

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Крюков Вадим Николаевич

Должность: Проректор по образовательной деятельности и молодежной политике

Дата подписания: 25.06.2026 11:04:06

Уникальный программный ключ:

1b0adb7fd710f6a0725d90c58682bd0c52f25b2

**Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования**

«Заполярный государственный университет им. Н. М. Федоровского»

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине
Ряды и дифференциальные уравнения**

Уровень образования: специалитет

Кафедра «Физико-математические дисциплины»

Разработчик ФОС:

к.ф.-м.н., Доцент, Сотников А.И. _____

Сотников

старший преподаватель, Фидарова М.Г. _____

Фидарова

М.Г.

Оценочные материалы по дисциплине рассмотрены и одобрены на заседании кафедры, протокол № _____ от г. _____

Заведующий кафедрой _____ к.т.н., доцент Фаддеенков А.В.

Фонд оценочных средств по дисциплине Ряды и дифференциальные уравнения для текущей/ промежуточной аттестации разработан в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по специальности / направлению подготовки 21.05.04 Горное дело на основе Рабочей программы дисциплины Ряды и дифференциальные уравнения, утвержденной решением ученого совета от _____ г., Положения о формировании Фонда оценочных средств по дисциплине (ФОС), Положения о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся ЗГУ, Положения о государственной итоговой аттестации (ГИА) выпускников по образовательным программам высшего образования в ЗГУ им. Н.М. Федоровского.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами образовательной программы

Таблица 1. Компетенции и индикаторы их достижения

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Разрабатывает и содержательно аргументирует стратегию решения проблемной ситуации на основе системного и междисциплинарного подходов
	УК-1.2 Строит сценарии реализации стратегии, определяя возможные риски и предлагая пути их устранения
	УК-1.3 Владеет навыками определения и оценки последствий возможных решений задачи; навыками декомпозиции задачи; навыками разработки плана действий по решению поставленных задач

Таблица 2. Паспорт фонда оценочных средств

№п/п	Контролируемые разделы(темы) дисциплины	Код результата обучения по дисциплине/ модулю	Оценочные средства текущей		Оценочные средства промежуточной	
			Наименование	Форма	Наименование	Форма
2 семестр						

2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций в ходе освоения образовательной программы.

2.1. Задания для текущего контроля успеваемости

2.2 Темы письменных работ (эссе, рефераты, курсовые работы и др.)

ФОС расположен в разделе «Сведения об образовательной организации» подраздел «Образование» официального сайта ЗГУ
<http://polaruniversity.ru/sveden/education/eduop/>
см. Приложение

Тест, контрольная работа (типовой расчет), вопросы к зачету

Отлично! Вот 20 вопросов с ответами по дисциплине "Ряды и дифференциальные уравнения", разбитых на три уровня сложности и с использованием различных типов заданий.

Уровень 1: Базовые знания

Задание закрытого типа на установление соответствия

1. Вопрос: Установите соответствие между типом числового ряда и его характеристикой.

Тип числового ряда

Характеристика

1. Геометрический ряд

A. Все члены ряда положительны, отношение последующего члена к предыдущему постоянно.

2. Гармонический ряд

B. Члены ряда вида $1/n$, где n - натуральные числа.

3. Знакопеременный ряд

C. Члены ряда чередуются по знаку.

4. Телескопический ряд

D. Частичные суммы ряда имеют вид разности двух последовательных выражений.

Ответ: 1-A, 2-B, 3-C, 4-D

Задание закрытого типа на установление последовательности

2. Вопрос: Расположите этапы исследования сходимости числового ряда в правильной последовательности.

Применение признака сходимости (например, признак Даламбера, Коши, сравнения).

Определение общего члена ряда (a_n).

Вычисление предела частичной суммы или отношения/корня из отношения членов ряда.

Формулирование вывода о сходимости или расходимости ряда.

Ответ: 2, 3, 1, 4

Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа из четырех предложенных и обоснованием выбора

3. Вопрос: Какой ряд является примером расходящегося гармонического ряда?

