа и проверки корректности полученного результата.
Общепрофессиональные	
ОПК-1: Способен решать задачи профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания	ОПК-1.1: Понимает фундаментальные основы естественнонаучных дисциплин ОПК-1.2: Использует основные законы естественнонаучных дисциплин при решении стандартных задач в профессиональной деятельности
	Знать: основные понятия, определения и свойства объектов математического анализа, формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства. Уметь: применять основные методы математического анализа в рамках дисциплины и для решения основных

	профессиональных задач; Владеть: навыками использования математического аппарата при решении задач в рамках дисциплины и при решении основных профессиональных задач; навыками использования математического аппарата при решении основных профессиональных задач..
--	---

Таблица 2. Паспорт фонда оценочных средств

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Формируемая компетенция	Наименование оценочного средства	Форма оценивания
1. Основные элементарные функции, их характеристики.	УК-1, ОПК-1	Устный/письменный опрос, тестовые задания, практические задания	Устно/письменно
2. Предел и непрерывность функций действительного переменного	УК-1, ОПК-1	Тест, контрольная работа (типовой расчет № 1 «Теория пределов»)	Письменно
3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной и исследование функций	УК-1, ОПК-1	Тест, контрольная работа (типовой расчет № 2 «Производная и ее приложения»)	Письменно
4. Функции нескольких переменных. Частные производные. Экстремум функции многих переменных	УК-1, ОПК-1	Тест, контрольная работа (типовой расчет № 4 «Функции многих переменных»)	Письменно
5. Интегральное исчисление функции одной переменной: неопределенный, определенный и несобственный интеграл	УК-1, ОПК-1	Тест, контрольная работа (типовой расчет № 3 «Интегральное исчисление»)	Письменно
6. Двойной интеграл, его свойства, вычисление повторным интегралом и в полярных координатах	УК-1, ОПК-1	Тест, контрольная работа (типовой расчет № 5 «Двойные интегралы»)	Письменно
7. Итоговое обобщение курса, применение аппарата математического анализа к задачам моделирования	УК-1, ОПК-1	Вопросы к зачету, экзаменационные билеты	Устно/письменно

2. Перечень контрольно-оценочных средств (КОС)

Для определения качества освоения обучающимися учебного материала по дисциплине используются следующие контрольно-оценочные средства текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся:

Таблица 3. Перечень контрольно-оценочных средств

№	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
1	Текущий контроль качества			
1.1	Тестовые задания по разделам дисциплины	1-2 семестр	0-64% - не зачтено; 65-100% - зачтено	Зачтено/не зачтено
1.2	Устный или письменный опрос по основным понятиям и методам математического анализа	1-2 семестр	Достигнут/не достигнут пороговый уровень освоения компетенции	Зачтено/не зачтено
1.3	Контрольная работа/типовой расчет: № 1 «Теория пределов», № 2 «Производная и ее приложения», № 3 «Интегральное исчисление», № 4 «Функции многих переменных», № 5 «Двойные интегралы»	1-2 семестр	Достигнут/не достигнут пороговый уровень освоения компетенции	Зачтено/не зачтено
2	Промежуточная аттестация			
2.1	Контрольные вопросы и задания к зачету	1 семестр	Освоил/не освоил компетенцию	Зачтено/не зачтено
2.2	Экзаменационные билеты	2 семестр	4-балльная шкала	Отлично/хорошо/удовлетворительно/неудовлетворительно
	<p>*Примерная шкала оценивания результатов обучения по дисциплине: Минимальный уровень не достигнут - обнаружены пробелы у обучающегося в знаниях основного учебного материала, допускающим принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Ответы носят несистематизированный, отрывочный, поверхностный характер, обучающийся не понимает существа излагаемых им вопросов – «не зачтено»; Минимальный, средний, максимальный уровни - обучающийся показал знание учебного и нормативного материала, продемонстрировал выполнение задания, владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач – «зачтено».</p>			
	<p>**Критерии оценки результатов обучения по дисциплине: <u>Бинарная шкала:</u> «зачтено» - освоил компетенцию; «не зачтено» - не освоил компетенцию.</p>			
	<p>*** Примерные виды оценочного средства текущей аттестации: в устной форме (устный опрос, проведение семинаров, решение ситуационных задач.); 2) в письменной форме (типовые расчеты, письменные опросы и задания);</p>			

****Критерии промежуточной аттестации**

Критерии выставления аттестации «зачтено», «не зачтено»:

- «**Зачтено**» выставляется обучающемуся, если он показал достаточно прочные знания основных положений учебной дисциплины, умение самостоятельно решать конкретные практические задачи, предусмотренные рабочей программой, ориентироваться в рекомендованной справочной литературе, умеет правильно оценить полученные результаты.

- «**Не зачтено**» выставляется обучающемуся, если при ответе выявились существенные пробелы в знаниях основных положений учебной дисциплины, неумение с помощью преподавателя получить правильное решение конкретной практической задачи из числа предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины.

ПРИ НАЛИЧИИ Курсовой проекта / Курсовой работы

Не предусмотрены

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций в ходе освоения образовательной программы

3.1 Задания для текущего контроля успеваемости

Задания практических работ

Контрольная работа по дисциплине состоит из типовых расчетов по ключевым темам курса. Защита выполненных типовых расчетов проводится в форме собеседования и проверки решения практических задач. Аттестация «зачтено» выставляется при выполнении и защите всех обязательных расчетных заданий.

Типовой расчет № 1. «Теория пределов»

1. Вычислить пределы функций, используя свойства пределов, преобразование выражений и замечательные пределы.
2. Исследовать функцию на непрерывность в заданных точках, определить характер точек разрыва.
3. Сравнить бесконечно малые функции и установить их эквивалентность или порядок малости.
4. Решить профессионально ориентированную задачу на интерпретацию предельного значения параметра алгоритма или модели.

Типовой расчет № 2. «Производная и ее приложения»

1. Найти производные функций, включая сложные, неявные, параметрически заданные и степенно-показательные функции.
2. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в заданной точке.
3. Провести полное исследование функции одной переменной и построить эскиз графика.
4. Определить наибольшее и наименьшее значения функции на заданном промежутке.

Типовой расчет № 3. «Интегральное исчисление»

1. Вычислить неопределенные интегралы методами замены переменной, интегрирования по частям и разложения рациональной функции.
2. Вычислить определенные интегралы по формуле Ньютона - Лейбница.
3. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной заданными линиями.

4. Решить задачу на приложение определенного интеграла: объем тела вращения, работа переменной силы или среднее значение функции.

Типовой расчет № 4. «Функции многих переменных»

1. Найти область определения функции двух переменных и построить линии уровня.
2. Вычислить частные производные первого и второго порядков, полный дифференциал.
3. Исследовать функцию двух переменных на экстремум.
4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.

Типовой расчет № 5. «Двойные интегралы»

1. Составить пределы интегрирования по заданной области D.
2. Вычислить двойной интеграл повторным интегрированием.
3. Перейти к полярной системе координат и вычислить площадь области или интеграл по области.
4. Решить прикладную задачу на массу пластинки, центр тяжести или суммарный ресурс/нагрузку по двумерной области.

ПРИМЕРЫ ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ ПО ТЕМАМ:

Типовой расчет № 1. «Теория пределов»

Пример № 1	Пример № 2
<p>Задача 1. Вычислить пределы:</p>	
<p>а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}$</p> <p>б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - 2x^2 + x - 1}{x^3 - x^2 + 3x - 3}$</p> <p>в) $\lim_{x \rightarrow \infty} x - \sqrt{x^2 - x + 2}$</p> <p>г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x - 5}{2x + 3} \right)^{3x}$</p> <p>д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x + \sin x}{2x}$</p> <p>е) $\lim_{x \rightarrow -1} (2x + 3)^{\frac{1}{x+1}}$</p>	<p>а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{3x + 1} \right)^x$</p> <p>б) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3x^2 + x}{(x - 2)(x^2 + x + 1)} - \frac{2}{x - 2} \right)$</p> <p>в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x + 2} - \sqrt{2}}$</p> <p>г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1 - x^2}{3 + x^2} \right)^{4x^2}$</p> <p>д) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x + 7} - 3}{x - \sqrt{3 - x}}$</p> <p>е) $\lim_{x \rightarrow 2} (2x - 3)^{\frac{1}{x-2}}$</p>
<p>Задача 2. Для данной функции требуется :</p>	
<ul style="list-style-type: none"> • Найти точки разрыва и их классифицировать • Схематично построить график функции <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div data-bbox="271 1747 718 1971" style="text-align: center;"> $f(x) = \begin{cases} -2, & x < -\frac{\pi}{2} \\ 2 \sin x, & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ 1, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$ </div> <div data-bbox="989 1792 1308 1926" style="text-align: center;"> $f(x) = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x^3, & 0 \leq x < 2 \\ 3, & x > 2 \end{cases}$ </div> </div>	

Задача 3. Исследовать функцию $f(x)$ на непрерывность. В точках разрыва установить характер разрыва. Схематично построить график функции. (2 балла)

$$y = 9^{\frac{1}{x-2}}$$

$$y = 2^{\frac{1}{x+5}}$$

Типовой расчет №2 «Производная и ее приложения»

