Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Заполярный государственный университет им. Н. М. Федоровского»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине
«Аналитическая геометрия и линейная алгебра»

Уровень образования: *специалитет*

Кафедра «Физико-математические дисциплин»
наименование кафедры

Разработчик ФОС:

Ст. преподаватель		Багомедова У. М.
(должность, степень, ученое звание)	(подпись)	(ФИО)

Оценочные материалы по дисциплине рассмотрены и одобрены на заседании кафедры, протокол № ______ от «____» ________ г.
И. о. заведующий кафедрой ________________ А. В. Фадеенков

Фонд оценочных средств по дисциплине «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» для текущей/ промежуточной аттестации разработан в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по *направлению подготовки 21.05.04 Горное дело* на основе Рабочей программы дисциплины *«Аналитическая геометрия и линейная алгебра»,* утвержденной решением ученого совета № от «» г., Положения о формировании Фонда оценочных средств по дисциплине (ФОС), Положения о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся ЗГУ, Положения о государственной итоговой аттестации (ГИА) выпускников по образовательным программам высшего образования в ЗГУ им. Н.М. Федоровского.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами образовательной программы

Таблица 1 – Компетенции и индикаторы их достижения

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения	Планируемые результаты обучения по дисциплине
Универсальные		
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	УК-1.1. Осуществляет поиск, критический анализ и синтез информации, необходимой для решения поставленных задач	УК-2.1 З.1 Знает фундаментальные основы аналитической геометрии и линейной алгебры (основные понятия, свойства, методы). УК-2.1 У.1 Умеет применять основные методы аналитической геометрии и линейной алгебры в рамках дисциплины и для выбора оптимального способа решения основных профессиональных задач. УК-2.1 В.1 Владеет навыками использования аппарата аналитической геометрии и линейной алгебры для выбора оптимального способа решения основных профессиональных задач.
		УК-2.2 З.2 Знает методы и средства аналитической геометрии и линейной алгебры, используемые для оптимального решения задач, их классификацию,

		особенности и степень эффективности УК-2.2 У.2 Умеет применять методы и средства аналитической геометрии и линейной алгебры, используемые для оптимального решения задач, классифицировать, выявлять их особенно-сти и степень эффективности УК-2.2 В.2 Владеет методами и средствами аналитической геометрии и линейной алгебры, использующимися для оптимального решения задач; навыками выбора наиболее эффективных и рациональных методов
		УК-2.3 З.3 Знает методы и средства аналитической геометрии и линейной алгебры, теоретического и экспериментального исследования, разнообразные способы выбора оптимального решения задач, исходя из имеющихся ресурсов и ограничений УК-2.3 У.3 Умеет применять методы и средства аналитической геометрии и линейной алгебры, теоретического и экспериментального исследования, разнообразные способы выбора опти-мального решения задач, исходя из имеющихся ресурсов и ограничений УК-2.3 В.3 Владеет методами и средствами аналитической геометрии и линейной алгебры, теоретического и экспериментального исследования, разнообразные способы выбора оптимального

		решения задач, исходя из имеющихся ресурсов и ограничений
Общепрофессиональные		
ОПК-1. Способен решать задачи профессиональной деятельности на основе использования теоретических и практических основ естественных и технических наук, а также математического аппарата	ОПК-1.1 Решает инженерные задачи с помощью математического аппарата векторной алгебры, аналитической геометрии, с применением математического анализа и теории вероятности	ОПК-1.1 З.1 Знать фундаментальные основы аналитической геометрии и линейной алгебры (основные понятия, свойства, методы). ОПК-1.1 У.1 Уметь применять основные методы аналитической геометрии и линейной алгебры в рамках дисциплины и для решения основных профессиональных задач ОПК-1.1 В.1 Владеть навыками использования аппарата аналитической геометрии и линейной алгебры при решении задач в рамках дисциплины и при решении основных профессиональных задач.
		ОПК-1.2 З.2 Знать основные типы и особенности моделей; способы моделирования при помощи методов аналитической геометрии и линейной алгебры для решения задач профессиональной деятельности ОПК-1.2 У.2 Уметь создавать и применять модели аналитической геометрии и линейной алгебры в профессиональной деятельности.. ОПК-1.2 В.2 Владеть навыками выбора наиболее эффективных методов аналитической геометрии и линейной алгебры и моделирования для решения практических задач в профессиональной

		деятельности.
		ОПК-1.3 З.3 Знать методы моделирования, теоретического и экспериментального исследования с применением аппарата методов аналитической геометрии и линейной алгебры; особенности численных методов, используемых при проектировании и решении инженерных задач. ОПК-1.3 У.3 Уметь применять методы теоретического и экспериментального исследования с привлечением аппарата аналитической геометрии и линейной алгебры в профессиональной деятельности при решении практических задач ОПК-1.3 В.3 Владеть навыками теоретического и практического анализа, моделирования и теоретического исследования с использованием аппарата аналитической геометрии и линейной алгебры при решении профессиональных задач (построение моделей, их исследование и анализ).