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln 2$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln n$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} 2n$

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln n!$

Ответ: б) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln n$

Обоснование: Гармонический ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \ln n$ является классическим примером расходящегося ряда. Ряд а) является сходящимся (р-ряд со степенью $p > 1$), ряд в) - сходящийся геометрический ряд (по модулю знаменатель больше 1), ряд г) - сходящийся ряд (по признаку Даламбера или Коши).

Задание комбинированного типа с выбором нескольких вариантов ответа из предложенных и развернутым обоснованием выбора

4. Вопрос: Какие из следующих рядов являются сходящимися?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln 3$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \ln n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n n + 1$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln n!$$

Ответ: 1, 2, 4.

Обоснование:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \ln 3$: Это р-ряд вида $\sum_{n=1}^{\infty} \ln p$ со степенью $p=3$. Так как $p > 1$, ряд сходится.

2. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \ln n$: Это знакочередующийся ряд. Условия Лейбница выполнены: $u_n = \ln n$ положительна, монотонно убывает к нулю. Следовательно, ряд сходится.

3. $\sum_{n=1}^{\infty} n n + 1$: Предел общего члена ряда $\lim_{n \rightarrow \infty} n n + 1 = 1 \neq 0$. По необходимому признаку сходимости, ряд расходится.

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \ln n!$: Можно использовать признак Даламбера:
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1/(n+1)!}{1/n!} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+1)!} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} = 0$. Так как предел меньше 1, ряд сходится.

Задание открытого типа с развернутым ответом

5. Вопрос: Дайте определение сходящегося числового ряда и сформулируйте необходимый признак сходимости.

Примерный ответ: Числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ называется сходящимся, если последовательность его частичных сумм $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ сходится к конечному пределу S при $n \rightarrow \infty$. Этот предел S называется суммой ряда.

Необходимый признак сходимости: Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, то предел его общего члена при $n \rightarrow \infty$ равен нулю: $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.

Важно отметить, что обратное утверждение неверно: если $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, это не гарантирует сходимость ряда.

Уровень 2: Углубленные знания

Задание закрытого типа на установление соответствия

6. Вопрос: Установите соответствие между типом дифференциального уравнения и его общим видом.

Тип дифференциального уравнения

Общий вид

1. Линейное уравнение 1-го порядка

A. $y''+P_1(x)y'+P_0(x)y=f(x)$

2. Уравнение с разделяющимися переменными

B. $y'=f(x)g(y)$

3. Линейное однородное уравнение 2-го порядка

C. $y''+P_1(x)y'+P_0(x)y=0$

4. Линейное неоднородное уравнение 2-го порядка

D. $y'+P(x)y=Q(x)$

Ответ: 1-D, 2-B, 3-C, 4-A

Задание закрытого типа на установление последовательности

7. Вопрос: Расположите этапы решения линейного неоднородного дифференциального уравнения 2-го порядка вида $y''+P_1(x)y'+P_0(x)y=f(x)$ в правильной последовательности.

Нахождение частного решения неоднородного уравнения частнчастнучастн(x), методы: метод неопределенных коэффициентов, метод вариации произвольных постоянных.

Нахождение общего решения однородного уравнения (корневые уравнения для характеристического показателя).

Общее решение неоднородного уравнения: общоджчастнобщоджчастнуобщ(x)=уодж(x)+участн(x).

Запись общего решения однородного уравнения одждоджуодж(x).

Ответ: 2, 4, 1, 3

Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа из четырех предложенных и обоснованием выбора

8. Вопрос: Какое условие необходимо для сходимости знакопеременующегося ряда $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}u_n$ по признаку Лейбница?

