Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Крюков Вадим Николаевич
Должность: Проректор по образовательной деятельности и молодежной политике
Дата подписания: 25.06.2026 11:04:05
Уникальный программный ключ:
1b0adb7fd710f6a0705d90c58682bd0c5f2f25b2

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждениевысшего образования
«Заполярный государственный университет им. Н. М. Федоровского»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине
Математический анализ

Уровень образования: специалитет

Кафедра «Физико-математические дисциплины»

Разработчик ФОС:
к.ф.-м.н., Доцент, Сотников А.И. ___________________ Сотников
старший преподаватель, Фидарова М.Г. ___________________Фидарова М.Г.

Оценочные материалы по дисциплине рассмотрены и одобрены на заседании кафедры, протокол № 9 от 10.06.2026 г.

Заведующий кафедрой ___________________ к.т.н., доцент Фаддеенков А.В.

Фонд оценочных средств по дисциплине Математический анализ для текущей/ промежуточной аттестации разработан в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по специальности / направлению подготовки 21.05.04 Горное дело на основе Рабочей программы дисциплины Математический анализ, утвержденной решением ученого совета от ___________ г., Положения о формировании Фонда оценочных средств по дисциплине (ФОС), Положения о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся ЗГУ, Положения о государственной итоговой аттестации (ГИА) выпускников по образовательным программам высшего образования в ЗГУ им. Н.М. Федоровского.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами образовательной программы

Таблица 1. Компетенции и индикаторы их достижения

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Разрабатывает и содержательно аргументирует стратегию решения проблемной ситуации на основе системного и междисциплинарного подходов
	УК-1.2 Строит сценарии реализации стратегии, определяя возможные риски и предлагая пути их устранения
	УК-1.3 Владеет навыками определения и оценки последствий возможных решений задачи; навыками декомпозиции задачи; навыками разработки плана действий по решению поставленных задач

Таблица 2. Паспорт фонда оценочных средств

№п/п	Контролируемые разделы(темы) дисциплины	Кодрезультатаобучения по дисциплине/ модулю	Оценочные средстватекущей		Оценочные средствапромежуточной	
			Наименование	Форма	Наименование	Форма
1 семестр						
2 семестр						

2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций в ходе освоения образовательной программы.

2.1. Задания для текущего контроля успеваемости

см. Приложение

2.2 Темы письменных работ (эссе, рефераты, курсовые работы и др.)

ФОС расположен в разделе «Сведения об образовательной организации» подраздел «Образование» официального сайта ЗГУ http://polaruniversity.ru/sveden/education/eduop/

тест, контрольная работа (типовой расчет), вопросы к экзамену

1. Задание закрытого типа на установление соответствия

Тема: Производные элементарных функций.

Задание: Установите соответствие между функцией и ее производной.

Функция	**Производная**
1. f(x)=sin(x)	А. f′(x)=1xln(a)
2. g(x)=ln(x)	Б. f′(x)=cos(x)
3. h(x)=ex	В. f′(x)=axln(a)
4. k(x)=ax	Г. f′(x)=ex
5. m(x)=loga(x)	Д. f′(x)=1x

Ответ: 1-Б, 2-Д, 3-Г, 4-В, 5-А

---

2. Задание закрытого типа на установление последовательности

Тема: Методы интегрирования.

Задание: Расположите методы интегрирования в порядке возрастания их типичной сложности применения для вычисления неопределенных интегралов.

А. Интегрирование рациональных дробей. Б. Замена переменной (первый замечательный предел).
В. Интегрирование по частям. Г. Интегрирование тригонометрических функций.

Ответ: Б, Г, В, А

(Объяснение: Замена переменной часто является самым интуитивным методом. Интегрирование тригонометрических функций может быть стандартным, если применять известные формулы. Интегрирование по частям требует более сложного выбора функций u и dv. Интегрирование рациональных дробей часто включает разложение на простейшие дроби, что может быть самым трудоемким процессом.)

---

3. Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа из четырех предложенных и обоснованием выбора

Тема: Пределы последовательностей.

Задание: Найдите предел последовательности limn→∞3n2+2n−1n2−4n+5 и обоснуйте выбор.

А. 0 Б. 3 В. −15 Г. ∞

Обоснование выбора:

1. **Анализ вида предела:** При n→∞, числитель и знаменатель стремятся к бесконечности. Это неопределенность вида ∞∞.
2. **Метод решения:** Для раскрытия данной неопределенности разделим числитель и знаменатель на старшую степень n в знаменателе, то есть на n2.
limn→∞3n2+2n−1n2−4n+5=limn→∞3n2n2+2nn2−1n2n2n2−4nn2+5n2
=limn→∞3+2n−1n21−4n+5n2

3. **Применение свойств пределов:** При $n\to\infty$, члены вида cnk (где c – константа, $k>0$) стремятся к нулю. $=3+0-01-0+0=31=3$

Правильный ответ: Б.

Обоснование: При раскрытии неопределенности вида ∞∞ для отношения многочленов, когда степени числителя и знаменателя равны, предел равен отношению старших коэффициентов. Старший коэффициент в числителе равен 3, а в знаменателе – 1. Следовательно, предел равен 31=3.