Таблица 2. Паспорт фонда оценочных средств

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	**Формируемая компетенция**	**Наименование оценочного средства**	**Форма оценивания**
1. Элементы матричного исчисления: Матрицы.. Определители	УК-1, ОПК-1	Тест, контрольная работа (типовой расчет №1)	Письменно
2. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ): Решение СЛАУ методом Крамера, матричным методом, методом Гаусса.	УК-1, ОПК-1	Тест, контрольная работа (типовой расчет №2)	Письменно
3. Векторная алгебра	УК-1, ОПК-1	Тест, контрольная работа (типовой расчет №3)	Письменно
4. Прямая на плоскости	УК-1, ОПК-1	Тест, контрольная работа (типовой расчет №4)	Письменно
5.Кривые второго порядка	УК-1, ОПК-1	Тест, контрольная работа (типовой расчет №5)	Письменно
6. Прямая и плоскость в пространстве. Поверхности второго порядка.	УК-1, ОПК-1	Тест, контрольная работа (типовой расчет №6)	Письменно

2. Перечень контрольно-оценочных средств (КОС)

Для определения качества освоения обучающимися учебного материала по дисциплине используются следующие контрольно-оценочные средства текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся:

Таблица 3. Перечень контрольно-оценочных средств

	Наименование оценочного средства	**Сроки выполнения**	**Шкала оценивания***	**Критерии оценивания****
1.	***Текущий контроль качества***			
1.1	Тест	1 семестр	Достигнут/ не достигнут пороговый уровень освоения компетенции	Зачтено/ не зачтено
1.2	Контрольная работа «Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии»: Типовой расчет №1 «Матрицы. Определители»; Типовой расчет №2 «Системы линейных алгебраических уравнений»; Типовой расчет №3	1 семестр	Достигнут/ не достигнут пороговый уровень освоения компетенции	Зачтено/ не зачтено

	«Векторная алгебра»; Типовой расчет №4 «Прямая на плоскости»; Типовой расчет №5 «Кривые второго порядка»; Типовой расчет №6 «Прямая и плоскость в пространстве»			
2.	***Промежуточная аттестация***			
2.1	Экзаменационные билеты	1 семестр	Освоил/ не освоил компетенцию*	***По 4-х бальной шкале:***
2.2	Вопросы к экзамену	1 семестр		
	***Примерная шкала оценивания результатов обучения по дисциплине:** *0 – 64 % от максимально возможной суммы баллов – «не зачтено» (недостаточный уровень для текущей/ промежуточной аттестации по дисциплине);* *65 – 100 % от максимально возможной суммы баллов - «зачтено»*			
	****Критерии оценки результатов обучения по дисциплине:** ***По 4-х бальной шкале:*** ***освоил компетенцию*** *– выставляется отметка отлично («5»), хорошо («4»), удовлетворительно («3»),* ***не освоил компетенцию****- выставляется отметка неудовлетворительно («2»).*			

*****Критерии промежуточной аттестации***

Критерии выставления оценки по 4-балльной шкале оценивания для экзамена или «зачтено с «оценкой»:

- оценки «отлично» заслуживает обучающийся, обнаруживший всесторонние, глубокие знания учебного материала и умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой; изучивший основную литературу и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой обучения; безупречно отвечавший не только на вопросы билета, но и на дополнительные вопросы; проявивший творческие способности в использовании учебного материала;
- оценки «хорошо» заслуживает обучающийся, обнаруживший полные знания учебного материала, успешно выполнивший предусмотренные программой задания, изучивший основную литературу, отвечавший на все вопросы билета;
- оценки «удовлетворительно» заслуживает обучающийся, обнаруживший знания в объёме, необходимом для дальнейшей учёбы и работы по профессии, справившийся с выполнением заданий, знакомый с основной литературой, допустивший погрешности в ответе и при выполнении заданий, но обладающий достаточными знаниями для их устранения под руководством преподавателя;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных рабочей программой заданий, которые не позволят ему продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Критерии выставления аттестации «зачтено», «не зачтено»:

- **«Зачтено»** выставляется обучающемуся, если он показал достаточно прочные знания основных положений учебной дисциплины, умение самостоятельно решать конкретные практические задачи, предусмотренные рабочей программой, ориентироваться в рекомендованной справочной литературе, умеет правильно оценить полученные результаты.

- **«Не зачтено»** выставляется обучающемуся, если при ответе выявились существенные пробелы в знаниях основных положений учебной дисциплины, неумение с помощью преподавателя получить правильное решение конкретной практической задачи из числа предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины.

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций в ходе освоения образовательной программы

(*Полный комплект оценочных средств, включающий все варианты заданий (тестов, контрольных работ и методические указания к их выполнению и др.), предлагаемых обучающемуся, содержится в рабочих программах дисциплин (РПД) и хранится на кафедре в бумажном виде, размещены в электронном виде на официальном сайте университета в сети «Интернет» (www.norvuz.ru) в разделе «Университет/Сведения об образовательной организации/Образование/Документы, регламентирующие образовательный процесс»***)**

3.1 Задания для текущего контроля успеваемости

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА «Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии».