Пример № 1	Пример № 2
Задача 1. Найти производную функции пользуясь определением производной	
$y = \sqrt{8 - 2x}$	$y = \sqrt{2x - 1}$
Задача 2. Найти производную у следующих функций:	
а) $y = \frac{\sqrt{x}}{\sin x \cos x}$	а) $y = \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}$
б) $y = \sqrt[3]{2^{1-2x}}$	б) $y = e^{\operatorname{arcsin} x}$
в) $y = \sqrt[x]{x}$	в) $y = (\sin 3x)^x$
Задача 3. На параболе $y = x^2 - 3x + 5$ найти точку, касательная в которой параллельна прямой	
$y + 2x = 1$	$x - 2y = 2$
Задача 4. Найти уравнение касательной к кривой заданной параметрически	
$\begin{cases} x = t^2 - \sqrt{t} + 1 \\ y = t^3 - \frac{1}{t} \end{cases}, t_0 = 1$	$\begin{cases} x = t^3 - \sqrt{2t} + t \\ y = t^4 - \frac{1}{t} \end{cases}, t_0 = 2$
Задача 5. Вычислить приближенно при помощи дифференциала	
$\sqrt[5]{31,95}$	$\sqrt[3]{63,98}$
Задача 6. Найти производную неявно заданной функции	
$x^2 + xy - y \sin x = 0$	$x^3 + x^2y - x \sin y + 1 = 0$
Задача 7. Вычислить дифференциал указанного порядка	
$y = e^x \cos x$	$y = e^x \ln x$
Задача 8. Показать, что функция	
$y = 2 \cos x + 8 \sin x$	$y = e^{3x} + e^{2x}$
Удовлетворяет дифференциальному уравнению $y'' + y = 0$	Удовлетворяет дифференциальному уравнению $y'' - 5y' + 6y = 0$

Типовой расчет №3 «Интегральное исчисление»

Вариант № 1	Вариант № 2
Задача 1. Найти неопределенные интегралы	
а) $\int \frac{x dx}{7 + x^2}$	а) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{9 + x^3}}$
б) $\int \frac{(x + 18) dx}{x^2 - 4x - 12}$	б) $\int \frac{(8 - x) dx}{\sqrt{x^2 + 4x + 8}}$
в) $\int (3 - x) \sin x dx$	в) $\int \frac{7 + 5x}{4^x} dx$
г) $\int \sin 2x \sqrt{2 - 2 \cos^2 x} dx$	г) $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$
д) $\int x \ln^2 x dx$	д) $\int \arctg \sqrt{\frac{x}{2}} dx$
е) $\int \frac{dx}{2 \sin^2 x + 3 \cos^2 x}$	е) $\int \frac{\cos^3 x dx}{\sin^2 x}$
Задача 2. Вычислить определенные интегралы	
а) $\int_0^4 \frac{\sqrt{x} dx}{4 + x}$	б) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2 + 2x + 3}$
а) $\int_1^9 \frac{x dx}{\sqrt{2x + 7}}$	б) $\int_1^3 \frac{dx}{x^2 + x}$
Задача 3. Вычислить фигуры ограниченной линиями	
$y = \arcsin x, \quad \pi x = 2y$	$xy = 8, \quad y = 8x^3, \quad y = 27$
Задача 4. Вычислить объем тела образованного вращением фигуры ограниченной линиями	
$y = x^3, \quad x = 8, \quad y = 0$	$y = \frac{2}{1 + x^2}, \quad x = 0, \quad x = 1, \quad y = 0$

Типовой расчет №4 «Функции многих переменных»

ЗАДАНИЕ 1. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции
1. $z = 2^{xy} + \sin(2xy)$. 2. $z = \sin(x + y) + \operatorname{tg}(x^2 y)$.
ЗАДАНИЕ 2. Показать, что
$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ для функции $z = \sqrt{2xy + y^2}$
ЗАДАНИЕ 3. Исследовать на экстремум:

$z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y.$
ЗАДАНИЕ 4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции:
$z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x$ в треугольнике со сторонами $y = x + 1, y = 0, x = 3$
ЗАДАНИЕ 5. Найти производную функции:
$z = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 + 1$ в точке (3; 1) в направлении от этой точки к точке (6; 5).

Типовой расчет №5 «Двойные интегралы»

ЗАДАНИЕ 1. Определить порядок интегрирования:
$\int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^0 f(x, y) dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^0 f(x, y) dx$
ЗАДАНИЕ 2. Вычислить двойные интегралы
$\iint_D (12x^2y^2 + 16x^3y^3) dx dy;$ $x = 1; y = x^2; y = -\sqrt{x}.$
ЗАДАНИЕ 3. Найти площадь фигуры, перейдя к полярной системе координат:
$y^2 - 2y + x^2 = 0,$ $y^2 - 4y + x^2 = 0,$ $y = x/\sqrt{3}, y = \sqrt{3}x.$
ЗАДАНИЕ 4. Найти центр тяжести пластинки D, ограниченной кривыми с поверхностной плотностью μ :
$D : x = 1, y = 0, y^2 = x (y \geq 0);$ $\mu = 3x + 6y^2$
ЗАДАНИЕ 5. Вычислить работу, совершаемую переменной силой на линии l:
$\vec{F}(-y, x)$ l – верхняя половина эллипса $x=2\cos t, y=3\sin t$, проходимая в положительном направлении.
ЗАДАНИЕ 6. Вычислить массу дуги материальной линии l с плотностью μ :
$l : y = \sqrt{x^3}$ от $x = 0$ до $x = 1; \mu = \sqrt{4 + 9x}.$

Вопросы для устного или письменного опроса

В целях проверки знаний обучающихся, владение ими основными понятиями по соответствующей теме преподавателем в качестве оценочного материала могут быть использованы вопросы для устного или письменного опроса. Вопросы используются для проверки знания основных понятий, понимания математических методов и умения объяснять логику решения задач.

Примерные вопросы для устного или письменного опроса:

1. Элементарные функции, способы задания функции, область определения и область значений.
2. Предел функции в точке и на бесконечности. Основные свойства пределов.
3. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Эквивалентные бесконечно малые.
4. Первый и второй замечательные пределы и их применение.
5. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Классификация точек разрыва.
6. Производная функции в точке. Геометрический и механический смысл производной.
7. Дифференциал функции и его применение в приближенных вычислениях.
8. Основные правила дифференцирования. Производная сложной функции.
9. Производная неявной и параметрически заданной функции.
10. Производные высших порядков. Связь второй производной с выпуклостью графика.
11. Правило Лопиталя и условия его применения.
12. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши о дифференцируемых функциях.
13. Экстремумы функции одной переменной. Необходимые и достаточные условия экстремума.
14. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
15. Исследование функции и построение графика: общая схема.
16. Асимптоты графика функции: вертикальные, горизонтальные и наклонные.
17. Функции нескольких переменных. Область определения, линии уровня.
18. Частные производные и полный дифференциал функции нескольких переменных.
19. Производная по направлению и градиент функции.
20. Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия.
21. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
22. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла.
23. Методы интегрирования: замена переменной и интегрирование по частям.
24. Интегрирование рациональных, иррациональных и тригонометрических выражений.
25. Определенный интеграл: определение, свойства, формула Ньютона - Лейбница.
26. Приложения определенного интеграла: площадь, объем, работа переменной силы.
27. Несобственные интегралы первого и второго рода. Признаки сходимости.
28. Двойной интеграл: определение, свойства, геометрический смысл.
29. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием.
30. Переход к полярным координатам в двойном интеграле.
31. Использование методов математического анализа при моделировании задач информационных систем и технологий

Примеры тестовых заданий по всему курсу

Спецификация комплекта оценочных материалов

Количество заданий в комплекте оценочных материалов

Код компетенции	Наименование компетенции	Количество заданий
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	50
ОПК-1	Способен решать задачи профессиональной деятельности на основе использования теоретических и практических основ естественных и технических наук, а также математического аппарата	50
Всего		100

Распределение заданий по типу и уровням сложности

Код компетенции	Индикатор	Тип задания	№ задания	Уровень сложности	Время, мин
УК-1	УК-1.1 УК-1.2	Задание закрытого типа на установление соответствия	1–6, 61–64	низкий	2–10
УК-1	УК-1.1 УК-1.2	Задание закрытого типа на установление последовательности	7–12, 65–68	средний	2–10
УК-1	УК-1.1 УК-1.2	Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа из четырех предложенных и обоснованием выбора	13–18, 69–72	средний	2–10
УК-1	УК-1.1 УК-1.2	Задание комбинированного типа с выбором нескольких вариантов ответа из предложенных и развернутым обоснованием выбора	19–24, 73–76	высокий	2–10
УК-1	УК-1.1 УК-1.2	Задание открытого типа с развернутым ответом	25–30, 77–80	высокий	2–10
ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Задание закрытого типа на установление соответствия	31–36, 81–84	низкий	2–10
ОПК-1	ОПК-1.1	Задание закрытого типа на установление последовательности	37–42, 85–88	средний	2–10
ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа из четырех предложенных и обоснованием выбора	43–48, 89–92	средний	2–10
ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Задание комбинированного типа с выбором нескольких вариантов ответа из	49–54, 93–96	высокий	2–10

		предложенных и развернутым обоснованием выбора			
ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Задание открытого типа с развернутым ответом	55–60, 97–100	высокий	2–10

Типы заданий:

Тип задания	Последовательность действий при выполнении задания
Задание закрытого типа на установление соответствия	<ol style="list-style-type: none"> 1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидаются пары элементов. 2. Внимательно прочитать оба списка: список 1 – вопросы, утверждения, факты, понятия; список 2 – утверждения, свойства объектов. 3. Сопоставить элементы списка 1 с элементами списка 2. 4. Записать пары элементов, например А1, Б4.
Задание закрытого типа на установление последовательности	<ol style="list-style-type: none"> 1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что ожидается последовательность элементов. 2. Изучить предложенные варианты. 3. Построить верную последовательность действий. 4. Записать буквы/цифры в нужном порядке без пробелов и знаков препинания.
Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа из четырех предложенных и обоснованием выбора	<ol style="list-style-type: none"> 1. Прочитать текст задания. 2. Выбрать один наиболее верный ответ. 3. Записать букву ответа. 4. Кратко обосновать выбор.
Задание комбинированного типа с выбором нескольких вариантов ответа из предложенных и развернутым обоснованием выбора	<ol style="list-style-type: none"> 1. Прочитать текст задания. 2. Выбрать несколько верных вариантов ответа. 3. Записать буквы выбранных вариантов. 4. Обосновать выбор каждого ответа.
Задание открытого типа с развернутым ответом	<ol style="list-style-type: none"> 1. Прочитать вопрос и определить суть задания. 2. Продумать логику ответа. 3. Записать ответ четко и компактно. 4. В расчетной задаче привести решение и итоговый ответ.

