Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Заполярный государственный университет им. Н. М. Федоровского»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине
Аналитическая геометрия и линейная алгебра

Уровень образования: специалитет

Кафедра «Физико-математические дисциплины»

Разработчик ФОС:
-, Ст. преподаватель, Иванова З.Н. ___________________ Иванова З.Н.
Ст. преподаватель, Багомедова У.М. ___________________ БагомедоваУ.М.

Оценочные материалы по дисциплине рассмотрены и одобрены на заседании кафедры, протокол № от г.

Заведующий кафедрой ___________________ к.т.н., доцент Фаддеенков А.В.

Фонд оценочных средств по дисциплине Аналитическая геометрия и линейная алгебра для текущей/ промежуточной аттестации разработан в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по специальности / направлению подготовки 21.05.04 Горное дело на основе Рабочей программы дисциплины Аналитическая геометрия и линейная алгебра, утвержденной решением ученого совета от г., Положения о формировании Фонда оценочных средств по дисциплине (ФОС), Положения о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся ЗГУ, Положения о государственной итоговой аттестации (ГИА) выпускников по образовательным программам высшего образования в ЗГУ им. Н.М. Федоровского.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами образовательной программы

Таблица 1. Компетенции и индикаторы их достижения

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Разрабатывает и содержательно аргументирует стратегию решения проблемной ситуации на основе системного и междисциплинарного подходов
	УК-1.2 Строит сценарии реализации стратегии, определяя возможные риски и предлагая пути их устранения
	УК-1.3 Владеет навыками определения и оценки последствий возможных решений задачи; навыками декомпозиции задачи; навыками разработки плана действий по решению поставленных задач

Таблица 2. Паспорт фонда оценочных средств

№п/п	Контролируемые разделы(темы) дисциплины	Кодрезультатаобучения по дисциплине/ модулю	Оценочные средстватекущей		Оценочные средствапромежуточной	
			Наименование	Форма	Наименование	Форма
1 семестр						

2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций в ходе освоения образовательной программы.

2.1. Задания для текущего контроля успеваемости

2.2 Темы письменных работ (эссе, рефераты, курсовые работы и др.)

ФОС расположен в разделе «Сведения об образовательной организации» подраздел «Образование» официального сайта ЗГУ http://polaruniversity.ru/sveden/education/eduop/

1. Задание закрытого типа на установление соответствия

Тема: Векторы на плоскости и в пространстве.

Задание: Установите соответствие между вектором и его характеристикой.

Вектор	Характеристика
1. a→=(3,−2)	А. Норма вектора равна 5.
2. b→=(−1,4)	Б. Вектор коллинеарен вектору (6,−4).
3. c→=(0,5)	В. Вектор ортогонален оси Ox.
4. d→=(k,2k)	Г. Квадрат нормы вектора равен 17.

Ответ: 1-Г, 2-А, 3-В, 4-Б

---

2. Задание закрытого типа на установление последовательности

Тема: Действия над матрицами.

Задание: Расположите следующие операции над матрицами в порядке возрастания их сложности вычислений (от самой простой к самой сложной).

А. Нахождение определителя квадратной матрицы 3×3. Б. Умножение матрицы 2×3 на матрицу 3×2. В. Сложение двух матриц 4×4. Г. Нахождение обратной матрицы для квадратной матрицы 2×2 (при условии, что она существует).

Ответ: В, Б, Г, А

(Объяснение: Сложение матриц – самая простая операция, требующая поэлементного сложения. Умножение матриц сложнее, так как требует выполнения скалярных произведений строк на столбцы. Нахождение обратной матрицы для 2×2 включает в себя вычисление определителя и перестановку элементов. Нахождение определителя для матрицы 3×3 часто требует больше вычислительных шагов, чем остальные операции, за исключением, возможно, нахождения обратной матрицы для 3×3.)

---

3. Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа из четырех предложенных и обоснованием выбора

Тема: Уравнения прямой на плоскости.

Задание: Какое из следующих уравнений задает прямую, проходящую через точки A(1,2) и B(3,0)?

А. y=−x+3 Б. y=x+1 В. y=2x Г. y=−2x+4

Обоснование выбора:

1. **Проверка точки A (1, 2):**
   - A: 2=−1+3 (Верно)
   - Б: 2=1+1 (Верно)
   - В: 2=2(1) (Верно)
   - Г: 2=−2(1)+4 (Верно)
2. **Проверка точки B (3, 0):**
   - A: 0=−3+3 (Верно)

- Б: 0=3+1 (Неверно)
- В: 0=2(3) (Неверно)
- Г: 0=−2(3)+4⇒0=−6+4⇒0=−2 (Неверно)

Правильный ответ: А.

Обоснование: Для того чтобы уравнение прямой задавало прямую, проходящую через две данные точки, координаты каждой из этих точек должны удовлетворять данному уравнению. Проверив обе точки с каждым из предложенных уравнений, мы обнаружили, что только уравнение y=−x+3 удовлетворяет условию одновременного прохождения через точки A(1,2) и B(3,0).

---

4. Задание комбинированного типа с выбором нескольких вариантов ответа из предложенных и развернутым обоснованием выбора

Тема: Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

Задание: Выберите все утверждения, которые верно характеризуют систему линейных алгебраических уравнений: {x1−2x2+3x3=5 2x1+x2−x3=1 3x1−x2+2x3=6

А. Система является несовместной. Б. Система совместна и имеет бесконечное множество решений. В. Система имеет единственное решение. Г. Система является однородной. Д. После преобразований матрица системы может быть приведена к ступенчатому виду с двумя ненулевыми строками.