для студентов очной формы обучения

Контрольная работа для студентов очной формы обучения состоит из типовых расчетов (ТР) по ключевым темам дисциплины, которые включают в себя вариативные задания на формирование основных умений и навыков дисциплины. Аттестация «зачтено» по контрольной работе выставляется студенту, если он защитил все типовые расчеты по курсу.

Защита выполненных типовых расчетов проводится в форме собеседования, предусматривает решение практических задач и призвана выявить уровень знаний студента по теме защищаемого ТР. Студенты, не выполнившие типовые расчеты, к их защите не допускаются. Типовой расчет считается выполненным, если правильно решены все задачи и найдены все ответы; типовой расчет считается защищенным, если студент ответил на все вопросы преподавателя. Прием защит ТР проводится преподавателями, осуществляющими проведение практических или лекционных занятий.

ПРИМЕРЫ ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ ПО ТЕМАМ:

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №1 ПО ТЕМЕ «МАТРИЦЫ. ОПРЕДЕЛИТЕЛИ»

1. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & -6 \end{vmatrix}.$	3. Найти обратную матрицу: $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$
2. Решить уравнение: $\begin{vmatrix} -3 & 2 & 1 \\ x-1 & 0 & 7 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}=0.$	4. Найти ранг матрицы, применяя ЭП: $\begin{pmatrix} -2 & 3 & -1 & 1 & 6 \\ 3 & -1 & 7 & 2 & 4 \\ 8 & -3 & 2 & 7 & -8 \\ 0 & 2 & -13 & 4 & -10 \end{pmatrix}$

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №2 ПО ТЕМЕ «СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ»

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений: а) методом Крамера; б) матричным методом. Выполнить проверку решения.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -2, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

2. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Выполнить проверку решения.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 7, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = -2, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 13, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 + 8x_4 = 11. \end{cases}$$

3. Найти общее решение и фундаментальную систему решений системы однородных линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 8x_3 + 4x_4 + x_5 = 0, \\ \qquad x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_3 + 2x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №3 ПО ТЕМЕ «ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА»

Задание 1.

а) Найти координаты единичных векторов, коллинеарных вектору $\vec{a} = -6\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$.

б) Даны векторы $\vec{a} = (3;1;2)$ и $\vec{b} = (2;-2;4)$. Найти координаты, модуль, направляющие косинусы и орт вектора $2\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$.

Задание 2.

а) Вычислить длины диагоналей параллелограмма, построенного на векторах $\vec{m} = 5\vec{a} + 2\vec{b}$ $\vec{n} = \vec{a} - 3\vec{b}$ и ,если $\left|\vec{a}\right| = 2\sqrt{2}, \left|\vec{b}\right| = 3, \left(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}\right) = 45^0$.

б) Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\varphi = \frac{2\pi}{3}$; зная, что $\left|\vec{a}\right| = 3, \left|\vec{b}\right| = 4$, вычислить $\left(3\vec{a} + 2\vec{b}\right)^2$.

Задание 3.

а) Найти косинус угла между векторами $\vec{a} = (4;0;3)$ и $\vec{b} = (2;-2;1)$.

б) Даны три вектора $\vec{a} = (2;-1;3), \vec{b} = (1;-3;2), \vec{c} = (3;2;-4)$. Найти вектор $\vec{d}$, удовлетворяющий условиям $\vec{d} \cdot \vec{a} = -5, \vec{d} \cdot \vec{b} = -11, \vec{d} \cdot \vec{c} = 20$.

Задание 4.

а) Доказать, что четырехугольник с вершинами $A(3;2;-3), B(2;4;6), C(8;3;4), D(9;1;-5)$ есть параллелограмм. Найти длины его диагоналей.

б) Найти значения m, при которых векторы $\vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{a} - \vec{b}$ перпендикулярны, если $\vec{a} = (2;m;-1)$ и $\vec{b} = (1;-2;-3)$.

в) Найти вектор $\vec{a}$, коллинеарный вектору $\vec{b} = (3;2;-1)$ и удовлетворяющий условию $\vec{a} \cdot \vec{b} = 7$.

Задание 5.

а) Даны векторы $\vec{a} = (1;-2;2)$ и $\vec{b} = (-1;3;-2)$. Найти векторное произведение $\left(\vec{a} - 2\vec{b}\right) \times \left(2\vec{a} - 3\vec{b}\right)$.

б) Даны векторы $\vec{a} = (-3;4;-1), \vec{b} = (-1;2;3), \vec{c} = (-4;-2;1)$. Найти направляющие косинусы вектора $2\vec{a} + \left(\vec{b} \times \vec{c}\right)$.

Задание 6.

а) Установить, образуют ли векторы $\vec{a} = (2;3;-1), \vec{b} = (1;-1;3), \vec{c} = (1;9;-11)$ базис ?