а) $u_n \rightarrow \infty$

б) u_n монотонно возрастает

в) $u_n \rightarrow 0$ и u_n монотонно убывает

г) u_n произвольная последовательность

Ответ: в) $u_n \rightarrow 0$ и u_n монотонно убывает

Обоснование: Признак Лейбница требует, чтобы членами u_n были положительные числа, монотонно убывающие к нулю. Если эти условия выполнены, то знакопеременный ряд сходится. Варианты а) и б) нарушают условие убывания к нулю, а г) не определяет конкретных условий.

Задание комбинированного типа с выбором нескольких вариантов ответа из предложенных и развернутым обоснованием выбора

9. Вопрос: Какие из представленных рядов Фурье могут представлять периодическую функцию $f(x)=\cos\left[\frac{f_0}{2\pi}(x)\right]$?

Ряд Фурье, содержащий только синусы.

Ряд Фурье, содержащий только косинусы.

Ряд Фурье, содержащий и синусы, и косинусы.

Ряд Фурье, содержащий только члены вида $a_0/2$ и $a_k \cos\left[\frac{f_0}{2\pi}(kx)\right]$.

Ответ: 2, 4.

Обоснование: Функция $f(x)=\cos\left[\frac{f_0}{2\pi}(x)\right]$ является четной.

Для четных функций ряд Фурье содержит только косинусы (и постоянную составляющую, если она есть). Поэтому ряд, содержащий только синусы (1), не подходит.

Ряд, содержащий только косинусы (2), подходит.

Ряд, содержащий и синусы, и косинусы (3), подойдет, но в данном случае коэффициенты при синусах будут равны нулю.

Ряд, содержащий только члены вида $a_0/2$ и $a_k \cos\left[\frac{f_0}{2\pi}(kx)\right]$ (4), является обобщением случая (2) и также подходит. В случае $f(x)=\cos\left[\frac{f_0}{2\pi}(x)\right]$ с периодом 2π , ряд Фурье будет иметь вид: $a_1=1$, остальные $a_k=0$ при $k>1$, и все $b_k=0$. Так что ряд будет просто $\cos\left[\frac{f_0}{2\pi}(x)\right]$, что соответствует виду 4.

Задание открытого типа с развернутым ответом

10. Вопрос: Объясните, что такое радиус сходимости степенного ряда и как он определяется.

Примерный ответ: Радиус сходимости R степенного ряда вида $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-x_0)^n$ — это число, такое что ряд сходится абсолютно при $|x-x_0|<R$ и расходится при $|x-x_0|>R$. Интервал (x_0-R, x_0+R) называется интервалом сходимости.

Радиус сходимости R может быть найден с помощью признака Даламбера или признака Коши:

По признаку Даламбера: $R=\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|$

По признаку Коши: $R=\frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n|^{1/n}}$

На границах интервала сходимости (при $|x-x_0|=R$) ряд может как сходиться, так и расходиться, что требует отдельного исследования.

Уровень 3: Продвинутое знание и применение

Задание закрытого типа на установление соответствия

11. Вопрос: Установите соответствие между типом дифференциального уравнения и методом его решения.

Тип дифференциального уравнения

Метод решения

1. Уравнение Бернулли

А. Метод неопределенных коэффициентов

2. Линейное неоднородное уравнение с постоянными коэффициентами и правой частью вида $P_n(x)e^{\alpha x}$

В. Метод вариации произвольных постоянных

3. Линейное однородное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами

С. Приведение к виду $y_1' + P(x)y_1 = Q_1(x)$, где $y_1 = y_1 - n$

4. Линейное неоднородное уравнение с постоянными коэффициентами и произвольной правой частью $f(x)$

Д. Решение характеристического уравнения, поиск корней

Ответ: 1-С, 2-А, 3-Д, 4-В

Задание закрытого типа на установление последовательности

12. Вопрос: Расположите этапы применения ряда Фурье для аппроксимации периодической функции $f(x)$ на отрезке $[-\pi, \pi]$ в правильной последовательности.

Вычисление коэффициентов Фурье: a_0, a_n, b_n .

Запись общего вида ряда Фурье: $f(x) \sim a_0/2 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \frac{n\pi x}{l} + b_n \sin \frac{n\pi x}{l})$.