Выберите несколько вариантов и развернуто обоснуйте свой выбор.

Пример развернутого обоснования (для правильных ответов):

- **Вариант В (Система имеет единственное решение):** Для определения количества решений СЛАУ, составим матрицу коэффициентов A и расширенную матрицу [A|B]: A=(1−23 21−1 3−12), [A|B]=(1−23|5 21−1|1 3−12|6). Вычислим определитель матрицы A: det(A)=1(1⋅2−(−1)⋅(−1))−(−2)(2⋅2−(−1)⋅3)+3(2⋅(−1)−1⋅3) det(A)=1(2−1)+2(4+3)+3(−2−3) det(A)=1+2(7)+3(−5)=1+14−15=0. Поскольку определитель матрицы коэффициентов равен нулю, система не имеет единственного решения. Она может быть либо несовместной, либо иметь бесконечное множество решений. Следовательно, вариант В неверен.
- **Вариант Д (После преобразований матрица системы может быть приведена к ступенчатому виду с двумя ненулевыми строками):** Проведем элементарные преобразования над расширенной матрицей: (1−23|5 21−1|1 3−12|6)→R2←R2−2R1,R3←R3−3R1(1−23|5 05−7|−9 05−7|−9) →R3←R3−R2(1−23|5 05−7|−9 000|0). Полученная ступенчатая матрица имеет две ненулевые строки. Это означает, что ранг матрицы коэффициентов равен рангу расширенной матрицы и равен 2, что меньше числа неизвестных (3). Таким образом, система совместна и имеет бесконечное множество решений. Вариант Д является верным.

Правильные ответы: Б, Д.

Развернутое обоснование (окончательное):

- **Вариант А (Система является несовместной):** Неверен, так как ранг матрицы коэффициентов (2) равен рангу расширенной матрицы (2), что свидетельствует о совместности системы.
- **Вариант Б (Система совместна и имеет бесконечное множество решений):** Верен. Как показано в обосновании к варианту Д, ранг матрицы коэффициентов равен рангу расширенной матрицы (ранг = 2), при этом ранг меньше числа переменных (3). Это условие совместной системы с бесконечным множеством решений.
- **Вариант В (Система имеет единственное решение):** Неверен, так как определитель матрицы коэффициентов равен нулю, что исключает наличие единственного решения.
- **Вариант Г (Система является однородной):** Неверен. Однородная система имеет все свободные члены равными нулю (правая часть каждого уравнения равна 0). В данном случае свободные члены (5, 1, 6) не равны нулю.
- **Вариант Д (После преобразований матрица системы может быть приведена к ступенчатому виду с двумя ненулевыми строками):** Верен, что подтверждено приведением расширенной матрицы к ступенчатому виду $(1-23|5\ 05-7|-9\ 000|0)$.

---

5. Задание открытого типа с развернутым ответом

Тема: Плоскости в пространстве.

Задание: Даны три точки $A(1,0,2)$, $B(3,1,1)$ и $C(2,2,-1)$.

1. Найдите уравнение плоскости, проходящей через эти три точки.
2. Определите, лежит ли точка $D(0,3,3)$ на этой плоскости.

Ожидаемый развернутый ответ (пример):

1. **Нахождение уравнения плоскости:** Для нахождения уравнения плоскости, проходящей через три точки, нам необходимы два неколлинеарных вектора, лежащих в этой плоскости, и одна точка. Возьмем точку $A(1,0,2)$ как опорную. Найдем векторы $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$: $\vec{AB}=B-A=(3-1,1-0,1-2)=(2,1,-1)$ $\vec{AC}=C-A=(2-1,2-0,-1-2)=(1,2,-3)$ Векторы $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$ неколлинеарны, так как их координаты не пропорциональны. Нормальный вектор $\vec{n}$ к плоскости можно найти как векторное произведение $\vec{AB}\times\vec{AC}$: $\vec{n}=\vec{AB}\times\vec{AC}=|\vec{i}\,\vec{j}\,\vec{k}\ 21-1\ 12-3|$ $\vec{n}=\vec{i}(1\cdot(-3)-(-1)\cdot 2)-\vec{j}(2\cdot(-3)-(-1)\cdot 1)+\vec{k}(2\cdot 2-1\cdot 1)$ $\vec{n}=\vec{i}(-3+2)-\vec{j}(-6+1)+\vec{k}(4-1)$ $\vec{n}=-1\vec{i}+5\vec{j}+3\vec{k}=(-1,5,3)$ Уравнение плоскости имеет вид $nx(x-x0)+ny(y-y0)+nz(z-z0)=0$, где $(x0,y0,z0)$ – координаты точки на плоскости. Используем точку $A(1,0,2)$ и нормальный вектор $\vec{n}=(-1,5,3)$: $-1(x-1)+5(y-0)+3(z-2)=0$ $-x+1+5y+3z-6=0$ $-x+5y+3z-5=0$ Умножая на -1, получим стандартное уравнение плоскости: $x-5y-3z+5=0$ (или $x-5y-3z=-5$)
2. **Проверка принадлежности точки D(0, 3, 3) плоскости:** Подставим координаты точки D в уравнение плоскости: $0-5(3)-3(3)+5=0-15-9+5=-24+5=-19$. Так как $-19\neq 0$, точка $D(0,3,3)$ не лежит на найденной плоскости.