б) Вычислить высоту пирамиды $ABCD$, опущенную на грань ABC, если $A(0;0;0), B(5;2;0), C(2;5;0), D(1;2;4)$

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №4 ПО ТЕМЕ «ПРЯМАЯ НА ПЛОСКОСТИ»

Даны вершины треугольника *ABC: A*(-2;4) *B*(3;1) *C*(10;7).

Найти:

а) уравнение стороны *AB*;

б) уравнение высоты *CN*;

в) уравнение медианы *AM*;

г) точку *N* пересечения медианы *AM* и высоты *CH*;

д) уравнение прямой, проходящей через вершину *C* параллельно стороне *AB*;

е) расстояние от точки *C* до прямой *AB*;

ж) сделать чертеж.

$A(-2;4)$ $B(3;1)$ $C(10;7)$

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ № 5 ПО ТЕМЕ «КРИВЫЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА»

Составить канонические уравнения:

а) эллипса;

б) гиперболы;

в) параболы,

где A, B – точки, лежащие на кривой, F – фокус, a – большая (действительная) полуось, b – малая (мнимая) полуось, ε – эксцентристет, $y=+kx$ – уравнения асимптот гиперболы, D – директрисса кривой, $2c$ – фокусное расстояние.

а) $b=15$; $F(-10;0)$; б) $a=13$; $\varepsilon=\frac{14}{13}$; в) $D: x=-4$.

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №6 ПО ТЕМЕ «ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ В ПРОСТРАНСТВЕ»

Даны четыре точки:

$A_1(3,1,4)$ $A_2(-1,6,1)$ $A_3(-1,1,6)$ $A_4(0,4,-1)$

Составить уравнения:

а) плоскости $A_1A_2A_3$,

б) прямой A_1A_2;

в) прямой A_4M_1 перпендикулярной к плоскости $A_1A_2A_3$;

г) прямой A_3N, параллельной прямой A_1A_2;

д) плоскости, проходящей через точку A_4 перпендикулярно к прямой A_1A_2.

Вычислить:

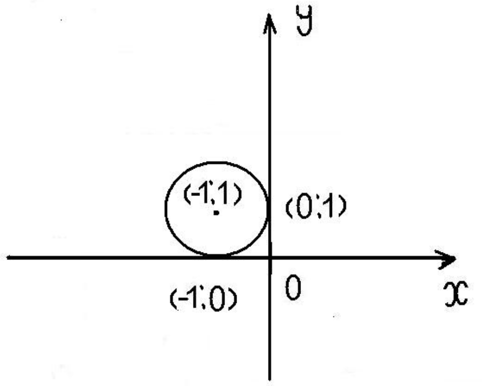
е) синус угла между прямой A_1A_4 и плоскостью $A_1A_2A_3$;

ж) косинус угла между координатной плоскостью Oxy и плоскостью $A_1A_2A_3$.

$A_1(3,1,4)$ $A_2(-1,6,1)$ $A_3(-1,1,6)$ $A_4(0,4,-1)$

ТЕСТ (ПРИМЕР)