Проверка условий Дирихле для функции $f(x)$ на выбранном отрезке.

Определение периода функции (обычно 2π для данного отрезка).

Ответ: 4, 3, 1, 2

Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа из четырех предложенных и обоснованием выбора

13. Вопрос: какое из следующих равенств является решением дифференциального уравнения $y' - 2xy = 0$?

а) $y = C e^{x^2}$

б) $y = C x^2$

в) $y = C e^{-x^2}$

г) $y = C$

Ответ: а) $y = C e^{x^2}$

Обоснование: Это линейное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными. Перепишем его как $dy/y = 2x dx$. Интегрируя обе части, получаем $\ln|y| = x^2 + C_1$, откуда $|y| = e^{x^2 + C_1} = e^{x^2} e^{C_1} = C e^{x^2}$. Обозначая $C = \pm e^{C_1}$ (или $C = 0$ для тривиального случая), получаем $y = C e^{x^2}$.

Задание комбинированного типа с выбором нескольких вариантов ответа из предложенных и развернутым обоснованием выбора

14. Вопрос: Какие из следующих рядов обязательно являются сходящимися?

$\sum_{n=1}^{\infty} \ln 2^{n+1}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n2+1n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (13)^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n$$

Ответ: 1, 3.

Обоснование:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} n2+1n$: Сравним этот ряд с сходящимся гармоническим рядом $p=2$: $\sum_{n=1}^{\infty} 1n2$. Так как $0 < 1n2+1 < 1n2$ для всех $n \geq 1$, по признаку сравнения (или предельному признаку сравнения) данный ряд сходится.

2. $\sum_{n=1}^{\infty} n2+1n$: Предел общего члена: $\lim_{n \rightarrow \infty} n2+1n = \lim_{n \rightarrow \infty} (n+1n) = \infty \neq 0$. По необходимому признаку сходимости, ряд расходится.

3. $\sum_{n=1}^{\infty} (13)^n$: Это геометрический ряд с знаменателем $q=13$. Так как $|q|=13 < 1$, ряд сходится.

4. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n$: Как было показано в Уровне 2, это знакочередующийся ряд, сходящийся по признаку Лейбница. Однако, вопрос спрашивает "обязательно являющиеся сходящимися" в смысле, возможно, более общих свойств или необходимости проверки. Если же рассматривать вопрос буквально, как "какие ряды сходятся", то и этот ряд сходится. Для ясности, если бы была возможность выбирать "абсолютно сходящиеся", то 1 и 3 подходят под это определение, а 2 и 4 - нет. Но в данной трактовке 1 и 3 - безусловно сходящиеся.

Задание открытого типа с развернутым ответом

15. Вопрос: Сформулируйте теорему существования и единственности решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка $y'=f(x,y)$ с начальным условием $y(x_0)=y_0$.

Примерный ответ: Теорема существования и единственности решения задачи Коши:

Пусть функция $f(x,y)$ определена и непрерывна в некоторой области D на плоскости x,y .

Если $f(x,y)$ и ее частная производная по y — $\partial f/\partial y$ — непрерывны в этой области D , то для любой точки (x_0,y_0) из D существует единственное решение $y(x)$ дифференциального уравнения $y'=f(x,y)$, удовлетворяющее начальному условию $y(x_0)=y_0$, в некоторой окрестности точки x_0 .

Дополнительные вопросы (для достижения 20) - могут комбинировать концепции

Задание комбинированного типа с выбором нескольких вариантов ответа из предложенных и развернутым обоснованием выбора

16. Вопрос: Какие свойства ряда Фурье позволяют ему хорошо аппроксимировать периодические функции, включая функции с разрывами?

Сходимость к среднему арифметическому значений левой и правой предельных функций в точках разрыва.

Представление любой периодической функции в виде суммы гармоник.

Сходимость к среднему значению функции на периоде.

Свойство Гиббса (осцилляции вблизи точек разрыва).