Тестовые задания, позволяющие осуществлять оценку всех компетенций, установленных образовательной программой

УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

1. (УК-1; Соответствие) Установите соответствие между элементом анализа задачи и его содержанием.
 - А. Исходные данные
 - Б. Ограничения
 - В. Искомая величина
 - Г. Метод решения
 1. То, что требуется найти или доказать
 2. Условия применимости преобразований и допустимые значения переменных
 3. Известные величины и факты из условия
 4. Способ получения результата
2. (УК-1; Соответствие) Установите соответствие между видом информации и примером при исследовании функции.
 - А. Область определения
 - Б. Критические точки
 - В. Интервалы монотонности
 - Г. Интерпретация результата
 1. Промежутки, где $f'(x) > 0$ или $f'(x) < 0$
 2. Значение результата с учетом смысла задачи
 3. Множество допустимых x
 4. Точки, где $f'(x) = 0$ или $f'(x)$ не существует
3. (УК-1; Соответствие) Установите соответствие между задачей и первым рациональным действием.
 - А. Найти предел дробно-рациональной функции
 - Б. Исследовать функцию на экстремум
 - В. Вычислить двойной интеграл
 - Г. Найти область определения $\ln(x-3)$
 1. Описать область интегрирования D
 2. Проверить допустимость аргумента логарифма
 3. Определить тип неопределенности
 4. Найти производную и критические точки
4. (УК-1; Соответствие) Установите соответствие между ошибкой и способом ее устранения.
 - А. Не учтена область определения
 - Б. Неверно выбран метод интегрирования
 - В. Ответ не проверен
 - Г. Нарушена последовательность исследования функции
 1. Сверить результат с исходным условием
 2. Вернуться к допустимым значениям переменной
 3. Восстановить алгоритм: область определения, производные, выводы
 4. Проверить вид подинтегральной функции и применимость метода
5. (УК-1; Соответствие) Установите соответствие между математическим действием и проявлением системного подхода.
 - А. Выделение переменных
 - Б. Выбор метода
 - В. Проверка ответа
 - Г. Оформление вывода
 1. Объяснение полученного результата в терминах задачи
 2. Определение величин, от которых зависит объект

3. Сопоставление результата с ограничениями
4. Учет типа задачи и условий применимости
6. (УК-1; Задание закрытого типа на установление соответствия) Установите соответствие между функцией и ее производной.
- А. $y = x^3 - 2x$
- Б. $y = \ln x$
- В. $y = e^{(2x)}$
- Г. $y = \sin 3x$
1. $y' = 1/x$
2. $y' = 3x^2 - 2$
3. $y' = 2e^{(2x)}$
4. $y' = 3\cos 3x$
7. (УК-1; Последовательность) Расположите этапы решения прикладной задачи методами математического анализа.
- А. Интерпретировать результат
- Б. Выделить данные, ограничения и искомую величину
- В. Выбрать метод решения
- Г. Выполнить вычисления и проверить ответ
8. (УК-1; Последовательность) Расположите этапы исследования функции одной переменной.
- А. Найти производную и критические точки
- Б. Определить область определения
- В. Сделать вывод о монотонности и экстремумах
- Г. Проверить поведение функции и построить график
9. (УК-1; Последовательность) Расположите действия при выборе метода вычисления предела.
- А. Выполнить допустимые преобразования
- Б. Определить тип неопределенности
- В. Проверить область допустимых значений
- Г. Записать результат и проверить его
10. (УК-1; Последовательность) Расположите этапы решения задачи на двойной интеграл.
- А. Описать область D
- Б. Выбрать порядок интегрирования
- В. Записать пределы интегрирования
- Г. Вычислить повторный интеграл
11. (УК-1; Последовательность) Расположите этапы работы с ошибкой в расчетной задаче.
- А. Исправить решение
- Б. Найти место расхождения
- В. Проверить преобразования и условия применимости
- Г. Сравнить исправленный ответ с условием
12. (УК-1; Задание закрытого типа на установление последовательности) Расположите действия при вычислении интеграла $\int x e^{x^2} dx$ методом подстановки.
- А. Положить $u = x^2$, тогда $du = 2x dx$.
- Б. Заменить $x dx$ на $du/2$ и записать $1/2 \int e^u du$.
- В. Найти интеграл: $1/2 e^u + C$.
- Г. Вернуться к переменной x : $\frac{1}{2} e^{x^2} + C$.

13. (УК-1; Один ответ с обоснованием) Какой первый шаг наиболее корректен при решении задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке?

- а) Сразу выбрать максимальное число из условия
 - б) Найти область допустимых значений, критические точки и значения функции на концах отрезка
 - в) Использовать только вторую производную
 - г) Построить произвольный график
- Обоснуйте выбор.

14. (УК-1; Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа из четырех предложенных и обоснованием выбора) Вычислите значение производной функции $y = x^3 - 3x^2$ в точке $x_0 = 2$.

- а) 0
- б) 2
- в) 6
- г) -6

Обоснуйте выбор.

15. (УК-1; Один ответ с обоснованием) Что означает системный подход при исследовании функции?

- а) Использовать одну формулу без связи с другими этапами
- б) Последовательно учитывать область определения, производные, интервалы, экстремумы и график
- в) Ограничиться числовой подстановкой
- г) Исключить проверку результата

Обоснуйте выбор.

16. (УК-1; Один ответ с обоснованием) При решении задачи на интеграл студент получил отрицательную площадь под неотрицательной функцией. Что следует сделать?

- а) Оставить ответ без изменения
- б) Проверить пределы интегрирования, знак функции и ход вычислений
- в) Заменить ответ на модуль без проверки
- г) Удалить пояснение

Обоснуйте выбор.

17. (УК-1; Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа из четырех предложенных и обоснованием выбора) Найдите неопределенный интеграл $\int 2x \cdot \cos(x^2) dx$.

- а) $\sin(x^2) + C$
- б) $2\sin x + C$
- в) $\cos(x^2) + C$
- г) $-\sin(x^2) + C$

Обоснуйте выбор.

18. (УК-1; Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа из четырех предложенных и обоснованием выбора) Вычислите предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{x}$$

- а) 0
- б) 5
- в) 0,2
- г) ∞

Обоснуйте выбор.

19. (УК-1; Несколько ответов с обоснованием) Выберите действия, которые относятся к критическому анализу решения математической задачи.

- а) Проверка области определения
 - б) Сравнение результата с исходными ограничениями
 - в) Игнорирование промежуточных преобразований
 - г) Проверка применимости выбранного метода
- Обоснуйте выбор.

20. (УК-1; Несколько ответов с обоснованием) Выберите элементы, которые нужно выделить при анализе условия задачи.

- а) Исходные данные
 - б) Искомая величина
 - в) Ограничения и условия применимости
 - г) Случайные обозначения, не связанные с задачей
- Обоснуйте выбор.

21. (УК-1; Несколько ответов с обоснованием) Выберите признаки корректно оформленного решения.

- а) Последовательность преобразований
 - б) Указание метода решения
 - в) Итоговый ответ без связи с условием
 - г) Проверка результата при необходимости
- Обоснуйте выбор.

22. (УК-1; Несколько ответов с обоснованием) Выберите действия, уместные при решении задачи на функцию нескольких переменных.

- а) Определить область определения
 - б) Установить, какие переменные независимы
 - в) Найти частные производные, если требуется исследование изменения функции
 - г) Всегда переходить к рядам Фурье
- Обоснуйте выбор.

23. (УК-1; Задание комбинированного типа с выбором нескольких вариантов ответа из предложенных и развернутым обоснованием выбора) Выберите верные результаты вычислений.

- а) $(x^4)' = 4x^3$
- б) $\int 2x \, dx = x^2 + C$
- в) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x / x = 1$
- г) $(\ln x)' = x$

Обоснуйте выбор каждого верного варианта.

24. (УК-1; Несколько ответов с обоснованием) Выберите действия, которые помогают интерпретировать результат прикладной задачи.

- а) Указать смысл найденной величины
 - б) Проверить размерность или допустимый диапазон
 - в) Связать ответ с исходной постановкой
 - г) Убрать все пояснения
- Обоснуйте выбор.

25. (УК-1; Открытый ответ) Опишите алгоритм анализа условия задачи на вычисление предела функции. Укажите, какие данные и ограничения следует выделить до начала преобразований.

26. (УК-1; Открытый ответ) Поясните, как студент должен действовать, если при исследовании функции получены противоречивые выводы о монотонности и графике.
27. (УК-1; Открытый ответ) Сформулируйте, как проявляется системный подход при решении задачи на определенный интеграл в прикладном контексте.
28. (УК-1; Открытый ответ) Объясните, почему при решении задачи на двойной интеграл важно сначала описать область интегрирования.
29. (УК-1; Задание открытого типа с развернутым ответом) Вычислите определенный интеграл $\int_0^1 (3x^2 + 2x) dx$. Запишите ход решения и итоговый ответ.
30. (УК-1; Открытый ответ) Приведите пример, как математический результат может быть неправильно истолкован без учета ограничений задачи.