<table>
<tr><td colspan="4">ОЦЕНОЧНОЕ СРЕДСТВО
(тестирование)</td><td>ОТВЕТ</td></tr>
<tr><td colspan="5">Вариант 1</td></tr>
<tr><td colspan="4">1. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ равен:</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>1) 8</td><td>2) 2</td><td>3) 6</td><td>4) 1</td></tr>
<tr><td colspan="4">2. Корень уравнения $\begin{vmatrix} 2x+1 & 3 \\ x-2 & 1 \end{vmatrix} = 0$ равен …</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>1) 7</td><td>2) -7</td><td>3) -5</td><td>4) 1</td></tr>
<tr><td colspan="4">3. Даны матрицы A=$\begin{pmatrix} 2 & -8 & 5 \\ 4 & -1 & 7 \end{pmatrix}$ и B=$\begin{pmatrix} -3 & -9 & 10 \\ 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}$. Тогда решением уравнения 2A-X =B является матрица X, равная</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>1) $\begin{pmatrix} 5 & 1 & -5 \\ 3 & -7 & 2 \end{pmatrix}$</td><td>2) $\begin{pmatrix} 7 & -7 & 0 \\ 7 & -8 & 9 \end{pmatrix}$</td><td>3) $\begin{pmatrix} 1 & -17 & 15 \\ 5 & 5 & 12 \end{pmatrix}$</td><td>4) $\begin{pmatrix} 1 & -25 & 20 \\ 9 & 4 & 19 \end{pmatrix}$</td></tr>
<tr><td colspan="4">4. Соотношение AB=BA выполняется только для …</td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">1) нулевых матриц</td><td colspan="2">2) единичных матриц</td></tr>
<tr><td colspan="2">3) диагональных матриц</td><td colspan="2">4) перестановочных матриц</td></tr>
<tr><td colspan="4">5. Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ методом Крамера.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">6. Если $\vec{a} = -2\vec{i} - 10\vec{j} + 11\vec{r}$ то $|\vec{a}| =$…</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>1) -1</td><td>2) 15</td><td>3) 23</td><td>4) $\sqrt{23}$</td></tr>
<tr><td colspan="4">7. Если вектор $\vec{a}$ перпендикулярен вектору $\vec{b}$, то их скалярное произведение равна…</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>1) $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$</td><td>2) 1</td><td>3) -1</td><td>4) 0</td></tr>
<tr><td colspan="4">8. Векторное произведение двух векторов $\vec{a}$=(2; 1; 2) и $\vec{b} = (3; 2; 2)$ равно…</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>1) 12</td><td>2) $-2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{r}$</td><td>3) $-2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{r}$</td><td>4) $-2\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{r}$</td></tr>
<tr><td colspan="4">9. Найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} = 2\vec{j} + 3\vec{j} + 5\vec{r}$, $\vec{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 4\vec{r}$ и $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} + 7\vec{r}$</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">10. На плоскости даны два вектора $\vec{p} = (-1; 3)$ и $\vec{q} = (3; 2)$. Разложить вектор $\vec{a} = (-11;\ -12)$ по базису $\vec{p}$ и $\vec{q}$.</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="4">11. Даны концы A(3; -5) и B(-1; 1) однородного стержня . Найти координаты его центра тяжести.</td><td rowspan="1"></td></tr>
<tr><td colspan="4">12. Даны координаты вершин треугольника A (4; -1; 3), B (2; 3; 4) и C (3; 1; 2). Найти координаты точки пересечения медиан треугольника.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">13. Угловой коэффициент r и величина отрезка b, отсекаемого прямой x+2y+6=0 на оси oy равны…</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">14. Площадь треугольника, образованного пересечением прямой 4x+3y+36=0 с осями координат равна…</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>1) 12</td><td>2) 36</td><td>3) 54</td><td>4) 108</td></tr>
<tr><td colspan="4">15. Прямые 2x-3y+2=0 и 4x-7y-1=0 параллельны при $\mathcal{L}$, равной …</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>1) $-\frac{3}{14}$</td><td>2) $\frac{3}{14}$</td><td>3) $\frac{21}{32}$</td><td>4) $-\frac{21}{32}$</td></tr>
<tr><td colspan="4">16. Каноническое уравнение окружности на рисунке имеет вид…

</td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">1) $(x+1)^2+y^2=1$</td><td colspan="2">2) $x^2+(y+1)^2=1$</td></tr>
<tr><td colspan="2">3) $(x-1)^2+(y-1)^2=1$</td><td colspan="2">4) $(x+1)^2+(y-1)^2=1$</td></tr>
<tr><td colspan="4">17. Геометрическое место точек, сумма расстояний которых до двух данных точек, называемых фокусами, есть величина постоянная, называется …</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>1) гиперболой</td><td>2) параболой</td><td>3) эллипсом</td><td>4) окружностью</td></tr>
<tr><td colspan="4">18. Дана гипербола $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$. Тогда координаты ее фокусов равны:</td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">1) $F_1\,(-5;0)$, $F_2(5;0)$</td><td colspan="2">2) $F_1\,(0;-5)$, $F_2(0;5)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">3) $F_1\,(-4;0)$, $F_2(4;0)$</td><td colspan="2">4) $F_1\,(-3;0)$, $F_2(3;0)$</td></tr>
</table>

19. Найти уравнение параболы, у которой фокус имеет координаты $F(2;0)$, а директриса имеет уравнение *x=-2*.	
20. Найти общее уравнение плоскости, проходящей через точку *A (1; -2; 7)* параллельной плоскости *5x-3y-2z+9=0*.	

21. Какие из данных уравнений определяют плоскость: а) *x+2y-4=0;* б) $y^2 = 4x - 30$; в) *2x+3y+z=0*

1) только а	2) только а и в	3) только в	4) все

22. Даны две прямые $\frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+2}{1}$ и $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{-1}$. Тогда косинус угла между ними равен…

1) $\cos\varphi = -1$	2) $\cos\varphi = 0$	3) $\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{3}}$	4) $\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$

23. Уравнение поверхности второго порядка $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} - \frac{z^2}{36} = -1$ определяет:

1) однополостный гиперболоид	2) двуполостный гиперболоид
3) эллиптический параболоид	4) конус

24. Поверхность $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 2z$ пересекается с плоскостью *yoz* по …

1) параболе	2) эллипсу	3) гиперболе	4) двум пересекающимся прямым

25. Сфера с центром *B (1; 0; -1)* проходит через точку *A (-1; 2; 0)*, тогда ее уравнение имеет вид…

1) $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$	2) $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$
3) $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$	4) $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 3$

Вариант 2

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

1) 0	2) -2	3) 2	4) 4

2. Корень уравнения $\begin{vmatrix} 1+x & x-2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$=0 равен …

1) 7	2) -7	3) 1	4) -1

3. Если A=$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ и B=$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, вычислить 2A-B.

4. Даны матрицы A=$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ и B=$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$. Вычислить C=A·B.