Ответ: 1, 2, 4.

Обоснование:

1. Сходимость к среднему арифметическому: В точках разрыва ряда Фурье сходится к среднему арифметическому правого и левого пределов функции, что является важным свойством для аппроксимации.
2. Представление суммой гармоник: Идея Фурье заключается в том, что любая периодическая функция может быть представлена как сумма (ряд) синусоидальных гармоник различной частоты и амплитуды.
3. Сходимость к среднему значению: Это скорее свойство интеграла Дирихле, который используется для вычисления средних значений, но не является основной характеристикой сходимости самого ряда.
4. Свойство Гиббса: Вблизи точек разрыва ряда Фурье демонстрирует осцилляции (волны), амплитуда которых не уменьшается с увеличением числа членов ряда. Это свойство важно понимать при анализе аппроксимации.

Задание открытого типа с развернутым ответом

17. Вопрос: Объясните, каким образом ряд Тейлора может быть использован для нахождения приближенных решений дифференциальных уравнений.

Примерный ответ: Ряды Тейлора позволяют представить функцию в окрестности точки в виде многочлена. Если функция $y(x)$ является решением дифференциального уравнения, то ее производные $y'(x)$, $y''(x)$, и т.д., могут быть выражены через x , y и начальные условия, используя само дифференциальное уравнение.

Например, для уравнения $y'=f(x,y)$ имеем $y'(x_0)=f(x_0,y_0)$.

Дифференцируя уравнение, получаем $y''(x)=\partial f/\partial x+\partial f/\partial y y'$, и, подставляя x_0, y_0 и $y'(x_0)$, находим $y''(x_0)$. Повторяя этот процесс, можно найти значения всех производных в точке x_0 .

Затем, используя формулу ряда Тейлора $y(x)=y(x_0)+y'(x_0)(x-x_0)+y''(x_0)2!(x-x_0)^2+\dots$, можно построить приближенное решение в виде полинома Тейлора. Чем больше членов полинома мы используем, тем точнее приближение в определенной окрестности.

Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа из четырех предложенных и обоснованием выбора

18. Вопрос: Какое из следующих УЧПУ (уравнений, характеризующих поведение пустого множества) является неправильным, если рассматривается комплексный ряд Фурье?

а) $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx$

б) $b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx$

в) $c_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-inx} dx$

г) $a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$

Ответ: г) $a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$

Обоснование: Формулы а), б) и г) используются для вычисления коэффициентов Фурье для вещественной формы ряда. Формула г) является правильной формулой для вычисления $a_0/2$ (или a_0 , если приводить к виду $a_0/2$). Уравнение в) (с_n) является правильной формулой для коэффициентов комплексного ряда Фурье. Однако, если вопрос подразумевал "пустые множества" как нечто, не соответствующее ряду Фурье, то все варианты, представляющие формулы расчета коэффициентов, правильны для непустых функций. Предполагая, что имеется в виду стандартный

ряд Фурье, а) и б) - это коэффициенты вещественного ряда, а в) - коэффициент комплексного ряда. Г) - это тоже коэффициент вещественного ряда. Сложность этого вопроса может быть в неоднозначности формулировки "пустое множество". Если же вопрос имел в виду "неверную формулу", то все приведенные формулы верны для вычисления коэффициентов ряда Фурье. Однако, если говорить о комплексном ряде Фурье, то а) и б) не относятся напрямую к его коэффициентам, а вот в) - это именно коэффициент комплексного ряда. Формула г) также относится к вещественному ряду. Вероятно, под "неправильным" подразумевается то, что не является коэффициентом комплексного ряда Фурье. В таком случае, формы а), б), г) - коэффициенты вещественного ряда.

Переформулируем вопрос 18 для большей ясности:

18. Вопрос: Какие из представленных формул НЕ являются формулами расчета коэффициентов комплексного ряда Фурье?

а) $c_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-inx} dx$

б) $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx$

в) $b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx$

г) $a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$

Ответ: б, в, г.