ОПК-1: Способен решать задачи профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общинженерные знания

31. (ОПК-1; Соответствие) Установите соответствие между понятием и его содержанием.
- А. Производная
 Б. Первообразная
 В. Двойной интеграл
 Г. Градиент
1. Функция F , для которой $F'(x)=f(x)$
 2. Вектор частных производных функции нескольких переменных
 3. Предел отношения приращения функции к приращению аргумента
 4. Интеграл по плоской области D
32. (ОПК-1; Соответствие) Установите соответствие между темой и типовой задачей.
- А. Комплексные числа
 Б. Пределы
 В. Производная
 Г. Определенный интеграл
1. Вычисление площади криволинейной трапеции
 2. Нахождение модуля и аргумента числа
 3. Раскрытие неопределенности
 4. Нахождение касательной к графику
33. (ОПК-1; Соответствие) Установите соответствие между формулой/методом и областью применения.
- А. Формула Ньютона – Лейбница
 Б. Метод подстановки
 В. Правило Лопиталя
 Г. Метод множителей Лагранжа
1. Вычисление пределов вида $0/0$ или ∞/∞
 2. Условный экстремум
 3. Вычисление определенного интеграла через первообразную
 4. Замена переменной в интеграле
34. (ОПК-1; Соответствие) Установите соответствие между свойством функции и математическим признаком.
- А. Возрастание
 Б. Локальный максимум
 В. Выпуклость вверх
 Г. Точка перегиба

1. f' меняет знак с «+» на «-»
 2. $f'(x) > 0$ на интервале
 3. Вторая производная меняет знак
 4. $f''(x) > 0$ на интервале
35. (ОПК-1; Соответствие) Установите соответствие между объектом и способом задания.
- А. Линия уровня
 - Б. Область определения функции $z=f(x,y)$
 - В. Комплексное число в алгебраической форме
 - Г. Полный дифференциал
1. Множество допустимых пар $(x;y)$
 2. $a+bi$
 3. $f(x,y)=C$
 4. $dz=f_x dx+f_y dy$
36. (ОПК-1; Соответствие) Установите соответствие между интегралом и возможной интерпретацией.
- А. $\int_a^b f(x)dx$ при $f(x) \geq 0$
 - Б. $\iint_D 1 dx dy$
 - В. Несобственный интеграл
 - Г. $\int f(x)dx$
1. Площадь области D
 2. Множество первообразных
 3. Площадь криволинейной трапеции
 4. Интеграл с бесконечным пределом или разрывом подынтегральной функции
37. (ОПК-1; Последовательность) Расположите этапы нахождения производной сложной функции.
- А. Найти производную внешней функции
 - Б. Выделить внешнюю и внутреннюю функции
 - В. Умножить на производную внутренней функции
 - Г. Упростить результат
38. (ОПК-1; Последовательность) Расположите этапы нахождения экстремума функции одной переменной.
- А. Определить знак производной на интервалах
 - Б. Найти производную
 - В. Найти критические точки
 - Г. Сделать вывод о максимуме или минимуме
39. (ОПК-1; Последовательность) Расположите этапы вычисления определенного интеграла по формуле Ньютона – Лейбница.
- А. Найти первообразную $F(x)$
 - Б. Подставить верхний и нижний пределы
 - В. Записать $F(b)-F(a)$
 - Г. Упростить результат
40. (ОПК-1; Последовательность) Расположите этапы исследования функции двух переменных на экстремум.
- А. Найти стационарные точки
 - Б. Найти частные производные первого порядка
 - В. Использовать достаточное условие экстремума
 - Г. Сделать вывод о характере точек

41. (ОПК-1; Последовательность) Расположите этапы перехода к полярным координатам в двойном интеграле.

- А. Описать область в переменных r и φ
- Б. Заменить x и y выражениями $r \cos\varphi$ и $r \sin\varphi$
- В. Учесть якобиан r
- Г. Вычислить полученный интеграл

42. (ОПК-1; Последовательность) Расположите этапы проверки сходимости несобственного интеграла.

- А. Представить интеграл как предел
- Б. Определить причину несобственности
- В. Вычислить или исследовать предел
- Г. Сделать вывод о сходимости

43. (ОПК-1; Один ответ с обоснованием) Производная функции в точке геометрически равна:

- а) площади под графиком
- б) угловому коэффициенту касательной к графику
- в) длине дуги
- г) объему тела вращения

Обоснуйте выбор.

44. (ОПК-1; Один ответ с обоснованием) Формула Ньютона – Лейбница имеет вид:

- а) $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$
- б) $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$, где $F'(x) = f(x)$
- в) $\int f(x)dx = f'(x)$
- г) $F'(x) = 0$

Обоснуйте выбор.

45. (ОПК-1; Один ответ с обоснованием) Область определения функции $y = \ln(x-2)$:

- а) $x > 2$
- б) $x < 2$
- в) $x \neq 2$
- г) $x \geq 2$

Обоснуйте выбор.

46. (ОПК-1; Один ответ с обоснованием) Если $f'(x) > 0$ на интервале, то функция на этом интервале:

- а) возрастает
- б) убывает
- в) имеет максимум в каждой точке
- г) не определена

Обоснуйте выбор.

47. (ОПК-1; Один ответ с обоснованием) При замене переменных в двойном интеграле обязательно учитывается:

- а) только знак функции
- б) якобиан преобразования
- в) только верхний предел
- г) только первая производная

Обоснуйте выбор.

48. (ОПК-1; Один ответ с обоснованием) Комплексное число в алгебраической форме записывается как:

а) $a+bi$

б) $\frac{a}{b}$

в) $\sin x$

г) e^x

Обоснуйте выбор.

49. (ОПК-1; Несколько ответов с обоснованием) Выберите верные утверждения о производной.

а) Производная характеризует скорость изменения функции

б) Производная равна угловому коэффициенту касательной

в) Производная всегда равна площади

г) Производная используется при исследовании монотонности

Обоснуйте выбор.

50. (ОПК-1; Несколько ответов с обоснованием) Выберите методы вычисления неопределенных интегралов, изучаемые в курсе.

а) Подстановка

б) Интегрирование по частям

в) Разложение дробно-рациональной функции

г) Метод математической индукции как основной метод интегрирования

Обоснуйте выбор.

51. (ОПК-1; Несколько ответов с обоснованием) Выберите верные утверждения о функции нескольких переменных.

а) У нее может быть область определения на плоскости или в пространстве

б) Частная производная показывает изменение по одной переменной при фиксированных остальных

в) Линии уровня задаются уравнением $f(x,y)=C$

г) Такая функция не имеет дифференциала

Обоснуйте выбор.

52. (ОПК-1; Несколько ответов с обоснованием) Выберите случаи, когда интеграл может быть несобственным.

а) Верхний предел интегрирования бесконечен

б) Подынтегральная функция имеет разрыв на промежутке интегрирования

в) Нижний предел равен верхнему

г) Один из пределов интегрирования бесконечен

Обоснуйте выбор.

53. (ОПК-1; Несколько ответов с обоснованием) Выберите верные утверждения о двойном интеграле.

а) Он вычисляется по области D

б) Может быть сведен к повторному интегралу

в) При переходе к полярным координатам учитывается множитель r

г) Он всегда равен производной функции

Обоснуйте выбор.

54. (ОПК-1; Несколько ответов с обоснованием) Выберите верные утверждения о комплексных числах.

а) Модуль числа $a+bi$ равен $\sqrt{a^2 + b^2}$

б) Число i удовлетворяет равенству $i^2=-1$

- в) Комплексное число можно изображать точкой на плоскости
г) У комплексного числа не может быть тригонометрической формы
Обоснуйте выбор.

55. (ОПК-1; Открытый ответ) Дайте определение производной функции в точке и поясните ее геометрический смысл.

56. (ОПК-1; Открытый ответ) Решите задачу в общем виде: как найти уравнение касательной к графику $y=f(x)$ в точке x_0 ?

57. (ОПК-1; Открытый ответ) Объясните, чем неопределенный интеграл отличается от определенного интеграла.

58. (ОПК-1; Открытый ответ) Опишите алгоритм исследования функции одной переменной на монотонность и экстремумы.

59. (ОПК-1; Открытый ответ) Поясните смысл частной производной функции $z=f(x,y)$ по переменной x .

60. (ОПК-1; Открытый ответ) Опишите, как вычисляется двойной интеграл по прямоугольной области и какую величину он может выражать при $f(x,y)=1$.

Дополнительные тестовые задания 61–100, включенные по материалам файла «тестовые вопросы Математический анализ формулы.docx»

61. (УК-1; Соответствие) Установите соответствие между задачей из математического анализа и рациональным первым действием.

- А. Найти область определения функции $y=\sqrt{2x+3-x^2}$
Б. Вычислить предел рациональной функции при $x\rightarrow\infty$
В. Найти точку минимума функции $y=x^2-2x-3$
Г. Найти вертикальную асимптоту дробно-рациональной функции
1. Найти значения, при которых знаменатель обращается в нуль
 2. Решить неравенство подкоренного выражения
 3. Вычислить производную и найти критическую точку
 4. Сравнить старшие степени числителя и знаменателя

62. (УК-1; Соответствие) Установите соответствие между результатом и способом его проверки.

- А. Область определения функции
Б. Значение предела
В. Наибольшее значение функции на отрезке
Г. Значение определенного интеграла
1. Сравнить значения функции в критических точках и на концах отрезка
 2. Проверить выполнение условий существования выражения
 3. Дифференцированием проверить найденную первообразную
 4. Подставить поведение функции вблизи рассматриваемой точки

63. (УК-1; Соответствие) Установите соответствие между учебной темой и типом исходных данных, которые студент должен выделить.