5. Для невырожденной квадратной матрицы A решение системы AX=B в матричной форме имеет вид…

1) $X = B^{-1} \cdot A$	2) $X = A^{-1} \cdot B$	3) $X = A \cdot B^{-1}$	4) $X = B \cdot A^{-1}$

6. Векторы $\vec{a} = -2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} + \beta\vec{r}$ и $\vec{b} = \mathcal{L}\vec{\imath} - 6\vec{\jmath} + 2\vec{r}$ коллинеарные, если $\mathcal{L}$ и β равны…

1) $\mathcal{L} = -4, \beta = -1$	2) $\mathcal{L} = -4, \beta = 1$	3) $\mathcal{L} = 4, \beta = -1$	4) $\mathcal{L} = 4, \quad \beta = 1$

7. Найти косинус угла между векторами $\vec{a} = (2;\ -2; 1)$ и $\vec{b} = (2; 3; 6)$.

8. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = \vec{\jmath} + \vec{r}$ и $\vec{b} = \vec{\imath} - \vec{\jmath} + \vec{r}$.

9. Вершины треугольной пирамиды находятся в точке O (0; 0; 0), A (3; 4; -1) B (2; 3; 5) и C (6; 0; -3). Найти объем пирамиды.

10. На плоскости даны два вектора $\vec{p} = (-3; 1)$ и $\vec{q} = (-1;\ -2)$. Разложить вектор $\vec{a} = (1;\ -5)$ по базису $\vec{p}$ и $\vec{q}$.

11. В треугольнике с вершинами A (0; -1) B (3; 2) и C (5; -4) проведена медиана AM, тогда длина медианы равна…

1) 4	2) $\sqrt{17}$	3) 16	4) $2\sqrt{5}$

12. Координаты центра тяжести треугольника с вершинами A (1; -3; 4), B (2; -2; -1) и C (0; -1; 3) равны...

1) (1; 2; -2)	2) (-1; 2; 2)	3) (1; -2; 2)	4) (-1; -2; 2)

13. Прямая отсекает на оси *oy* отрезок $b=3$ и имеет угловой коэффициент $\frac{2}{3}$. Составить её уравнение.

14. Расстояние от точки А (-5; 2) до прямой $4x+3y-16$ равно…

1) 5	2) 6	3) -6	4) 2

15. Из перечисленных прямых: а) $y=4x+1$; б) $y=2x-3$; в) $y=-\frac{x}{2}+4$; г) $y=-4x-5$, перпендикулярными являются…

1) б и в	2) а и г	3) а и б	4) в и г

16. Дано уравнение окружности $(x-1)^2+(y+3)^2=16$. Тогда ее радиус R и координаты центра C равны…

1) $R=16$, $C(1;-3)$	2) $R=4$, $C(-1;3)$	3) $R=4$, $C(1;-3)$	4) $R=4$, $C(0;0)$

17. Геометрическое место точек, модуль разности расстояний которых от двух данных точек, называемых фокусами, есть величина постоянная, называется …

1) гиперболой	2) параболой	3) эллипсом	4) окружностью

18. Расстояние между фокусами эллипса $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ равно…

1) 3	2) 4	3) 10	4) 6

19. Даны уравнения кривых: а) $x\text{-}16y^2=0$; б) $9x^2-16^2=144$; в) $9x^2+16y^2=144$; г) $9x^2+9y^2=16$. Тогда уравнению параболы соответствует…

1) в	2) б	3) а	4) г

20. Даны уравнения плоскости: а) 2x+3y+z-1=0, б) x-3y+4z=0, в) y+z+2=0. Тогда через начало координат проходят…

1) только а и в	2) только б	3) только б и в	4) все

21. Каково уравнение плоскости, проходящей через точку М (1; 2; 0) перпендикулярно вектору $\vec{n}=(2;\ -1;3)$?

22. Дано каноническое уравнение прямой $\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{-2}=\frac{x+4}{3}$. Тогда направляющий вектор $\vec{s}$ для этой прямой имеет координаты:

1) $\vec{s}=(-1;\ -3;4)$	2) $\vec{s}=(1;3;\ -4)$
3) $\vec{s}=\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2};\frac{4}{3}\right)$	4) $\vec{s}=(2;\ -2;3)$

23. Поверхность, определяемая уравнением $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}+\frac{z^2}{9}=1$, является…

1) эллипсоидом	2) сферой

3) однополостным гиперболоидом		4) конусом		
24. Поверхность $\frac{x^2}{32} - \frac{y^2}{18} + \frac{z^2}{2} = 1$, пересекается плоскостью *z+1=0* по кривой…				
1) эллипсу	2) параболе	3) гиперболе	4) окружности	
25. Каковы координаты центра сферы $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z - 19 = 0$?				