Обоснование: Коэффициенты комплексного ряда Фурье определяются формулой $c_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-inx} dx$. Варианты б, в, г являются формулами для вычисления коэффициентов вещественного ряда Фурье (a_n, b_n).

Задание открытого типа с развернутым ответом

19. Вопрос: Какова связь между степенными рядами и дифференциальными уравнениями? Приведите пример.

Примерный ответ: Степенные ряды позволяют представлять решения дифференциальных уравнений в виде бесконечных полиномов. Этот метод, известный как метод степенных рядов, применяется, особенно когда удастся найти аналитическое решение, но сложно или невозможно.

Пример: Рассмотрим уравнение $y'' - y = 0$. Предположим, решение имеет вид степенного ряда: $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$.

Тогда $y'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} n c_n x^{n-1}$ и $y''(x) = \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) c_n x^{n-2}$.

Подставляем в уравнение:

$$\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) c_n x^{n-2} - \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n = 0.$$

Изменим индекс суммирования во втором ряду, чтобы степени x совпали. Пусть $k = n - 2$, тогда $n = k + 2$. Когда $n = 2$, $k = 0$.

$$\sum_{k=0}^{\infty} (k+2)(k+1) c_{k+2} x^k - \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n = 0.$$

Переписывая с переменной n :

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1) c_{n+2} x^n - \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n = 0.$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} [(n+2)(n+1) c_{n+2} - c_n] x^n = 0.$$

Данное равенство выполняется, если коэффициенты при каждой степени x^n равны нулю:

$$(n+2)(n+1)c_{n+2} - cn = 0 \Rightarrow c_{n+2} = \frac{cn}{(n+2)(n+1)}.$$

Это рекуррентное соотношение позволяет найти коэффициенты. Если задать начальные условия $y(0)=c_0$ и $y'(0)=c_1$, то все остальные коэффициенты будут определены. Например, $c_2=c_0 \cdot 2^{-1}$, $c_4=c_2 \cdot 4^{-3}=c_0 \cdot 4^{-3}$, $c_3=c_1 \cdot 3^{-2}$, $c_5=c_3 \cdot 5^{-4}=c_1 \cdot 5^{-4}$.

Получаем $y(x) = c_0(1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots) + c_1(\frac{x}{1!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots)$.

Это соответствует рядам для $\cosh(\frac{x}{2})(x)$ и $\sinh(\frac{x}{2})(x)$, то есть $y(x) = c_0 \cosh(\frac{x}{2})(x) + c_1 \sinh(\frac{x}{2})(x)$.

Задание закрытого типа на установление соответствия

20. Вопрос: Установите соответствие между типом ряда и методом исследования его сходимости.

Тип ряда

Метод исследования сходимости

1. Знакопостоянный ряд с постеп. убывающими положительными членами

A. Признак Даламбера

2. Знакопередающийся ряд

B. Признак сравнения

3. Любой знакопостоянный ряд

C. Признак Лейбница

4. Ряд с членами вида $a_n x^n$

D. Признак Коши (корень)

E. Исследование предела общего члена

Ответ: 1-E (или B), 2-C, 3-B (или A, D), 4-D (или A)

Пояснение к ответу 20:

1. Для ряда с постеп. убывающими положительными членами (например, $\sum 1/n$) не всегда подходит признак Даламбера/Коши. Признак сравнения - универсален, но часто наиболее прямолинейным является исследование предела общего члена (например, если a_n не стремится к 0, то ряд расходится). Но его чаще применяют для проверки необходимого условия. Поэтому E (исследование предела общего члена) можно считать базовым.

2. Для знакопередающегося ряда - признак Лейбница (C).

3. Для любого знакопостоянного ряда универсальными являются признаки Даламбера (A), Коши (D), сравнения (B).

4. Для ряда вида $a_n x^n$ (где x - переменная) радиус сходимости часто находят по признаку Коши (D) или Даламбера (A).

Я выбрал наиболее специфичные и распространенные пары.