- А. Комплексные числа
Б. Функции нескольких переменных
В. Двойной интеграл
Г. Несобственный интеграл
1. Область интегрирования и порядок интегрирования
 2. Действительная и мнимая части числа

3. Причина несобственности: бесконечный предел или разрыв
4. Независимые переменные и точка вычисления
64. (УК-1; Соответствие) Установите соответствие между математическим объектом и корректной интерпретацией результата.
- А. Производная функции в точке
 Б. Градиент скалярного поля
 В. Определенный интеграл
 Г. Двойной интеграл от функции 1
1. Площадь плоской области
 2. Площадь криволинейной трапеции или накопленная величина
 3. Направление наибыстрейшего возрастания функции
 4. Мгновенная скорость изменения функции
65. (УК-1; Последовательность) Расположите действия при нахождении области определения функции $y = \sqrt{2x + 3 - x^2}$
- А. Записать условие неотрицательности подкоренного выражения
 Б. Решить квадратное неравенство
 В. Указать промежутки, на котором выражение определено
 Г. Проверить включение граничных точек
66. (УК-1; Последовательность) Расположите действия при нахождении наибольшего значения функции $y = x^3 + 5x$ на отрезке $[-2; 2]$.
- А. Найти производную функции
 Б. Определить критические точки, попадающие в отрезок
 В. Вычислить значения функции в критических точках и на концах отрезка
 Г. Выбрать наибольшее из полученных значений
67. (УК-1; Последовательность) Расположите действия при анализе вертикальной асимптоты дробно-рациональной функции.
- А. Найти значения x , при которых знаменатель равен нулю
 Б. Проверить, не сокращается ли соответствующий множитель
 В. Исследовать поведение функции около найденной точки
 Г. Записать уравнение вертикальной асимптоты
68. (УК-1; Последовательность) Расположите действия при вычислении двойного интеграла по прямоугольной области.
- А. Определить внешние и внутренние пределы интегрирования
 Б. Сначала вычислить внутренний интеграл
 В. Затем вычислить внешний интеграл
 Г. Записать числовой ответ и проверить знак результата
69. (УК-1; Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа из четырех предложенных и обоснованием выбора) При решении задания на образ множества $(-\infty; 0]$ при отображении $y = e^x + 1$ первым шагом является:
- а) построить таблицу производных
 - б) определить область значений функции на заданном промежутке
 - в) вычислить интеграл по отрезку
 - г) найти касательную плоскость
- Обоснуйте выбор.

70. (УК-1; Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа из четырех предложенных и обоснованием выбора) При вычислении предела $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x-6}{3x+2}$

рациональнее всего сначала:

- а) сравнить старшие коэффициенты числителя и знаменателя
- б) искать точки экстремума
- в) переходить к полярным координатам
- г) строить касательную

Обоснуйте выбор.

71. (УК-1; Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа из четырех предложенных и обоснованием выбора) Если при вычислении площади по определенному интегралу получено отрицательное значение, следует:

- а) принять его как площадь
- б) проверить порядок пределов, знак подынтегральной функции и геометрический смысл
- в) заменить ответ нулем без проверки
- г) перейти к комплексным числам

Обоснуйте выбор.

72. (УК-1; Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа из четырех предложенных и обоснованием выбора) В задании на касательную плоскость к поверхности нужно в первую очередь:

- а) найти частные производные функции/поверхности в заданной точке
- б) вычислить несобственный интеграл
- в) найти модуль комплексного числа
- г) определить четность функции одной переменной

Обоснуйте выбор.

73. (УК-1; Задание комбинированного типа с выбором нескольких вариантов ответа из предложенных и развернутым обоснованием выбора) Выберите действия, которые требуются для корректного решения задания на точку разрыва кусочно заданной функции.

- а) определить точки смены аналитического выражения
- б) сравнить односторонние пределы и значение функции
- в) игнорировать область определения
- г) указать точку, где нарушается непрерывность

Обоснуйте выбор каждого ответа.

74. (УК-1; Задание комбинированного типа с выбором нескольких вариантов ответа из предложенных и развернутым обоснованием выбора) Выберите действия, необходимые при использовании полного дифференциала для приближенного вычисления функции.

- а) выбрать базовую точку, близкую к заданной
- б) вычислить частные производные в базовой точке
- в) не учитывать приращения аргументов
- г) записать линейное приближение функции

Обоснуйте выбор каждого ответа.

75. (УК-1; Задание комбинированного типа с выбором нескольких вариантов ответа из предложенных и развернутым обоснованием выбора) Выберите признаки корректно выбранного метода при вычислении интеграла рациональной функции.

- а) подынтегральная функция проанализирована по структуре
- б) при необходимости дробь разложена на простейшие дроби
- в) ответ не проверяется дифференцированием

г) учитывается область допустимых значений выражения
Обоснуйте выбор каждого ответа.

76. (УК-1; Задание комбинированного типа с выбором нескольких вариантов ответа из предложенных и развернутым обоснованием выбора) Выберите элементы, которые нужно указать в решении задачи на производную по направлению.

- а) градиент функции в заданной точке
 - б) единичный вектор направления
 - в) только значение функции без производных
 - г) скалярное произведение градиента и единичного вектора
- Обоснуйте выбор каждого ответа.

77. (УК-1; Открытый ответ) Объясните, как студент должен проверить ответ в задании на область определения функции с квадратным корнем.

78. (УК-1; Открытый ответ) Опишите алгоритм выбора метода при вычислении предела рациональной функции при $x \rightarrow \infty$.

79. (УК-1; Открытый ответ) Поясните, почему в задаче на наибольшее значение функции на отрезке недостаточно исследовать только критические точки.

80. (УК-1; Открытый ответ) Опишите порядок оформления решения задачи на касательную плоскость к поверхности в заданной точке.

81. (ОПК-1; Соответствие) Установите соответствие между функцией/выражением и верным результатом.

А. Область определения $y = \sqrt{2x + 3 - x^2}$

Б. Минимум функции $y = x^2 - 2x - 3$ достигается при $x = \dots$

В. Наибольшее значение $y = x^3 + 5x$ на $[-2; 2]$

Г. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x-6}{3x+2}$

- 1. $x=1$
- 2. 18
- 3. $[-1; 3]$
- 4. 3

82. (ОПК-1; Соответствие) Установите соответствие между заданием и правильным ответом.

А. Вертикальная асимптота функции $y = \frac{5x-6}{3x+2}$

Б. Наклонная асимптота функции $y = \frac{x^2+2}{x-1}$

В. Мнимая часть произведения $z=4-3i$ на сопряженное число

Г. График нечетной функции симметричен относительно...

- 1. начала координат
- 2. $y=x+1$
- 3. 0
- 4. $x = -\frac{2}{3}$

83. (ОПК-1; Соответствие) Установите соответствие между интегралом и его значением/методом.

А. $\int \frac{dx}{1-3x}$

Б. $\int \frac{dx}{\sqrt{25-x^2}}$

В. $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$

Г. $\int \frac{dx}{x(x^2+1)}$

1. используется разложение

$\frac{A}{x} + (Bx+C)/(x^2+1)$

2. $\pi/2$

3. $\arcsin(\frac{x}{5}) + C$

4. $-(\frac{1}{3})\ln|1-3x| + C$

84. (ОПК-1; Соответствие) Установите соответствие между объектом функции нескольких переменных и результатом.

А. $u = \ln(3x - y^2 + 2z^3)$, значение u'_x в $M_0(1;0;1)$

Б. Градиент $u = 3xz + 2yz + y$ в $A(-1;0;1)$

В. Полный дифференциал используется для...

Г. Касательная плоскость к $z^2 + 2y^2 + 3x^2 = 6$ в точке $(1;1;1)$

1. приближенного вычисления функции

2. $3x + 2y + z = 6$

3. $3/5$

4. $3i - 3j - 3k$

85. (ОПК-1; Последовательность) Расположите действия при нахождении тригонометрической формы комплексного числа.

А. Найти модуль комплексного числа

Б. Определить аргумент с учетом четверти

В. Записать $z = r(\cos\varphi + i \sin\varphi)$

Г. Проверить знаки действительной и мнимой частей

86. (ОПК-1; Последовательность) Расположите действия при нахождении производной функции $y = e^{\{x^2\}}$ в точке $x_0 = 1$.

А. Найти производную сложной функции

Б. Подставить $x_0 = 1$

В. Использовать правило производной экспоненты

Г. Получить числовое значение

87. (ОПК-1; Последовательность) Расположите действия при вычислении $\int \frac{dx}{1-3x}$.

А. Выполнить замену $u = 1 - 3x$

Б. Выразить dx через du

В. Проинтегрировать du/u $\frac{du}{u}$

Г. Вернуться к переменной x

88. (ОПК-1; Последовательность) Расположите действия при вычислении повторного интеграла $\int_1^4 dx \int_0^6 (x - y) dy$

А. Вычислить внутренний интеграл по y

Б. Подставить пределы $y=0$ и $y=6$

В. Вычислить внешний интеграл по x от 1 до 4

Г. Записать итоговое значение

89. (ОПК-1; Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа из четырех предложенных и обоснованием выбора) Область определения функции $y = \sqrt{2x + 3 - x^2}$
- (2;3)
 - $(-\infty; 0)$
 - $[-1; 3]$
 - $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$
- Обоснуйте выбор.
90. (ОПК-1; Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа из четырех предложенных и обоснованием выбора) Вертикальной асимптотой графика функции $y = \frac{5x-6}{3x+2}$ является прямая:
- $x=6/5$
 - $x=-2/3$
 - $y=5/3$
 - $y=-3$
- Обоснуйте выбор.
91. (ОПК-1; Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа из четырех предложенных и обоснованием выбора) Интеграл $\int \frac{dx}{1-3x}$ равен:
- $-3\ln|1-3x|+C$
 - $-(1/3)\ln|1-3x|+C$
 - $-1/(1-3x)^2+C$
 - $\ln|1-3x|+C$
- Обоснуйте выбор.
92. (ОПК-1; Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа из четырех предложенных и обоснованием выбора) Несобственный интеграл $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$ равен:
- 0
 - $\pi/2$
 - $-\pi/2$
 - расходится
- Обоснуйте выбор.
93. (ОПК-1; Задание комбинированного типа с выбором нескольких вариантов ответа из предложенных и развернутым обоснованием выбора) Выберите верные утверждения о функции $y = \sqrt{2x + 3 - x^2}$
- Подкоренное выражение должно быть неотрицательным
 - Область определения функции равна $[-1; 3]$
 - Область определения функции равна $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$
 - Граничные точки входят в область определения
- Обоснуйте выбор каждого ответа.
94. (ОПК-1; Задание комбинированного типа с выбором нескольких вариантов ответа из предложенных и развернутым обоснованием выбора) Выберите верные утверждения о функции $y = x^2 - 2x - 3$.
- Производная равна $2x-2$
 - Точка минимума имеет абсциссу $x=1$
 - Функция не имеет экстремума
 - Ветви параболы направлены вверх
- Обоснуйте выбор каждого ответа.