Вариант 3				
1. Определитель $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$ равен …				
1) 1	2) 4	3) 2	4) 0	
2. Определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 2\alpha - 3 \end{vmatrix}$ равен 0 при $\alpha =$…				
1) 0	2) 2	3) 3	4) -3	
3. Даны матрицы A=$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ и B=$\begin{pmatrix} -1 & 4 & -1 \\ 2 & 7 & 7 \\ 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}$. Решить матричное уравнение A+2X=B.				
4. Матрица C=A·B, где A=$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 5 \\ 4 & -3 & 0 \end{pmatrix}$ и B=$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & -3 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$. Тогда элемент C_{23} равен…				
1) -3	2) 4	3) 10	4) 0	
5. Если $(x_0;\ y_0)$ – решение системы линейных уравнений $\begin{cases} x + 2y = -3 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$, найти значение выражения $x_0 - y_0$.				
6. Чему равен орт вектора $\vec{a} = (-4; 0; 3)$?				

7. Векторы $\vec{a} = (-1; 2; 3)$ и $\vec{b} = (k; 4; 1)$ перпендикулярны, если k равно …

8. Пусть $\vec{a} = (x_1;\ y_1;\ z_1)$ и $\vec{b} = (x_2;\ y_2;\ z_2)$. Тогда векторное произведение вычисляется по формуле…

9. Если смешанное произведение векторов равно нулю, то векторы...

1) компланарны	2) равны между собой
3) перпендикулярны	4) один из векторов перпендикулярен двум другим

10. Если система векторов $\vec{a} = (-2; -1)$ и $\vec{b} = (1; \alpha)$ образуют базис на плоскости, то…

1) α обязательно положительно	2) $\alpha \neq 2$
3) $\alpha = 2$	4) α может быть любым действительным числом

11. Даны две точки A (3; -1) и B (2; 1). Тогда координаты точки C (x; y), симметричной точке A относительно точки B, равны…

12. Даны точки M (2; 4; -2) и W (-2; 4; 2). Тогда координаты точки P, делящей отрезок в отношении λ=3:1, считая от точки M, равны…

1) (1; 4; -1)	2) (-1; 4; 1)	3) (2; -2; -2)	4) (0; 2; 0)

13. Прямая на плоскости задана уравнением x+5y-3=0, тогда угловой коэффициент прямой, перпендикулярной данной прямой, равен…

1) $\frac{1}{5}$	2) $-\frac{1}{5}$	3) -5	4) 5

14. Дано уравнение прямой 2x-3y-3=0, тогда прямая проходит через точку…

1) (2; 3)	2) (2; -3)	3) (3; 1)	4) (3; -1)

15. Найти уравнение прямой общего вида, проходящей через точку (-1; 1) параллельно прямой 2x-y+5=0.

16. Радиус окружности, задаваемой уравнением $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$, равен ...

1) 4	2) 5	3) 2	4) 3	
17. Даны уравнения кривых: а) $x^2+y^2=16$, б) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$; в) $\frac{x^2}{9}-y^2=1$; г) $x^2+\frac{y^2}{9}=1$. Тогда уравнению эллипса соответствуют:				
1) б, г	2) а, б, г	3) в, г	4) а, б, в, г	
18. Если уравнение гиперболы имеет вид $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$, то длина её действительной полуоси равна …				
1) 4	2) 16	3) 3	4) 9	
19. Дано уравнение $x^2=-4y$, тогда величина параметра p равна ...				
1) 2	2) -2	3) 4	4) -4	
20. Даны уравнения плоскостей 2x+ly+3z-5 и mx-6y-6z+2=0. Тогда плоскости параллельны при l и m равными …				
1) l=-3, m=4	2) l=-3, m=-4	3) l=3, m=-4	4) l=3, m=4	
21. Общее уравнение плоскости, проходящей через точку M (-1; 5; 2) перпендикулярно прямой $\frac{x+7}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z+2}{-1}$, имеет вид…				
22. Даны параметрические уравнения прямой x=3t-1, y=-2t+3, z=5t+2. Тогда направляющий вектор этой прямой имеет координаты…				
1) (-3; 2; -5)	2) (3; -2; 5)	3) (-1; 3; 2)	4) (1; -3; -2)	
23. Даны уравнения поверхностей второго порядка а) $\frac{(x+5)^2}{25}+\frac{y^2}{9}-\frac{(z-1)^2}{15}=0$ б) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}+\frac{z^2}{5}=1$ в) $\frac{x^2}{5}+\frac{(y+5)^2}{1}-\frac{(z+2)^2}{25}=-1$ г) $\frac{(x-4)^2}{15}+\frac{(y+1)^2}{5}-\frac{z^2}{1}=1$ Тогда двуполостный гиперболоид задается уравнением…				
1) а	2) б	3) в	4) г	
24. Поверхность $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{5}=1$ пересекается с плоскостью x0z по…				
1) параболе	2) эллипсу	3) гиперболе	4) окружности	
25. Сфера с центром C (-1; 2; 0) имеет радиус R=4. Тогда её уравнение имеет вид…				

<u>КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА НА ТЕМУ «Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии».</u>

для студентов заочной формы обучения

Задание 1

Даны координаты вершин пирамиды A_1, A_2, A_3, A_4: $A_1(4;2;5), A_2(0;7;2), A_3(0;2;7), A_4(1;5;0)$.