---

4. Задание комбинированного типа с выбором нескольких вариантов ответа из предложенных и развернутым обоснованием выбора

Тема: Исследование функций на экстремум.

Задание: Для функции $f(x)=x3-3x2+2$ выберите все верные утверждения и развернуто обоснуйте свой выбор.

А. Функция имеет локальный максимум в точке $x=0$. Б. Функция имеет локальный минимум в точке $x=2$. В. Функция имеет критические точки в $x=0$ и $x=2$. Г. Функция имеет локальный максимум в точке $x=2$. Д. Функция имеет локальный минимум в точке $x=0$.

Пример развернутого обоснования (для правильных ответов):

- **Для начала найдем производную функции:** $f'(x)=(x3-3x2+2)'=3x2-6x$.
- **Найдем критические точки, приравняв производную к нулю:** $3x2-6x=0\Rightarrow 3x(x-2)=0$. Критические точки: $x1=0$ и $x2=2$.
- **Вариант В (Функция имеет критические точки в $x=0$ и $x=2$):**
    - **Обоснование:** Критические точки – это точки, в которых производная функции равна нулю или не существует. Мы получили $f'(x)=3x2-6x$. Приравнивая ее к нулю, $3x(x-2)=0$, мы находим, что производная равна нулю в точках $x=0$ и $x=2$. Производная существует для всех x. Следовательно, эти две точки являются критическими. Утверждение В верно.
- **Теперь исследуем знаки производной для определения характера экстремума:**
    - Возьмем точку левее $x=0$, например, $x=-1$: $f'(-1)=3(-1)2-6(-1)=3+6=9>0$. Функция возрастает.
    - Возьмем точку между $x=0$ и $x=2$, например, $x=1$: $f'(1)=3(1)2-6(1)=3-6=-3<0$. Функция убывает.
    - Возьмем точку правее $x=2$, например, $x=3$: $f'(3)=3(3)2-6(3)=27-18=9>0$. Функция возрастает.
- **Вариант А (Функция имеет локальный максимум в точке $x=0$):**
    - **Обоснование:** В точке $x=0$ производная меняет знак с "плюса" на "минус" (функция сначала возрастает, затем убывает). Это означает, что в точке $x=0$ функция имеет локальный максимум. Утверждение А верно.
- **Вариант Б (Функция имеет локальный минимум в точке $x=2$):**

- **Обоснование:** В точке x=2 производная меняет знак с "минуса" на "плюс" (функция сначала убывает, затем возрастает). Это означает, что в точке x=2 функция имеет локальный минимум. Утверждение Б верно.

Правильные ответы: А, Б, В.

Развернутое обоснование, почему остальные варианты неверны:

- **Вариант Г (Функция имеет локальный максимум в точке x=2):** Неверно. В точке x=2 производная меняет знак с минуса на плюс, что соответствует локальному минимуму, а не максимуму.
- **Вариант Д (Функция имеет локальный минимум в точке x=0):** Неверно. В точке x=0 производная меняет знак с плюса на минус, что соответствует локальному максимуму, а не минимуму.

---

5. Задание открытого типа с развернутым ответом

Тема: Исследование сходимости несобственных интегралов.

Задание: Исследуйте на сходимость несобственный интеграл ∫1∞1xp+x2dx.

Ожидаемый развернутый ответ (пример):

Дан несобственный интеграл ∫1∞1xp+x2dx. Верхний предел интегрирования бесконечен, поэтому это несобственный интеграл первого рода. Исследуем его сходимость, используя признаки сравнения.

Рассмотрим поведение подынтегральной функции f(x)=1xp+x2 при x→∞.

Случай 1: p>2. В этом случае при x→∞, xp растет быстрее, чем x2. Поэтому xp+x2∼xp. Тогда f(x)∼1xp при x→∞. Несобственный интеграл ∫1∞1xpdx сходится при p>1. Поскольку p>2, то условие p>1 выполняется. По предельному признаку сравнения (или просто сравнивая с поведением 1xp), если limx→∞f(x)1/xp=limx→∞xpxp+x2=limx→∞11+x2−p=1 (так как 2−p<0), и интеграл ∫1∞1xpdx сходится, то исходный интеграл также сходится.

Случай 2: p<2. В этом случае при x→∞, x2 растет быстрее, чем xp. Поэтому xp+x2∼x2. Тогда f(x)∼1x2 при x→∞. Несобственный интеграл ∫1∞1x2dx сходится, так как 2>1. По предельному признаку сравнения: limx→∞f(x)1/x2=limx→∞x2xp+x2=limx→∞1xp−2+1=1 (так как p−2<0). Так как предел равен конечному положительному числу и интеграл ∫1∞1x2dx сходится, то исходный интеграл также сходится.

Случай 3: p=2. В этом случае f(x)=1x2+x2=12x2=121x2. Интеграл ∫1∞12x2dx=12∫1∞1x2dx. Это числовой множитель, домножающий сходящийся интеграл ∫1∞1x2dx. Следовательно, интеграл сходится.

Вывод: Интеграл ∫1∞1xp+x2dx сходится при любом значении p (где xp определено на рассматриваемом интервале). Если p может быть отрицательным, нужно учитывать область определения xp. Предполагая, что p - действительное число, в общем случае интеграл сходится.