95. (ОПК-1; Задание комбинированного типа с выбором нескольких вариантов ответа из предложенных и развернутым обоснованием выбора) Выберите верные утверждения о комплексном числе $z=4-3i$ и сопряженном числе.

- а) Сопряженное число равно $4+3i$
- б) Произведение z на сопряженное число является действительным
- в) Мнимая часть произведения равна 0
- г) Произведение обязательно имеет мнимую часть -3

Обоснуйте выбор каждого ответа.

96. (ОПК-1; Задание комбинированного типа с выбором нескольких вариантов ответа из предложенных и развернутым обоснованием выбора) Выберите верные утверждения о двойном и повторном интеграле.

- а) Повторный интеграл вычисляется последовательным интегрированием
- б) Пределы интегрирования определяют область интегрирования
- в) Внутренний интеграл всегда вычисляется по x
- г) Значение интеграла может быть отрицательным, если подынтегральная функция принимает отрицательные значения

Обоснуйте выбор каждого ответа.

97. (ОПК-1; Открытый ответ) Решите задание: найдите область определения функции $y=\sqrt{2x+3-x^2}$

98. (ОПК-1; Открытый ответ) Найдите точку минимума функции $y=x^2-2x-3$ и поясните, почему это минимум.

99. (ОПК-1; Открытый ответ) Найдите вертикальную асимптоту функции $y = \frac{5x-6}{3x+2}$ и горизонтальную асимптоту при $x \rightarrow \infty$.

100. (ОПК-1; Открытый ответ) Вычислите повторный $\int_1^4 dx \int_0^6 (x-y)dy$ и запишите итоговый результат.

Ключ верных вариантов ответов и критерии оценивания тестовых заданий

№ задания	Верный ответ / эталон ответа	Критерии
1	А3, Б2, В1, Г4	1 балл – все пары верны; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
2	А3, Б4, В1, Г2	1 балл – все пары верны; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
3	А3, Б4, В1, Г2	1 балл – все пары верны; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
4	А2, Б4, В1, Г3	1 балл – все пары верны; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
5	А2, Б4, В3, Г1	1 балл – все пары верны; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
6	А2, Б1, В3, Г4	1 балл – все пары верны; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
7	БВГА	1 балл – последовательность верна; 0 баллов – порядок нарушен
8	БАВГ	1 балл – последовательность верна; 0 баллов – порядок нарушен
9	ВБАГ	1 балл – последовательность верна; 0 баллов – порядок нарушен
10	АБВГ	1 балл – последовательность верна; 0 баллов – порядок нарушен
11	БВАГ	1 балл – последовательность верна; 0 баллов – порядок нарушен

12	АБВГ	1 балл – последовательность верна; 0 баллов – порядок нарушен
13	б	1 балл – выбран верный ответ и дано корректное обоснование; 0,5 балла – верный ответ без обоснования; 0 баллов – неверный ответ
14	а	1 балл – выбран верный ответ и дано корректное обоснование: $y'=3x^2-6x$, $y'(2)=0$; 0,5 балла – верный ответ без обоснования; 0 баллов – неверный ответ
15	б	1 балл – выбран верный ответ и дано корректное обоснование; 0,5 балла – верный ответ без обоснования; 0 баллов – неверный ответ
16	б	1 балл – выбран верный ответ и дано корректное обоснование; 0,5 балла – верный ответ без обоснования; 0 баллов – неверный ответ
17	а	1 балл – выбран верный ответ и дано корректное обоснование через замену $u=x^2$; 0,5 балла – верный ответ без обоснования; 0 баллов – неверный ответ
18	б	1 балл – выбран верный ответ и дано корректное обоснование через первый замечательный предел; 0,5 балла – верный ответ без обоснования; 0 баллов – неверный ответ
19	абг	1 балл – выбраны все верные варианты и дано обоснование; 0,5 балла – неполный ответ без грубых ошибок; 0 баллов – неверный набор
20	абв	1 балл – выбраны все верные варианты и дано обоснование; 0,5 балла – неполный ответ без грубых ошибок; 0 баллов – неверный набор
21	абг	1 балл – выбраны все верные варианты и дано обоснование; 0,5 балла – неполный ответ без грубых ошибок; 0 баллов – неверный набор
22	абв	1 балл – выбраны все верные варианты и дано обоснование; 0,5 балла – неполный ответ без грубых ошибок; 0 баллов – неверный набор
23	абв	1 балл – выбраны все верные варианты и дано обоснование; 0,5 балла – неполный ответ без грубых ошибок; 0 баллов – неверный набор
24	абв	1 балл – выбраны все верные варианты и дано обоснование; 0,5 балла – неполный ответ без грубых ошибок; 0 баллов – неверный набор
25	В ответе должны быть: область допустимых значений, точка стремления, тип неопределенности, выбор преобразования, проверка результата.	2 балла – полный логичный ответ; 1 балл – частичный ответ; 0 баллов – ответ не раскрывает вопрос
26	Нужно указать проверку производной, критических точек, знаков на интервалах, области определения и корректировку вывода.	2 балла – полный логичный ответ; 1 балл – частичный ответ; 0 баллов – ответ не раскрывает вопрос
27	Должны быть отмечены постановка модели, выбор пределов, вычисление, проверка знака/размерности и интерпретация результата.	2 балла – полный логичный ответ; 1 балл – частичный ответ; 0 баллов – ответ не раскрывает вопрос
28	Нужно указать связь области с пределами интегрирования, порядком интегрирования и корректностью результата.	2 балла – полный логичный ответ; 1 балл – частичный ответ; 0 баллов – ответ не раскрывает вопрос
29	$\int_0^1 (3x^2+2x)dx = [x^3+x^2]_0^1 = 2$	2 балла – верно записан ход вычисления и получен ответ 2; 1 балл – есть верный метод, но допущена вычислительная ошибка; 0 баллов – решение отсутствует или метод неверен

30	Ответ должен содержать пример и пояснение роли области определения, знака, физического/прикладного смысла или размерности.	2 балла – полный логичный ответ; 1 балл – частичный ответ; 0 баллов – ответ не раскрывает вопрос
31	А3, Б1, В4, Г2	1 балл – все пары верны; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
32	А2, Б3, В4, Г1	1 балл – все пары верны; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
33	А3, Б4, В1, Г2	1 балл – все пары верны; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
34	А2, Б1, В4, Г3	1 балл – все пары верны; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
35	А3, Б1, В2, Г4	1 балл – все пары верны; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
36	А3, Б1, В4, Г2	1 балл – все пары верны; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
37	БАВГ	1 балл – последовательность верна; 0 баллов – порядок нарушен
38	БВАГ	1 балл – последовательность верна; 0 баллов – порядок нарушен
39	АБВГ	1 балл – последовательность верна; 0 баллов – порядок нарушен
40	БАВГ	1 балл – последовательность верна; 0 баллов – порядок нарушен
41	АБВГ	1 балл – последовательность верна; 0 баллов – порядок нарушен
42	БАВГ	1 балл – последовательность верна; 0 баллов – порядок нарушен
43	б	1 балл – выбран верный ответ и дано корректное обоснование; 0,5 балла – верный ответ без обоснования; 0 баллов – неверный ответ
44	б	1 балл – выбран верный ответ и дано корректное обоснование; 0,5 балла – верный ответ без обоснования; 0 баллов – неверный ответ
45	а	1 балл – выбран верный ответ и дано корректное обоснование; 0,5 балла – верный ответ без обоснования; 0 баллов – неверный ответ
46	а	1 балл – выбран верный ответ и дано корректное обоснование; 0,5 балла – верный ответ без обоснования; 0 баллов – неверный ответ
47	б	1 балл – выбран верный ответ и дано корректное обоснование; 0,5 балла – верный ответ без обоснования; 0 баллов – неверный ответ
48	а	1 балл – выбран верный ответ и дано корректное обоснование; 0,5 балла – верный ответ без обоснования; 0 баллов – неверный ответ
49	абг	1 балл – выбраны все верные варианты и дано обоснование; 0,5 балла – неполный ответ без грубых ошибок; 0 баллов – неверный набор
50	абв	1 балл – выбраны все верные варианты и дано обоснование; 0,5 балла – неполный ответ без грубых ошибок; 0 баллов – неверный набор
51	абв	1 балл – выбраны все верные варианты и дано обоснование; 0,5 балла – неполный ответ без грубых ошибок; 0 баллов – неверный набор
52	абг	1 балл – выбраны все верные варианты и дано обоснование; 0,5 балла – неполный ответ без грубых ошибок; 0 баллов – неверный набор
53	абв	1 балл – выбраны все верные варианты и дано обоснование; 0,5 балла – неполный ответ без грубых ошибок; 0 баллов – неверный набор