Найти: 1) косинус угла между рёбрами A_1A_2 и A_1A_4; 2) площадь грани $A_1A_2A_3$; 3) объём пирамиды; 4) уравнения прямой A_1A_2; 5) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$.

Задание 2

Решить задачу.
Найти острый угол между прямой $9x+3y-7=0$ и прямой, проходящей через точки $A(1;-1)$ и $B(5;7)$.

Задание 3

Решить задачу.
Составить уравнение линии, расстояния каждой точки которой от начала координат и от точки $A(5;0)$ относятся как 2:1. Определить полученную линию.

Задание 4

Найти $(2A+B)\cdot(A-B)$, где матрицы

$$A=\begin{pmatrix} 7 & 2 & 0 \\ -7 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B=\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задание 5

Доказать, что система имеет единственное решение. Решить систему методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1+x_2-7x_3-x_4=6, \\ 4x_1+x_2+2x_3-x_4=0, \\ 3x_1-4x_3-x_4=6, \\ x_1+x_2+3x_4=3. \end{cases}$$

3.2 Задания для промежуточной аттестации

<u>КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ</u>

Указание. При ответе на теоретический вопрос необходимо указывать исходные данные, описывать все входящие переменные в приводимых формулах. Чертежи выполнять аккуратно с помощью линейки, циркуля и карандаша, соблюдая правила построения чертежей.

ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

1. Метод координат.
2. Векторы. Линейные операции над векторами. Направляющие косинусы и длина вектора. Понятие о векторных диаграммах в науке и технике.
3. Скалярное произведение векторов и его свойства. Длина вектора и угол между двумя векторами в координатной форме. Условие ортогональности двух векторов.
4. Определители второго и третьего порядков, их свойства. Алгебраические дополнения и миноры. Определители n-го порядка. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу).
5. Векторное произведение двух векторов, его свойства. Условие коллинеарности двух векторов. Геометрический смысл определителя второго порядка. Простейшие приложения векторного произведения в науке и технике.
6. Смешанное произведение трех векторов. Геометрический смысл определителя третьего порядка.

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

1. Матрицы, действия с ними. Понятие обратной матрицы.
2. Системы двух и трех линейных уравнений. Матричная запись мы линейных уравнений. Правило Крамера. Система *n*-линейных уравнений с *n*-неизвестными. Метод Гаусса. Нахождение обратной матрицы методом Гаусса.
3. Пространство R^n. Линейные операции над векторами. Различные нормы в R^n пространстве. Скалярное произведение в R^n.
4. Линейные и квадратичные формы в R^n. Условие знакоопределенности квадратичной формы.
5. Понятие линейного (векторного) пространства. Вектор - как элемент линейного пространства. Примеры.
6. Отображения линейных пространств. Линейные отображения, их матрицы. Примеры.
7. Пространство линейных отображений (операторов). Норма оператора, ее вычисление по матрице оператора.
8. Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональный базис. Процесс ортогонализации. Разложение вектора по ортогональному базису.
9. Сопряженный оператор. Сопряженная матрица. Самосопряженные операторы и симметричные матрицы. Ортогональные матрицы.
10. Ядро и область значений линейного оператора. Ранг и дефект. Теорема Кронекера-Капелли.
11. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов. Свойства собственных векторов и собственных значений сопряженных операторов. Теорема о полноте собственных векторов.
12. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Канонический вид самосопряженного оператора.
13. Применение линейных операторов при моделировании различных

процессов.

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Полярные координаты на плоскости. Кривые в полярных координатах.
2. Цилиндрические и сферические координаты в пространстве. Различные способы задания линий и поверхностей в пространстве.
3. Уравнения линий на плоскости. Различные формы уравнения прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.
4. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола, их геометрические свойства и уравнения. Технические приложения геометрических свойств кривых (использование фокальных свойств, математические модели формообразования биологических, технических и других объектов).
5. Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Угол между плоскостями. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью.
6. Уравнение поверхности в пространстве. Цилиндрические поверхности. Сфера. Конусы. Эллипсоид. Гиперболоиды. Параболоиды. Геометрические свойства этих поверхностей.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ*(макет)*

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №

1) Решить систему уравнений, выполнить проверку:

$$\begin{cases} 2x-4y+z=3, \\ x-5y+3z=-1, \\ x-y+z=1. \end{cases}$$

2) Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}=2\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}$ и $\vec{b}=3\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$.

3) Вычислить работу силы $\vec{F}=\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$ при перемещении материальной точки из положения $A(-1;2;0)$ в положение $B(2;1;3)$.

4) Даны координаты вершин треугольника $A(0;-2)$, $B(1;1)$ и $C(3;0)$. Написать уравнение медианы треугольника, проведённой из вершины A.

5) Дан эллипс, каноническое уравнение которого $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. Построить эллипс и найти координаты его фокусов.