54	абв	1 балл – выбраны все верные варианты и дано обоснование; 0,5 балла – неполный ответ без грубых ошибок; 0 баллов – неверный набор
55	Нужно указать предел отношения приращений и связь с угловым коэффициентом касательной.	2 балла – полный корректный ответ; 1 балл – частичный ответ; 0 баллов – ответ неверен или отсутствует
56	Нужно указать $y-f(x_0)=f'(x_0)(x-x_0)$, условия существования производной и смысл коэффициента.	2 балла – полный корректный ответ; 1 балл – частичный ответ; 0 баллов – ответ неверен или отсутствует
57	Нужно указать первообразные и численное значение/геометрический смысл определенного интеграла.	2 балла – полный корректный ответ; 1 балл – частичный ответ; 0 баллов – ответ неверен или отсутствует
58	Нужно указать нахождение производной, критических точек, знаков производной и вывод.	2 балла – полный корректный ответ; 1 балл – частичный ответ; 0 баллов – ответ неверен или отсутствует
59	Нужно указать изменение функции по x при фиксированном y и связь с касательным направлением.	2 балла – полный корректный ответ; 1 балл – частичный ответ; 0 баллов – ответ неверен или отсутствует
60	Нужно указать повторный интеграл по прямоугольнику и площадь области при интегрировании единицы.	2 балла – полный корректный ответ; 1 балл – частичный ответ; 0 баллов – ответ неверен или отсутствует
61	A2, B4, B3, Г1	1 балл – все пары установлены верно; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
62	A2, B4, B1, Г3	1 балл – все пары установлены верно; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
63	A2, B4, B1, Г3	1 балл – все пары установлены верно; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
64	A4, B3, B2, Г1	1 балл – все пары установлены верно; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
65	АБГВ	1 балл – последовательность установлена верно; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
66	АБВГ	1 балл – последовательность установлена верно; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
67	АБВГ	1 балл – последовательность установлена верно; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
68	АБВГ	1 балл – последовательность установлена верно; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
69	б	1 балл – выбран верный ответ и дано обоснование; 0,5 балла – выбран верный ответ без обоснования; 0 баллов – ответ неверный
70	а	1 балл – выбран верный ответ и дано обоснование; 0,5 балла – выбран верный ответ без обоснования; 0 баллов – ответ неверный
71	б	1 балл – выбран верный ответ и дано обоснование; 0,5 балла – выбран верный ответ без обоснования; 0 баллов – ответ неверный
72	а	1 балл – выбран верный ответ и дано обоснование; 0,5 балла – выбран верный ответ без обоснования; 0 баллов – ответ неверный
73	абг	1 балл – выбраны все верные варианты и дано обоснование; 0,5 балла – допущена одна неточность; 0 баллов – ответ неверный
74	абг	1 балл – выбраны все верные варианты и дано обоснование; 0,5 балла – допущена одна неточность; 0 баллов – ответ неверный
75	абг	1 балл – выбраны все верные варианты и дано обоснование; 0,5 балла – допущена одна неточность; 0 баллов – ответ неверный

76	абг	1 балл – выбраны все верные варианты и дано обоснование; 0,5 балла – допущена одна неточность; 0 баллов – ответ неверный
77	Эталон: записать условие неотрицательности подкоренного выражения, решить неравенство, проверить граничные точки и указать область определения.	1 балл – дан полный развернутый ответ с корректным ходом решения; 0,5 балла – ответ частично верен; 0 баллов – существенная ошибка или ответ отсутствует
78	Эталон: выделить старшие степени числителя и знаменателя; при равных степенях взять отношение старших коэффициентов; проверить корректность предельного перехода.	1 балл – дан полный развернутый ответ с корректным ходом решения; 0,5 балла – ответ частично верен; 0 баллов – существенная ошибка или ответ отсутствует
79	Эталон: на отрезке экстремум может достигаться как во внутренних критических точках, так и на концах отрезка, поэтому необходимо сравнить все соответствующие значения функции.	1 балл – дан полный развернутый ответ с корректным ходом решения; 0,5 балла – ответ частично верен; 0 баллов – существенная ошибка или ответ отсутствует
80	Эталон: записать уравнение поверхности, найти частные производные/градиент, подставить заданную точку, составить уравнение касательной плоскости и проверить прохождение через точку.	1 балл – дан полный развернутый ответ с корректным ходом решения; 0,5 балла – ответ частично верен; 0 баллов – существенная ошибка или ответ отсутствует
81	A3, B1, B2, G4	1 балл – все пары установлены верно; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
82	A4, B2, B3, G1	1 балл – все пары установлены верно; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
83	A4, B3, B2, G1	1 балл – все пары установлены верно; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
84	A3, B4, B1, G2	1 балл – все пары установлены верно; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
85	АГБВ	1 балл – последовательность установлена верно; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
86	ВАБГ	1 балл – последовательность установлена верно; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
87	АБВГ	1 балл – последовательность установлена верно; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
88	АБВГ	1 балл – последовательность установлена верно; 0 баллов – есть ошибка или ответ отсутствует
89	в	1 балл – выбран верный ответ и дано обоснование; 0,5 балла – выбран верный ответ без обоснования; 0 баллов – ответ неверный
90	б	1 балл – выбран верный ответ и дано обоснование; 0,5 балла – выбран верный ответ без обоснования; 0 баллов – ответ неверный
91	б	1 балл – выбран верный ответ и дано обоснование; 0,5 балла – выбран верный ответ без обоснования; 0 баллов – ответ неверный
92	б	1 балл – выбран верный ответ и дано обоснование; 0,5 балла – выбран верный ответ без обоснования; 0 баллов – ответ неверный
93	абг	1 балл – выбраны все верные варианты и дано обоснование; 0,5 балла – допущена одна неточность; 0 баллов – ответ неверный
94	абг	1 балл – выбраны все верные варианты и дано обоснование; 0,5 балла – допущена одна неточность; 0 баллов – ответ неверный

95	абв	1 балл – выбраны все верные варианты и дано обоснование; 0,5 балла – допущена одна неточность; 0 баллов – ответ неверный
96	абг	1 балл – выбраны все верные варианты и дано обоснование; 0,5 балла – допущена одна неточность; 0 баллов – ответ неверный
97	Эталон: $2x+3-x^2 \geq 0$; $x^2-2x-3 \leq 0$; $(x-3)(x+1) \leq 0$; область определения $[-1;3]$.	1 балл – дан полный развернутый ответ с корректным ходом решения; 0,5 балла – ответ частично верен; 0 баллов – существенная ошибка или ответ отсутствует
98	Эталон: $y'=2x-2$; $y'=0$ при $x=1$; так как коэффициент при x^2 положителен, парабола направлена вверх, следовательно, $x=1$ – точка минимума.	1 балл – дан полный развернутый ответ с корректным ходом решения; 0,5 балла – ответ частично верен; 0 баллов – существенная ошибка или ответ отсутствует
99	Эталон: вертикальная асимптота $x=-2/3$; горизонтальная асимптота $y=5/3$.	1 балл – дан полный развернутый ответ с корректным ходом решения; 0,5 балла – ответ частично верен; 0 баллов – существенная ошибка или ответ отсутствует
100	Эталон: внутренний интеграл равен $6x-18$; внешний $\int_1^4 (6x - 18)dx = -9$	1 балл – дан полный развернутый ответ с корректным ходом решения; 0,5 балла – ответ частично верен; 0 баллов – существенная ошибка или ответ отсутствует

3.2 Задания для промежуточной аттестации

Контрольные вопросы к зачету. 1 семестр

1. Комплексные числа. Алгебраическая форма комплексного числа.
2. Действительная и мнимая части комплексного числа. Сопряженное комплексное число и модуль комплексного числа.
3. Геометрическая интерпретация комплексного числа на комплексной плоскости.
4. Тригонометрическая форма комплексного числа. Аргумент комплексного числа.
5. Действия над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической формах.
6. Показательная форма комплексного числа. Связь алгебраической, тригонометрической и показательной форм.
7. Решение уравнений, имеющих комплексные корни.
8. Понятие функции. Способы задания функции.
9. Область определения и область значений функции. Примеры нахождения области определения.
10. Основные свойства функции: четность, нечетность, периодичность, монотонность, ограниченность.
11. Элементарные функции и их графики. Преобразования графиков элементарных функций.
12. Взаимно обратные функции. Условия существования обратной функции и свойства ее графика.
13. Предел функции в точке. Геометрический смысл предела функции.
14. Предел функции на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
15. Основные свойства пределов функций.
16. Односторонние пределы. Условие существования предела функции в точке через односторонние пределы.
17. Основные неопределенности и способы их раскрытия.
18. Первый и второй замечательные пределы. Их применение при вычислении пределов.

19. Эквивалентные бесконечно малые функции и их использование при вычислении пределов.
20. Непрерывность функции в точке и на промежутке.
21. Точки разрыва функции. Классификация точек разрыва.
22. Производная функции в точке. Механический и геометрический смысл производной.
23. Дифференцируемость функции. Связь дифференцируемости и непрерывности.
24. Основные правила дифференцирования. Таблица производных элементарных функций.
25. Производная сложной функции. Правило дифференцирования композиции функций.
26. Производная неявной функции. Примеры нахождения производной неявно заданной функции.
27. Производная функции, заданной параметрически.
28. Производные высших порядков. Понятие второй производной и ее смысл.
29. Дифференциал функции одной переменной. Геометрический смысл дифференциала.
30. Основные теоремы дифференциального исчисления: Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.
31. Правило Лопиталю. Условия применения правила Лопиталю.
32. Условия возрастания и убывания функции на промежутке.
33. Критические точки функции. Необходимое условие экстремума.
34. Достаточные условия экстремума функции одной переменной.
35. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.
36. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба.
37. Асимптоты графика функции: вертикальные, горизонтальные и наклонные.
38. Общая схема полного исследования функции и построения ее графика.
39. Функция нескольких переменных. Область определения функции двух переменных.
40. Способы задания функции нескольких переменных. Линии уровня функции двух переменных.
41. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
42. Частные производные функции нескольких переменных. Их смысл и вычисление.
43. Полный дифференциал функции двух переменных. Его применение в приближенных вычислениях.
44. Частные производные высших порядков. Условие равенства смешанных производных.
45. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума.
46. Достаточное условие экстремума функции двух переменных.
47. Условный экстремум функции нескольких переменных. Метод множителей Лагранжа.
48. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции в замкнутой области.
49. Применение производной и частных производных при решении прикладных задач.
50. Роль математического анализа в моделировании и исследовании процессов в информационных системах и технологиях.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

Указание. При ответе на теоретический вопрос необходимо указывать исходные данные, описывать все входящие переменные в приводимых формулах. Чертежи выполнять аккуратно с помощью линейки, циркуля и карандаша, соблюдая правила построения чертежей.

1. Элементарные функции. Способы задания функции, область определения и область значений.
2. Основные свойства функций: четность, нечетность, периодичность, монотонность, ограниченность.
3. Графики элементарных функций и их преобразования.
4. Обратная функция. Условия существования обратной функции и свойства ее графика.
5. Предел функции в точке. Основные определения и геометрический смысл.
6. Предел функции на бесконечности. Бесконечно большие и бесконечно малые функции.

7. Односторонние пределы. Критерий существования предела функции через односторонние пределы.
8. Свойства пределов функций, связанные с арифметическими операциями и неравенствами.
9. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые и их применение.
10. Первый и второй замечательные пределы. Вычисление пределов с помощью замечательных пределов.
11. Непрерывность функции в точке и на промежутке.
12. Точки разрыва функции и их классификация.
13. Понятие производной функции. Геометрический и механический смысл производной.
14. Правила дифференцирования. Таблица производных элементарных функций.
15. Производная сложной функции.
16. Производная обратной функции.
17. Производная неявно заданной функции.
18. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
19. Производная степенно-показательной функции.
20. Дифференциал функции. Инвариантность формы первого дифференциала.
21. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
22. Производные и дифференциалы высших порядков.
23. Основные теоремы дифференциального исчисления: Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.
24. Применение производной при вычислении пределов. Правило Лопиталя и условия его применимости.
25. Условия постоянства, возрастания и убывания функции на промежутке.
26. Экстремумы функции одной переменной. Необходимые и достаточные условия экстремума.
27. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.
28. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба.
29. Асимптоты графика функции: вертикальные, горизонтальные и наклонные.
30. Полное исследование функции и построение ее графика.
31. Функции нескольких переменных. Область определения и линии уровня.
32. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
33. Частные производные функции нескольких переменных.
34. Полный дифференциал функции нескольких переменных.
35. Частные производные высших порядков. Производная по направлению и градиент.
36. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.
37. Условный экстремум функции нескольких переменных. Метод множителей Лагранжа.
38. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла.
39. Таблица неопределенных интегралов. Основные методы интегрирования: замена переменной и интегрирование по частям.
40. Определенный интеграл: интегральные суммы, свойства, геометрический смысл и формула Ньютона – Лейбница.
41. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
42. Интегрирование рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов.
43. Интегрирование тригонометрических функций.
44. Приложения определенного интеграла в геометрических и прикладных задачах.
45. Несобственные интегралы: основные типы, сходимость и методы исследования.
46. Двойной интеграл: определение, свойства и вычисление через повторный интеграл.
47. Двойной интеграл в полярных координатах.
48. Приложения двойных интегралов.

49. Математический анализ как инструмент моделирования в информационных системах и технологиях.
50. Применение производной и интеграла для анализа, моделирования и интерпретации результатов в прикладных задачах.

Примерные практические задания для зачетов и экзаменационных билетов

1. Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{5x}$
2. Исследовать на непрерывность функцию, заданную кусочно, в точке смены формулы.
3. Найти производную функции $y = (x^2 + 1)^3 \cdot \ln x$.
4. Составить уравнение касательной к графику $y = x^3 - 3x + 1$ в точке $x_0 = 1$.
5. Исследовать функцию $y = x^3 - 3x^2 + 2$ на экстремумы.
6. Вычислить интеграл $\int x \cdot e^x dx$.
7. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 (2x + 1) dx$
8. Найти площадь фигуры, ограниченной $y = x^2$ и $y = 2x$.
9. Найти частные производные функции $z = x^2 y + \sin(xy)$.
10. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 + y^2 - 4x + 2y$.
11. Записать двойной интеграл по прямоугольной области $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.
12. Вычислить площадь круга $x^2 + y^2 \leq R^2$ с помощью двойного интеграла в полярных координатах.
13. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ указанных функций:

$$a) y = x^{\frac{4}{5}} \cdot \operatorname{ctgx};$$

$$б) y = \frac{\arcsin 7x}{1 - 7x}.$$

14. Найти промежутки монотонности и экстремумы функции $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$.

15. Найти неопределённые интегралы:

$$a) \int \left(x^2 - \frac{\sqrt[6]{x}}{x} - 4 \right) dx,$$

$$б) \int (x - 4) \cdot \cos 2x dx,$$

16. Вычислить определенный интеграл: $\int_0^1 \frac{\sqrt{x} dx}{4 - x}$

17. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость. $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \cdot \ln x}$

18. Найти площадь области: $x - y + 1 = 0, y = 1 - x^2$

19. Провести полное исследование функции $y = \frac{(x+1)^2}{x-2}$ и построить её график

20. Вычислить $\int_D (x + 2y) dx dy$, где область $D: y = x^2, x + y - 2 = 0, y = 0$

Примерная структура экзаменационного билета

Экзаменационный билет включает два теоретических вопроса и одно практическое расчетное задание. При необходимости преподаватель задает дополнительные вопросы для уточнения уровня освоения компетенций.

Элемент билета	Содержание	Проверяемые результаты	Максимальный балл
Вопрос 1	Теоретический вопрос по основным понятиям и методам курса	знание теории, владение терминологией	15
Вопрос 2	Теоретико-прикладной вопрос по разделам дифференциального/интегрального исчисления	понимание методов и условий применимости	15
Задача	Расчетное задание по одной из тем курса	умение решать задачу, оформлять вычисления и интерпретировать ответ	10
Итого			40

5.4. Примерные экзаменационные билеты

(Полный комплект билетов хранится на кафедре ФМД)

Билет № 1

1. Элементарные функции: способы задания, свойства, графики, обратные функции.
2. Полное исследование функции и построение графика.
3. Практическое задание: Составить уравнение касательной к графику $y=x^3-3x+1$ в точке $x_0=1$.

Билет № 2

1. Предел функции в точке и на бесконечности. Свойства пределов.
2. Функции нескольких переменных. Область определения, линии уровня.
3. Практическое задание: Исследовать функцию $y=x^3-3x^2+2$ на экстремумы.

Билет № 3

1. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Эквивалентные бесконечно малые.
2. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
3. Практическое задание: Вычислить интеграл $\int x \cdot e^x dx$.

Билет № 4

1. Замечательные пределы и их применение.
2. Частные производные и полный дифференциал функции нескольких переменных.
3. Практическое задание: Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 (5x + 1) dx$.

Билет №5

1. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация.
2. Частные производные высших порядков. Производная по направлению и градиент.
3. Практическое задание: Найти площадь фигуры, ограниченной $y=x^2$ и $y=2x$.

Билет № 6

1. Производная: определение, геометрический и механический смысл.
2. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия.
3. Практическое задание: Найти частные производные функции $z=x^2+y+\sin(xy)$.

Билет № 7

1. Правила дифференцирования. Производная сложной функции.
2. Условный экстремум и метод множителей Лагранжа.
3. Практическое задание: Исследовать на экстремум функцию $z=x^2+y^2-4x+2y$.

Билет № 8

1. Производная неявной, параметрической и степенно-показательной функции.
2. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.

3. Практическое задание: Записать двойной интеграл по прямоугольной области $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.

Билет № 9

1. Дифференциал функции. Приближенные вычисления.
2. Методы интегрирования: замена переменной и интегрирование по частям.
3. Практическое задание: Вычислить площадь круга $x^2 + y^2 \leq R^2$ с помощью двойного интеграла в полярных координатах.

Билет № 10

1. Производные высших порядков. Теоремы о дифференцируемых функциях.
2. Интегрирование рациональных и тригонометрических функций.
3. Практическое задание: Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-(2x^2+1)}{(x-1)(x+1)}$

Билет № 11

1. Правило Лопиталя. Условия применимости.
2. Определенный интеграл: интегральные суммы, свойства, геометрический смысл.
3. Практическое задание: Исследовать на непрерывность функцию, заданную кусочно, в точке смены формулы.

Билет № 12

1. Монотонность и экстремумы функции одной переменной.
2. Формула Ньютона - Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
3. Практическое задание: Найти производную функции $y = (x^2 + 1)^3 \cdot \ln x$.

Билет № 13

1. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба. Асимптоты графика функции.
2. Приложения определенного интеграла в геометрических и прикладных задачах.
3. Практическое задание: Составить уравнение касательной к графику $y = x^3 - 3x + 1$ в точке $x_0 = 1$.

Билет № 14

1. Полное исследование функции и построение графика.
2. Несобственные интегралы: типы, сходимость, методы исследования.
3. Практическое задание: Исследовать функцию $y = x^3 - 3x^2 + 2$ на экстремумы.

Билет № 15

1. Функции нескольких переменных. Область определения, линии уровня.
2. Двойной интеграл: определение, свойства, вычисление повторным интегралом.
3. Практическое задание: Вычислить интеграл $\int \frac{\arctg^4 x}{1+x^2} dx$

Билет № 16

1. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
2. Двойной интеграл в полярных координатах. Приложения двойных интегралов.
3. Практическое задание: Вычислить определенный интеграл $\int_0^2 \frac{xdx}{5+x^2}$

Билет № 17

1. Частные производные и полный дифференциал функции нескольких переменных.
2. Математический анализ как инструмент моделирования в информационных системах и технологиях.
3. Практическое задание: Найти площадь фигуры, ограниченной $y = x^2$ и $y = 2x$.